n.v.

II 136

OS 327 /2 n.v.

L 26

L
26

K. B. RECTORAT D. REALSCHULE STRAUBING

Fünfter Abschnitt.

Electro-Magnetismus.

Erstes Kapitel.

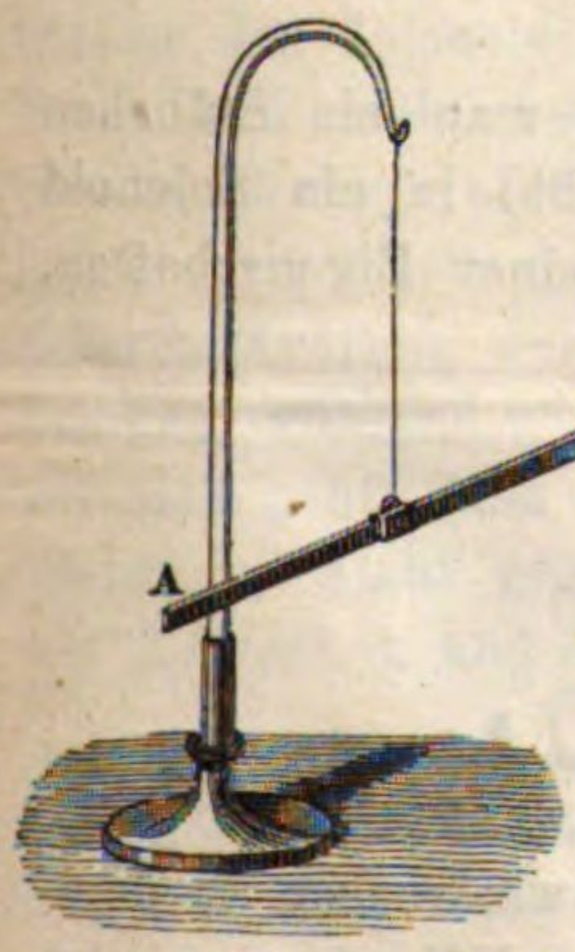
Electrische Natur der Magnete.

I. Analogie der Magnete und Solenoide.

§. 415.

Man findet ein Mineral, welches, aus zwei Oxyden des Eisens gemischt, den Namen Eisenoxydoxydul führt, und die Eigenschaft besitzt, Eisen anzuziehen. Stücke dieses Minerals nennt man natürliche Magnete. Einzelne Stellen der natürlichen Magnete zeichnen sich vor anderen als Sitze magnetischer Anziehungskraft aus und werden die Pole*) des Magnets genannt. Bestreicht man ein Stück Stahl mit einem solchen Pole, so wird es gleichfalls dauerhaft magnetisch (ein künstlicher Magnet), während weiches Eisen, sobald es der Einwirkung des Magnets entzogen wird, in den indifferenten Zustand zurückkehrt. Durch Bestreichen von Stahllamellen mit künstlichen Magneten kann man neue Magnete erhalten u. s. f.

Fig. 334.



§. 416.

Macht man einen Stahlmagnet in horizontaler Ebene leicht beweglich, indem man ihn an einem Faden aufhängt (Fig. 334), oder auf einer

*) Die genauere Definition des Poles folgt unten im zweiten Kapitel.

Stahlspitze balancirt (Fig. 335), oder mit Hülfe eines Stückes Kork auf Wasser schwimmen lässt (Fig. 336), so dreht er sich wie ein Solenoid

Fig. 335.

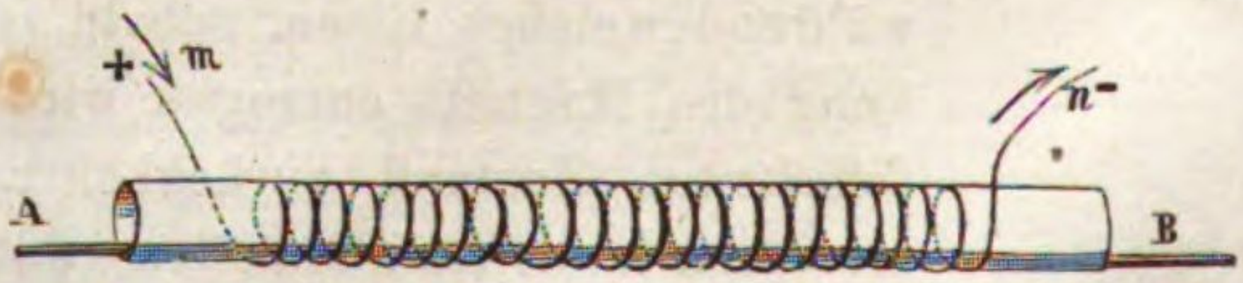
Fig. 336.

einer stabilen Gleichgewichtslage zu, welche erreicht ist, wenn der eine der beiden Pole nach Norden gerichtet ist. Diese Gleichgewichtslage des Magnets fällt indessen im Allgemeinen nicht genau in den geographischen Meridian des Ortes, an welchem der Versuch gemacht wird, so dass man sich veranlasst sah, die durch die Pole des Magnets gelegte Vertikalebene den magnetischen Meridian zu nennen. Der Winkel, welchen der magnetische Meridian eines Ortes mit dem geographischen bildet, heisst die magnetische Deklination dieses Ortes. Dieselbe kann westlich oder östlich sein, je nachdem die Nadel westlich oder östlich vom geographischen Meridian abweicht.

§. 417.

Wirkung der Solenoide auf Eisen. — Legt man ein Stäbchen weiches Eisen (ein gut ausgeglühtes Stück Eisendraht) in ein Solenoid (Fig. 337), so verliert dadurch das Solenoid keine seiner Eigenschaften,

Fig. 337.



vielmehr werden nun sämmtliche Erscheinungen, die wir vorher an demselben beobachteten, weit lebhafter und energischer. Nähert man einander die entgegengesetzten Pole zwei so verstärkter Solenoide, während die Eisenstäbchen etwas über die Windungen vorstehen, so ziehen sich die Stäbchen leicht so stark an, dass sie sich innerhalb der Solenoide auf einander zu bewegen. Auch ziehen sie ebenso wie die Magnete Eisenstückchen an und halten sie fest.

Das Eisenstäbchen erhält demnach im Solenoid alle Eigenschaften desselben, verliert sie aber, wenn man es aus den Windungen herausnimmt oder den Strom unterbricht. Wendet man bei diesen Versuchen statt des Eisens Stahl an, so ist die Wirkung zwar etwas schwächer, aber das Stahlstäbchen behält seine Eigenschaften bei, welche es im Solenoid angenommen hat, und repräsentirt somit ein permanentes Solenoid.

Die Axe eines Solenoids stellt sich der Magnetnadel parallel. Lässt man die nach Norden gerichteten Pole dieser beiden Körper auf einander einwirken, so beobachtet man Abstossung, ebenso, wie wenn man die Nordpole zweier Solenoide oder die Nordpole zweier Magnete einander nähert. Nähert man hingegen den Südpol der Magnetnadel dem Nordpol des Solenoids, so erfolgt Anziehung, so dass sich diese beiden Körper genau ebenso gegen einander verhalten, wie Magnete oder Solenoide unter sich.

§. 418.

Diese vollständige Analogie des Verhaltens von Magneten und Solenoiden führte zu folgender Vorstellung über die Natur des Eisens. Die Moleküle des Eisens sind als Solenoide aufzufassen, deren Axen bei indifferenten Eisenstückchen nach allen möglichen Richtungen gelagert sind. Erfolgt dann eine Einwirkung von Seite des electrischen Stromes, so drehen sich diese elementaren Solenoide nach dem Ampère'schen Gesetze, also beispielsweise innerhalb eines Solenoids so, dass ihre Ströme dem Strome des Solenoids parallel laufen. Der Unterschied zwischen weichem Eisen und Stahl besteht darin, dass die Moleküle des weichen Eisens leichter drehbar sind als die des Stahles. Jene folgen daher leichter dem äusseren Antriebe der electrischen Kräfte und eben so leicht wieder den inneren Kräften, welche eine nach aussen unwirksame Anordnung hervorbringen, während im Stahl die Drehung schwerer und weniger vollkommen vor sich geht, dann aber erhalten bleibt. Es verhalten sich also weiches Eisen und Stahl gegenüber der richtenden Kraft des Magnetismus etwa wie Kautschuk und Blei gegen dehnende Kräfte.

Da wir auch die Electricität als eine besondere (unbekannte) Bewegungsform des Stoffes ansehen, so liegt in der Auffassung der Moleküle als elementarer Solenoide ebensowenig Anstössiges als in der Annahme von oscillirender, rotirender oder fortschreitender Wärmebewegung. Wie jeder Körper warm ist, insofern elementare Bestandtheile desselben gewisse Bewegungen ausführen, so ist auch jeder Körper in seinen Molekülen electrisch, und nach Analogie unserer Erde, die als elementarer Bestandtheil des Weltalls gelten kann, von einem Kreisstrom umflossen. Es ist uns geglückt, in dem Kreisstrom oder dem Solenoide, als einem System von Kreisströmen, ein physikalisches Bild der Moleküle zu finden.

Wir werden uns nun bemühen, die Berechtigung zu dieser Vorstellung darzuthun, indem wir noch andere Wirkungen zwischen Magneten und electrischen Strömen nachweisen.

§. 419.

Wir beobachten zu diesem Zwecke zunächst die Wirkung eines Magnets auf die Seiten des Rechteckes der Fig. 322. Stellen wir einen parallelepipedischen Stahlmagnet, dessen Querschnitt über $1\square^{zm}$ gross sein mag, frei im Horizont beweglich vor uns auf und betrachten ihn, nachdem er seine Gleichgewichtslage eingenommen hat, als Solenoid, so fliesst der Strom wie der Zeiger einer Uhr um den Südpol, nämlich unten von Osten nach Westen, links aufwärts und rechts abwärts, ebenso wie der Strom, welcher durch das Reckteck fliesst. Nähern wir nun die linke Seite des Stabmagnets durch Parallelbewegung von Südosten her der Seite cd, so stösst er sie ab; drehen wir den Magnet um 180° im Horizont und nähern nun den aufsteigenden Strom durch Parallelbewegung von Südwesten her der Seite ab, so wird diese angezogen; und halten wir endlich den Magnet so über bc, dass seine Axe dieser Seite parallel ist, so dreht sich das Rechteck, und bc sucht sich dem gedachten Strome des Solenoids parallel zu stellen. Es erfolgen demnach genau dieselben Erscheinungen wie bei Einwirkung eines linearen Stromes, der jedesmal mit dem nächstliegenden und desshalb wirksamsten Strome des Magnets gleiche Richtung hat.

§. 420.

Wirkung des Magnetpoles auf einen drehbaren Leiter. — Wenn (nach §. 409) der Leiter eines vertikalen Kreisstromes durch einen vertikalen linearen Strom, der nicht in seiner Ebene liegt, ein Drehungsmoment um eine vertikale Axe erfährt, bis beide Ströme in einer Ebene liegen, so erfährt auch der vertikale Leiter durch den Kreisstrom eine Einwirkung.

Fig. 338.

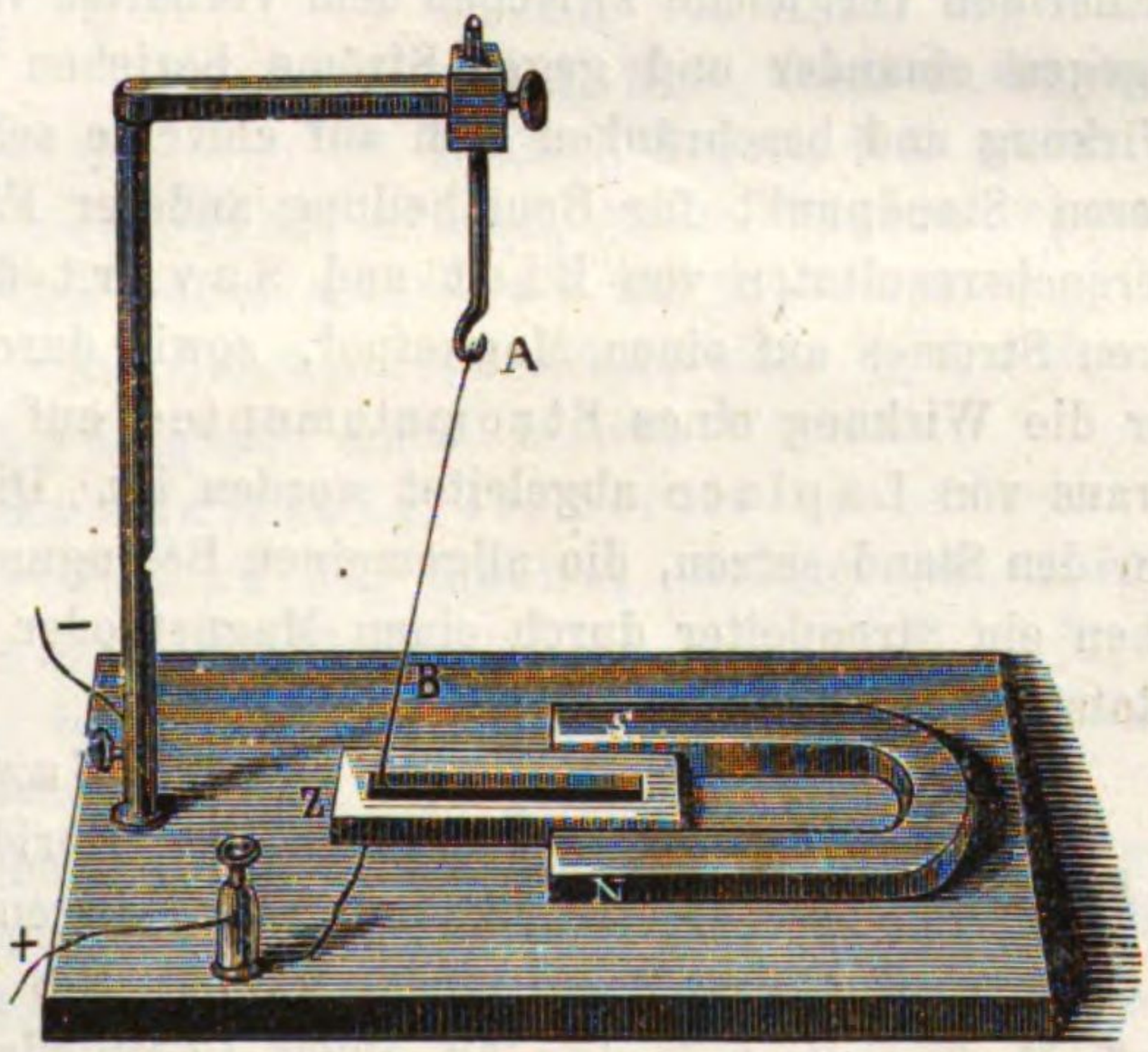
Denken wir uns ein Stromelement in der Axe eines (vertikalen) Kreisstromes und die Richtung des Stromes im Elemente der Ebene des Kreises parallel, so heben sich die Wirkungen der zu dem Elemente gekreuzten Theile des Kreisstromes gegenseitig auf, während die der parallelen Theile sich zu einer Parallelverschiebung summiren, deren Richtung in jedem besonderen Falle leicht ermittelt werden kann, da das Element der Anziehung des gleichgerichteten Parallelstromes folgt. Im Falle der Zeichnung z. B. erfolgt die Verschiebung nach der linken Seite einer Person, die im Strome schwimmt und den Kreis betrachtet. Verschiebt man das Element etwas seitlich, aufwärts oder abwärts, so ändert sich dadurch die Art der Wirkung nicht.

Die Pole eines Magnets müssen auf Stromelemente wie solche Kreisströme wirken. Um diess zu prüfen, nähert man der Seite *cd* unseres beweglichen Stromleiters (Fig. 322) den Nordpol eines Magnets von Osten her so, dass seine Längsaxe in der Ebene des Rechtecks bleibt. Dann weicht *cd* nach rechts (nördlich) aus, nach links (südlich) aber, wenn man den Südpol nähert.

§. 421.

Fig. 339 stellt einen hierauf gegründeten Stromunterbrecher dar. Der Leitungsdraht AB hängt vertikal und taucht mit dem unteren Ende in Quecksilber, wodurch der Strom geschlossen ist. Schiebt

Fig. 339.



man den hufeisenförmigen Magnet NS so weit herein, dass der Draht vor der Ebene der Pole hängt, so wird der Draht in den Magnet hineingezogen oder abgestossen, je nachdem der Strom von A nach B abwärts oder von B nach A aufwärts fliesst. In Folge dieser Bewegung kommt er aus dem Quecksilber heraus, und der Strom ist unterbrochen; dann fällt der Draht zurück, stellt dadurch den Stromschluss wieder her, und das Spiel setzt sich als pendelartige Bewegung fort. Da man sich indessen bei dieser Anordnung auch die inneren absteigenden Ströme der beiden Magnete massgebend denken kann, so bietet es theoretisches Interesse, den Versuch dadurch abzuändern, dass man die Polflächen zweier Linearmagnete auf beiden Seiten der Rinne, der Pendelebene parallel stellt.

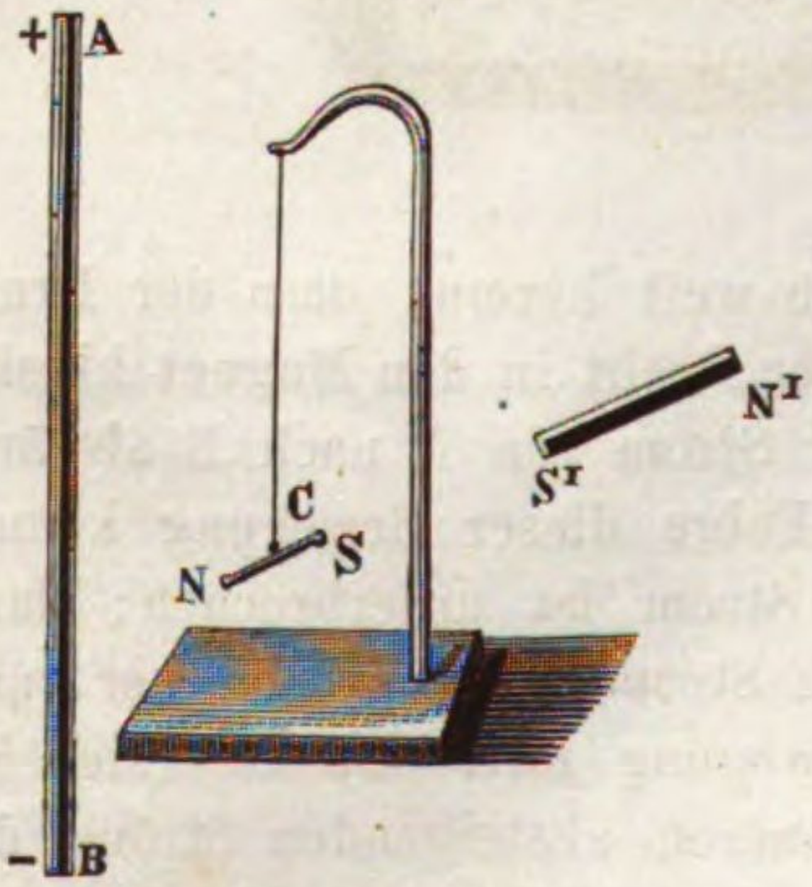
Wählt man statt des einfachen Leitungsdrahtes ein vertikales, sternförmig mit Spitzen versehenes Rad, welches um eine horizontale Axe drehbar ist, so kann der Impuls, welchen die erste eintauchende Spitze von den Magnetpolen erhält, stark genug sein, um das Rad bis zum Eintauchen der zweiten Spitze zu drehen. In diesem Falle setzt sich die Rotation mit Stromunterbrechung fort. Dieser Apparat heisst Barlow's Rad.

II. Gesetz von Biot und Savart.

§. 422.

Die bisherigen Vergleiche zwischen dem Verhalten von Solenoiden und Magneten gegen einander und gegen Ströme beziehen sich nur auf die Art der Wirkung und beschränken sich auf einzelne sehr einfache Fälle. Einen sicheren Standpunkt für Beurtheilung anderer Fälle gewinnt man aus den Versuchsresultaten von Biot und Savart über die Wirkung eines linearen Stromes auf einen Magnetpol, sowie durch das allgemeine Gesetz über die Wirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol, welches daraus von Laplace abgeleitet worden ist. Dieses Gesetz wird uns u. A. in den Stand setzen, die allgemeinen Bedingungen zu erkennen, unter welchen ein Stromleiter durch einen Magnet oder dieser durch den Strom in Rotation versetzt werden kann.

Fig. 340.

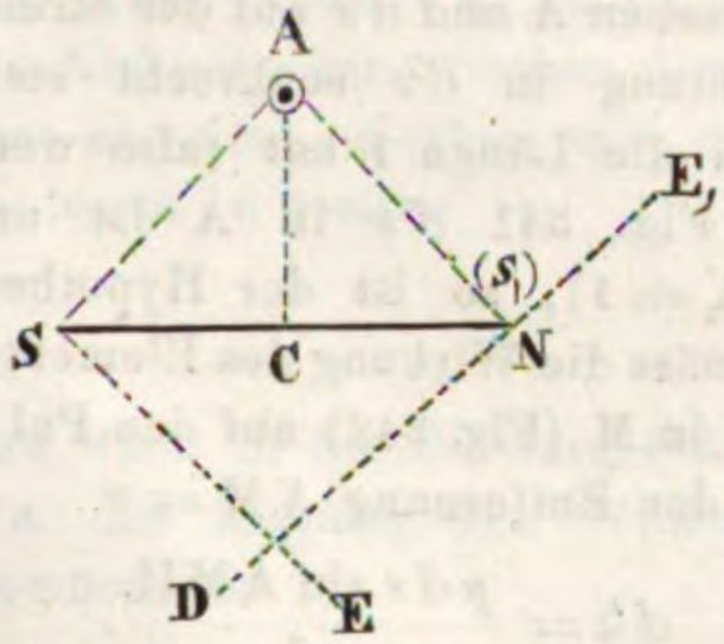


Biot und Savart hängten im magnetischen Meridian eines vertikalen, sehr langen Leitungsdrahtes einen Magnet NS von 20mm Länge an einem Coconfaden horizontal auf (Fig. 340) und näherten dem letzteren von Süden her einen zweiten Magnetstab S'N', welcher bestimmt war, die Einwirkung der Erde zu neutralisiren. In wieweit dieses gelungen ist, überzeugt man sich durch Beobachtung der Schwingungen des Magnets NS, deren Dauer mit zunehmender Neutralisirung immer mehr wachsen muss. Der Apparat war durch einen Glaskasten vor Luftzug geschützt.

Ging ein Strom durch den Draht AB, so stellte sich die Magnetnadel senkrecht zu dem Perpendikel, welches von C auf AB gefällt wird,

ins Gleichgewicht, so dass die gedachten Ströme des Magnets an der zugewendeten Seite dem Strome A B parallel liefen. Die Art der Drehung ist nach der Regel von Ampère leicht zu bemessen. Steigt z. B. der Strom im Drahte auf, so geht der Nordpol der Nadel nach Osten.

Fig. 341.



In dieser Gleichgewichtslage (Fig. 341) besteht die Gesammtwirkung des Leiters A auf den Nordpol N in einer (abstossenden) Kraft N D, auf den Südpol S in der gleich grossen Kraft S E. Der Winkel A N D ist noch zu bestimmen.

Denkt man sich eine zweite Nadel $S_1 N_1$ mit S N identisch und in gleichem Abstande vom Drahte A in N mit ihrem Südpole S_1 angelegt, so ist die Gesammtwirkung von A auf die vereinigten Pole N und S_1 Null, folglich die auf S_1 ausgeübte Kraft N E dem N D gleich und entgegengesetzt. Ist der Strom A nach allen Seiten symmetrisch, so wirkt er auf den Pol S ebenso wie auf S_1, so dass $\sphericalangle$ A S E = A S_1 E_1. Da nun aus dem Gleichgewicht folgt, dass $\sphericalangle$ A S E = A N D, so ist $\sphericalangle$ A N D = A N E_1 gleich einem rechten Winkel.

Die Gesammtwirkung des Stromes A auf einen Pol erfolgt somit senkrecht zu der Ebene, welche man durch den Pol und den Stromleiter A legt.

Dreht man den Magnet N S um 180°, so werden beide Pole angezogen und das Gleichgewicht ist labil.

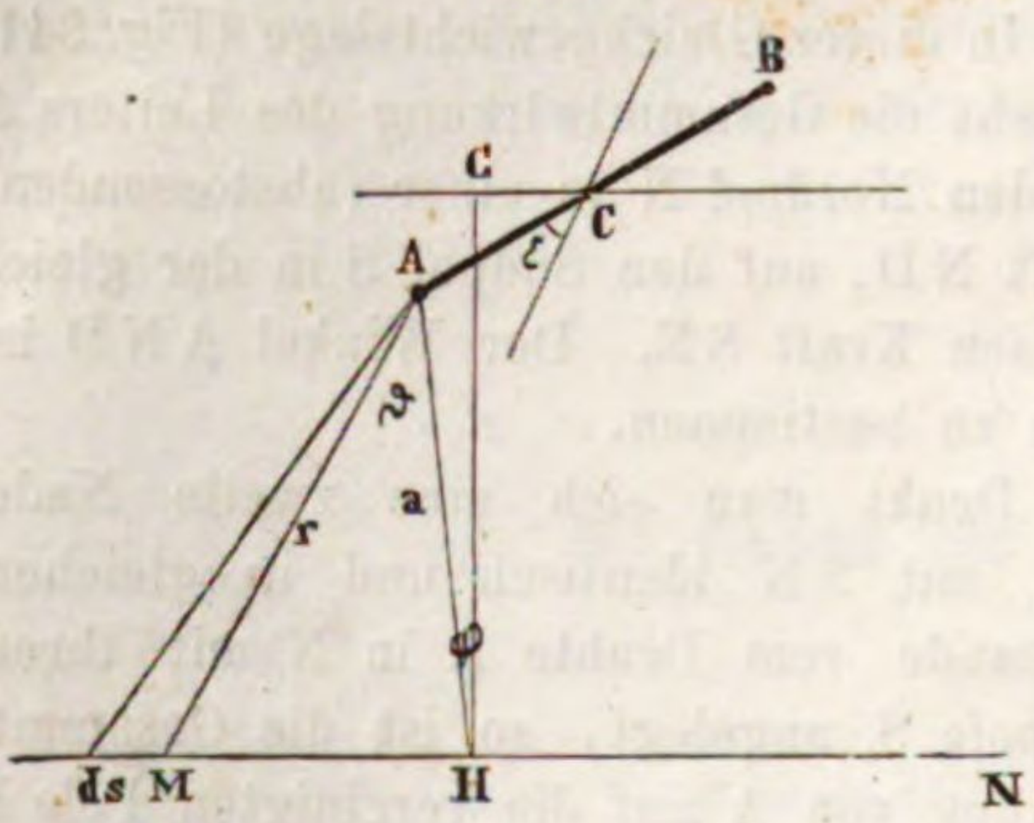
2) Aus den Resultaten von Schwingungsversuchen, welche Biot und Savart bei verschiedenen Abständen (A C) des Magnets von dem Strome angestellt haben, schliesst man, dass die Wirkung, welche ein geradliniger unendlicher Strom auf den Pol eines Magnets ausübt, dem Abstande des Poles von dem Stromleiter umgekehrt proportional ist. Wir kennen somit die Richtung dieser Kraft und ihre Abhängigkeit von der Entfernung.

§. 423.

Aus diesen Versuchen schloss Laplace, dass die Wirkung eines einzelnen Stromelementes auf einen Magnetpol senkrecht zu der Ebene erfolgt, welche durch das Element und den Pol gelegt ist, und dass sie dem Quadrate der Entfernung (r) des Poles vom Elemente umgekehrt proportional ist. Ausserdem ist sie dem Sinus des Winkels proportional, welche der Abstand r mit der Richtung des Stromes im Elemente bildet.

Legt man diese Hypothese über die Wirkung eines Elementes zu Grunde, so lässt sich in der That das in §. 422 Nr. 2 vorgetragene Gesetz ableiten.

Fig. 342.



Es sei μds die Kraft, welche ein Element ds (in welchem der Strom eine bestimmte Stärke hat) auf den Pol A eines Magnets ausübt, wenn die Verbindungsstrecke zwischen A und ds auf der Stromrichtung in ds senkrecht steht und die Länge 1 hat (also wenn in Fig. 341 ds in A ist und NA = 1), so ist der Hypothese gemäss die Wirkung des Elementes ds in M (Fig. 342) auf den Pol A in der Entfernung AM = r

$$dk = \frac{\mu ds \sin AMH}{r^2}.$$

Ist AH = a senkrecht auf dem Stromleiter MN, und $\vartheta = \sphericalangle$ HAM, so ist $\sin AMH = \frac{a}{r}$, und $\frac{1}{2} a ds$ die Fläche des elementaren Dreieckes von der Basis ds, welche auch durch $\frac{1}{2} r^2 d\vartheta$ ausgedrückt werden kann. Substituirt man dieses, so wird

$$dk = \frac{\mu a ds}{r^3} = \frac{\mu r^2 d\vartheta}{r^3} = \frac{\mu d\vartheta}{r}.$$

Behufs der Integration ist noch r als Funktion von ϑ darzustellen, und da

$$r = \frac{a}{\cos \vartheta},$$

folgt

$$dk = \frac{\mu \cos \vartheta d\vartheta}{a}.$$

Für einen unendlichen Leiter hat ϑ alle Werthe zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$ und man erhält

$$k = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\mu \cos \vartheta d\vartheta}{a} = \frac{2\mu}{a},$$

was nachzuweisen war.

Diese Kraft steht senkrecht auf der Ebene MAH, da sie sich aus lauter senkrechten Componenten summirt.

§. 424.

Wir wollen nun für einen einfachen Fall das Moment des Paares suchen, welches die Magnetnadel, sobald sie um einen Winkel ε aus

ihrer Gleichgewichtslage (gegenüber dem Strom) abgelenkt ist, dahin zurückzuführen sucht; ferner die Kraft, welche die Nadel gegen den Strom hinzieht.

Denken wir uns den Strom MN horizontal und den Magnet AB, dessen Drehpunkt C in der durch den Strom gelegten Vertikalebene liegt, nur in horizontaler Ebene drehbar, dann enthält das in G rechtwinkelige Dreieck AGH bei H den Winkel φ, um welchen die Ebene AMN von der Vertikalen abweicht, und dieser Winkel ist im Falle der Anziehung zugleich derjenige, um welchen die Richtung der zwischen dem Strome und Pole thätigen Kraft unter den Horizont abweicht. Zerlegt man dieselbe in eine horizontale und vertikale Componente, so ist erstere

$$\frac{2\mu}{a}\cos\varphi$$

und wirkt in der Richtung GA nach vorne. Da sie demnach mit der Richtung CA des Magnets den Winkel ε bildet, so gibt sie senkrecht zu AB die Componente

$$\frac{2\mu}{a}\cos\varphi\sin\varepsilon$$

ab. Eine gleich grosse Componente erhält man bei dem Südpole B in entgegengesetzter Richtung. Somit wird, wenn $2l$ die Länge des Magnets ist,

$$\frac{4l\mu}{a}\cos\varphi\sin\varepsilon$$

das Moment des Drehungspaares bei der Abweichung ε. Dieses führt die Nadel nach der zu MN rechtwinkeligen Gleichgewichtslage hin, in welcher das Moment Null wird, während es in der Parallellage CG seinen grössten Werth hat.

Ausserdem wirken zwei Kräfte von der Grösse

$$\frac{2\mu}{a}\sin\varphi$$

vertikal abwärts und können mittelst der Waage nachgewiesen werden. Der Winkel φ ist immer durch die Länge der Nadel, den Abstand a und den Ablenkungswinkel ε bestimmt, nämlich

$$\sin\varphi = \frac{l}{a}\cos\varepsilon.$$

Somit ist auch die Stärke der Anziehung von der Lage der Nadel abhängig und ein Maximum in der Gleichgewichtslage ($\varepsilon = 0$), welches die Grösse hat

$$\frac{2\mu l}{a_1^2},$$

wobei noch l, a_1, und $GH = h$ durch die Gleichung

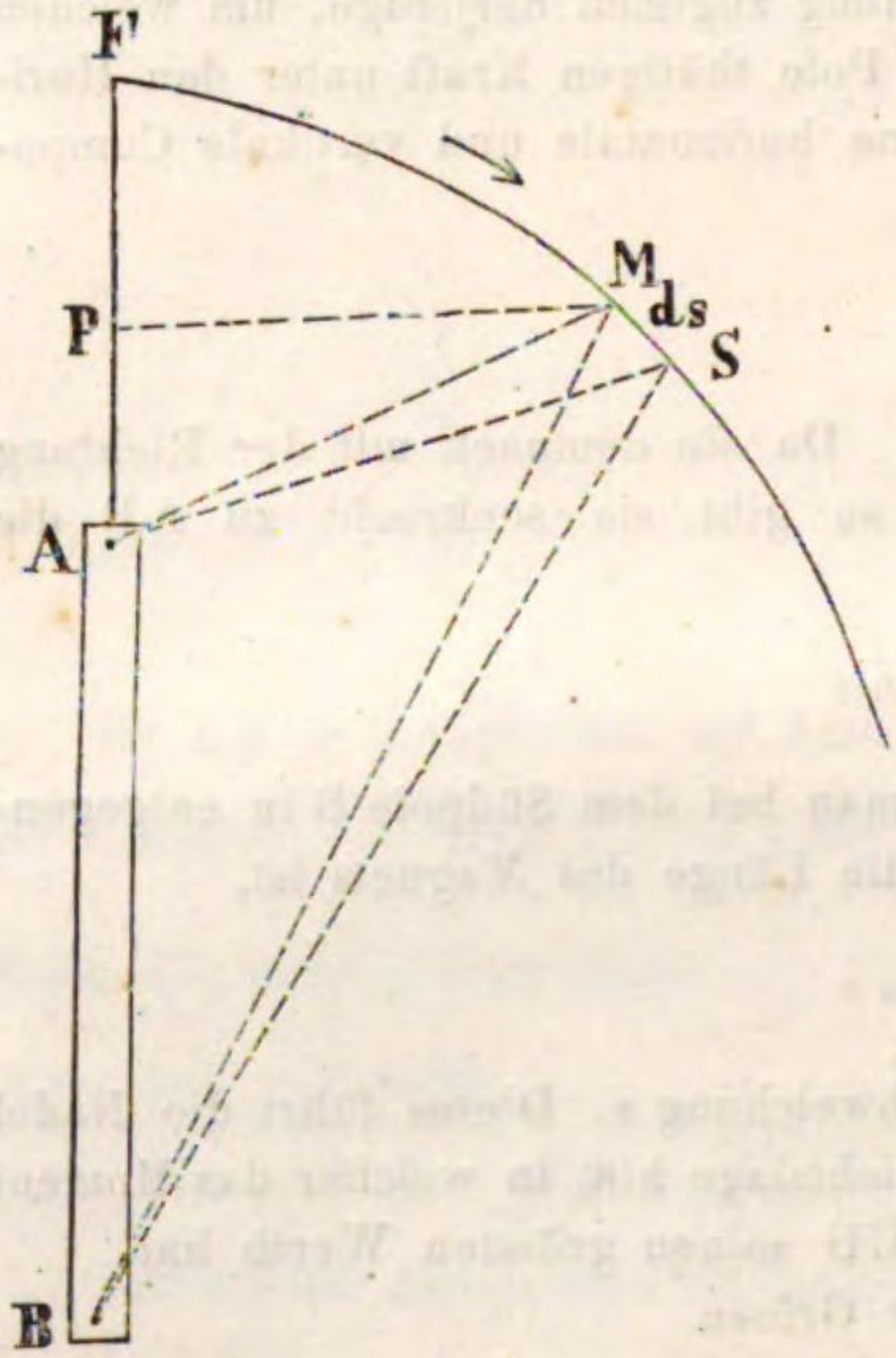
$$a_1 = \sqrt{h^2 + l^2}$$

verbunden sind. Ist l klein gegen h, so verhalten sich demnach die Anziehungen umgekehrt wie die Quadrate der Mittelpunktsabstände.

§. 425.

Rotation eines Stromleiters um einen Magnet. — Untersuchen wir nun mit Hülfe des Gesetzes von Biot und Savart, unter welcher Bedingung Rotation eines Stromleiters um einen Magnet möglich ist. Dabei setzen wir der Einfachheit wegen voraus, dass alle Theile des Stromes mit der Axe des Magnets in einer Ebene liegen.

Fig. 343.



Das Stromelement ds in M (Fig. 343) erfährt durch den Nordpol A einen Antrieb senkrecht zur Ebene der Zeichnung, der z. B. bei absteigendem Strom nach vorne gerichtet ist, vom Südpol hingegen einen Antrieb in entgegengesetzter Richtung.

Der erste Antrieb hat die Grösse

$$\frac{\mu\, ds \sin w_1}{r_1^2},$$

der Antrieb des Südpols B hingegen ist

$$\frac{-\mu\, ds \sin w_2}{r_2^2},$$

wobei $r_1 = AM$, $r_2 = BM$, $w_1 = \sphericalangle SMA$ und $w_2 = \sphericalangle SMB$ ist.

Wie oben lassen sich zwei Werthe für die Flächen df_1 und df_2 der Dreiecke AMS, BMS finden. Einmal ist

$$df_1 = \frac{1}{2} r_1\, ds \sin w_1,\quad df_2 = \frac{1}{2} r_2\, ds \sin w_2.$$

Führt man die in gleichem Sinne der Drehung von der Axe FB aus gezählten Winkel $FAM = \vartheta_1$ und $FBM = \vartheta_2$ ein, so ist $\sphericalangle MAS = d\vartheta_1$ und $\sphericalangle MBS = d\vartheta_2$, und

$$df_1 = \frac{1}{2} r_1^2\, d\vartheta_1,\quad df_2 = \frac{1}{2} r_2^2\, d\vartheta_2.$$

Durch Gleichsetzen dieser Flächenwerthe wird

$$\frac{ds \sin w_1}{r_1^2} = \frac{d\vartheta_1}{r_1},\quad \frac{ds \sin w_2}{r_2^2} = \frac{d\vartheta_2}{r_2},$$

und die elementaren Kräfte werden:

$$dk_1 = \frac{\mu\, d\vartheta_1}{r_1},\quad dk_2 = \frac{\mu\, d\vartheta_2}{r_2}.$$

Ihre Differenz $(dk_1 - dk_2)$ dreht das Element bei absteigendem Strom nach vorn, und zwar an dem Arme MP, welcher die Werthe $r_1 \sin \vartheta_1$ und $r_2 \sin \vartheta_2$ hat.

Somit ist das nach vorne resultirende Drehungsmoment des Elementes:

$$dm = \mu\,(\sin \vartheta_1\, d\vartheta_1 - \sin \vartheta_2\, d\vartheta_2).$$

Daraus wird durch Integration zwischen den Grenzwerthen α_1, β_1 und α_2, β_2 das Drehungsmoment des Leiters:

$$m = \mu\,[(-\cos\beta_1 + \cos\alpha_1) - (-\cos\beta_2 + \cos\alpha_2)]$$

oder

$$m = \mu\,[(\cos\beta_2 - \cos\beta_1) + (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)]$$

erhalten.

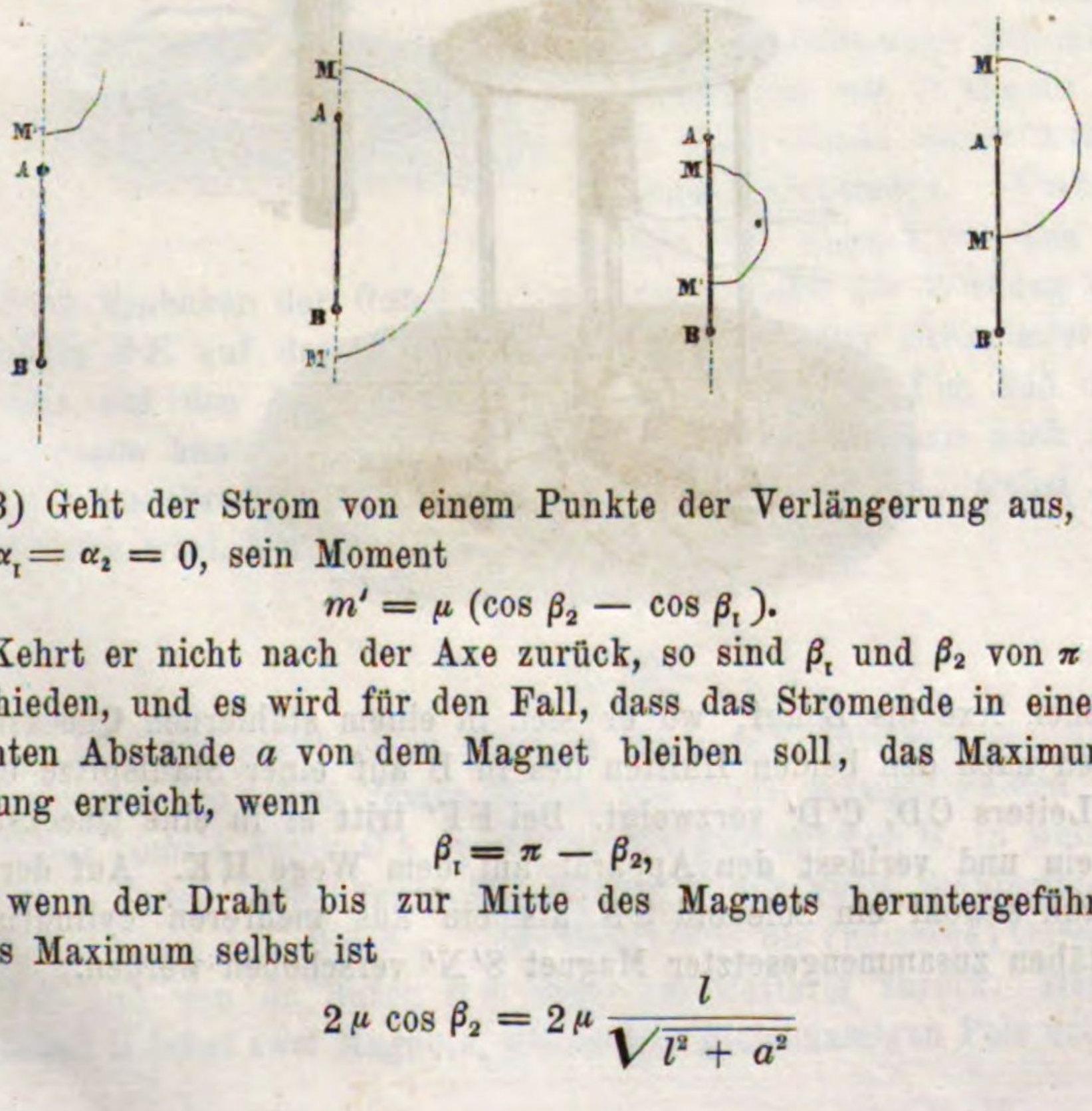
Hieraus folgt:

1) Dass ein Strom, welcher von einem Punkte der Axenverlängerung AF ausgeht ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$), nicht um einen Magnet rotiren kann, wenn zugleich sein Ende in dieser Verlängerung liegt ($\beta_1 = \beta_2 = 0$) (Fig. 344), oder wenn sein Ende in der Verlängerung von AB über B hinaus liegt ($\beta_1 = \beta_2 = \pi$) (Fig. 345).

Eben so wenig erfolgt Rotation, wenn der Strom von einem Punkte der Axe AB selbst ausgeht und in einem solchen Punkte schliesst, weil hier $\alpha_1 = \pi$, $\alpha_2 = 0$, $\beta_1 = \pi$, $\beta_2 = 0$ (Fig. 346).

2) Hingegen ist Rotation möglich, wenn der bewegliche Strom von einem Punkte der Verlängerung wie F (Fig. 343) ausgeht und in die Axe AB selbst zurückkehrt ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0$; $\beta_1 = \pi$, $\beta_2 = 0$). Sein Drehungsmoment ist dann $= 2\mu$ (Fig. 347).

Fig. 344. Fig. 345. Fig. 346. Fig. 347.



3) Geht der Strom von einem Punkte der Verlängerung aus, so ist, weil $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, sein Moment

$$m' = \mu\,(\cos\beta_2 - \cos\beta_1).$$

Kehrt er nicht nach der Axe zurück, so sind β_1 und β_2 von π und 0 verschieden, und es wird für den Fall, dass das Stromende in einem bestimmten Abstande a von dem Magnet bleiben soll, das Maximum der Wirkung erreicht, wenn

$$\beta_1 = \pi - \beta_2,$$

d. h. wenn der Draht bis zur Mitte des Magnets heruntergeführt ist. Dieses Maximum selbst ist

$$2\mu\cos\beta_2 = 2\mu\,\frac{l}{\sqrt{l^2 + a^2}}$$

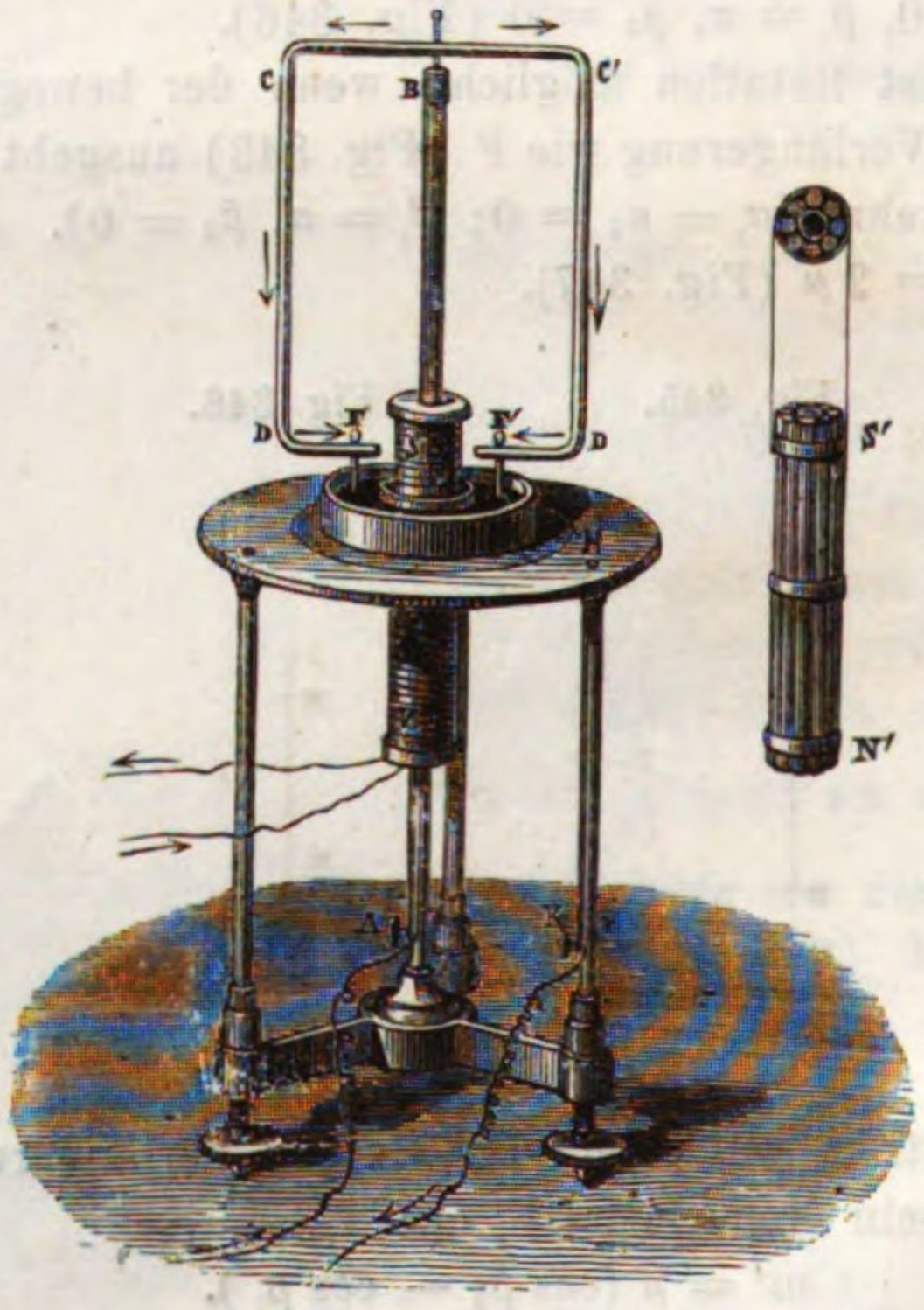
(l die halbe Länge des Magnets) und demnach um so grösser, je mehr sich das Ende des Leiters dem Magnet nähert ($a = 0$).

Auch ergibt sich, dass das Drehungsmoment gleich gross ist, ob man den Leiter im Abstand a bis zum Niveau des Nordpols oder bis zu dem des Südpols hinabführt.

§. 426.

Diese theoretischen Resultate werden experimentell sowohl für einen Magnet als für ein Solenoid mittelst eines von Jamin angegebenen Apparates (Fig. 348) bestätigt. Der Strom tritt bei A ein, steigt in der

Fig. 348.

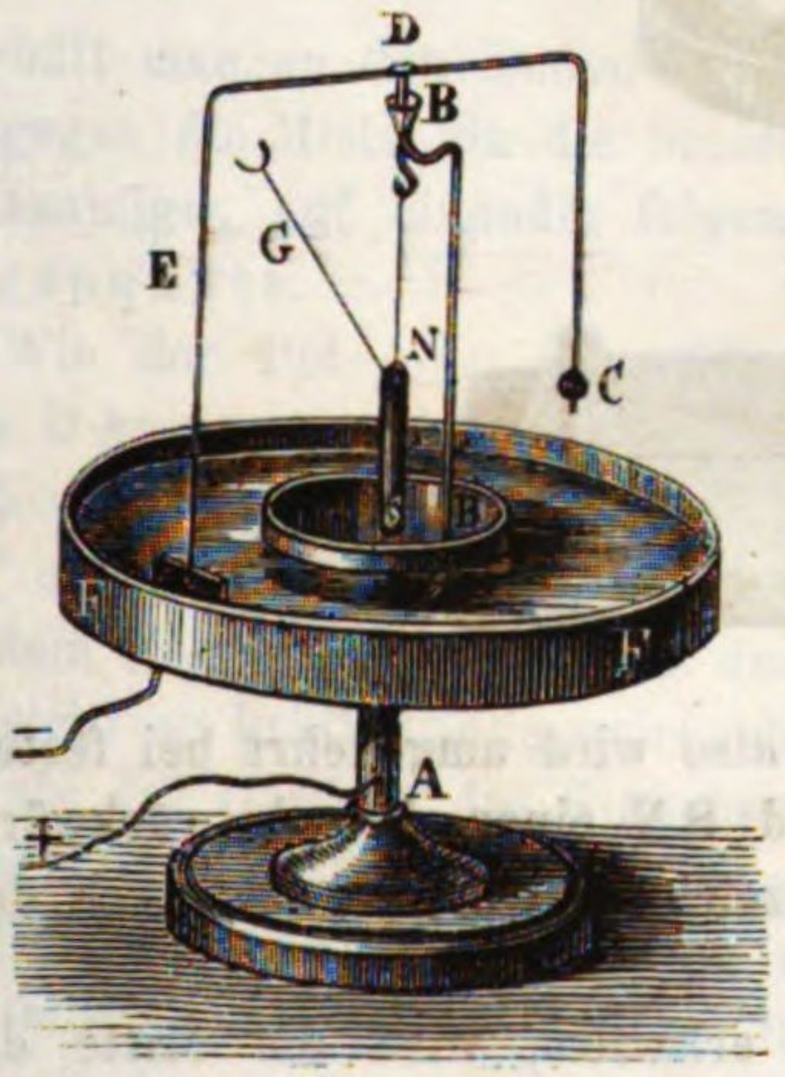


metallenen Axe bis B auf, wo er sich in einem stählernen Quecksilbernäpfchen nach den beiden Hälften des in B auf einer Stahlspitze balancirten Leiters CD, C'D' verzweigt. Bei FF' tritt er in eine Quecksilberrinne ein und verlässt den Apparat auf dem Wege HK. Auf der Axe AB kann sowohl ein Solenoid SN als ein aus mehreren cylindrischen Stahlstäben zusammengesetzter Magnet S'N' verschoben werden.

§. 427.

Rotation eines Magnets. — Ist unter den beschriebenen Umständen der Stromleiter fest und der Magnet beweglich, so rotirt dieser um die ihm dargebotene Axe, welche entweder seine eigene sein oder auch ausserhalb liegen kann. Sehr belehrend ist in dieser Beziehung ein von Ampère angegebener Apparat (Fig. 349). Hier steigt der Strom durch die Axe A auf, in deren Verlängerung der Magnet SN an einem Faden hängt. Der Strom biegt seitlich aus, strömt durch den unbeweglichen Leiter BB in den beweglichen Draht DE, dessen Ende eine in angesäuertes Wasser eintauchende Metallplatte bildet. An dem Magnet ist eine leichte Gabel angebracht, mittelst deren er mit dem Leiter DE verbunden werden kann.

Fig. 349.



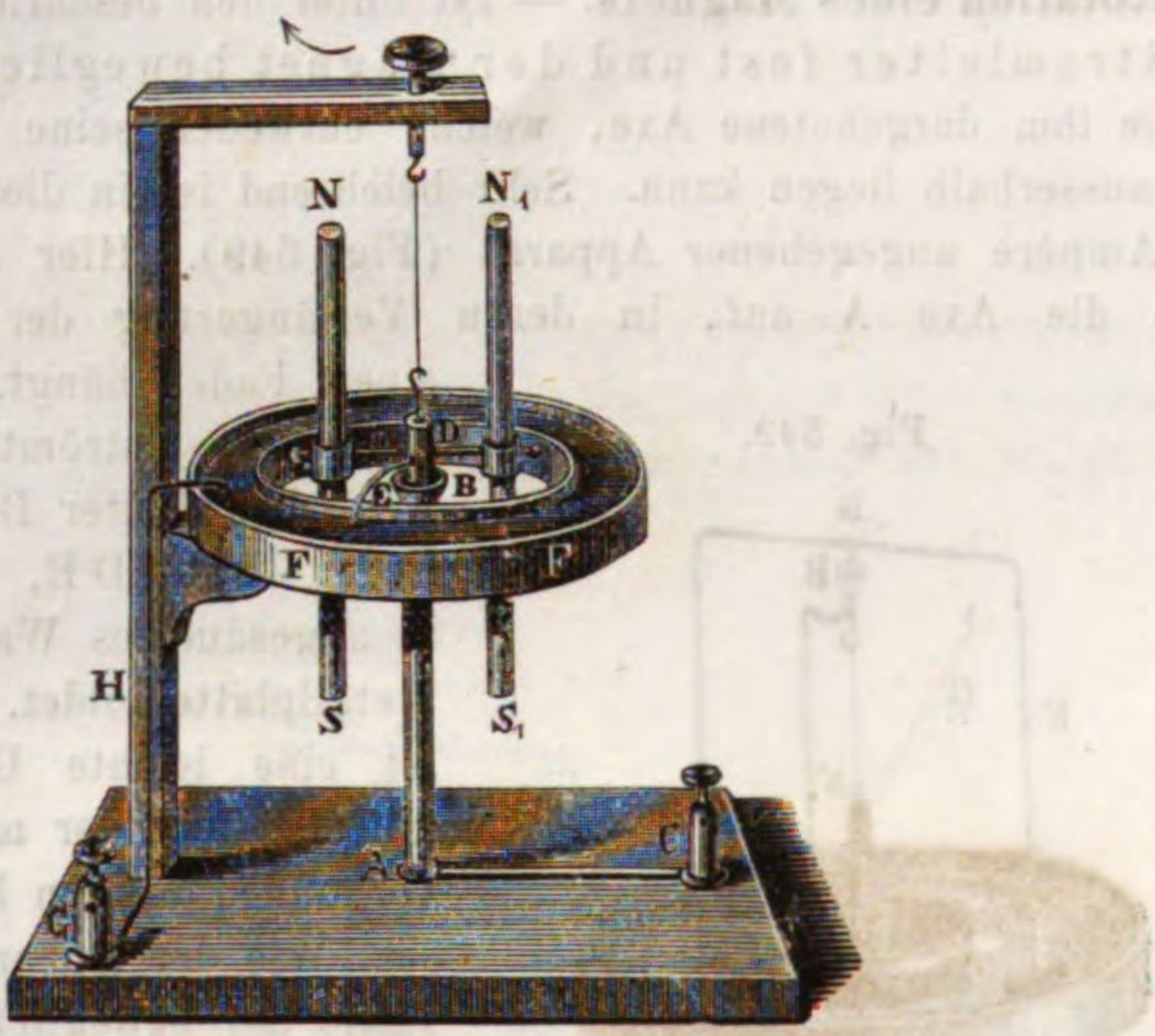
Wie der Apparat abgebildet ist, rotirt der bewegliche Leiter DE um den Magnet; der Magnet aber bleibt in Ruhe, weil er sich ganz innerhalb eines geschlossenen Stromkreises befindet, der von D abgeht und bei A in einen Punkt seiner Axenverlängerung zurückkehrt. Verbindet man nun den Magnet mit dem Leiter DE durch Einhaken der Gabel G, so wird dadurch die Wirkung des Stromleiters DE auf den Magnet ausgeschlossen. Der Stromleiter BB wirkt nicht auf den Magnet, weil er denselben wie in Fig. 345 umschliesst. Hingegen kann der von der Platte durch die Batterie nach A führende Theil des Stromes den Magnet zur Rotation bringen, wobei DE mitgenommen wird, bis G an BB anschlägt.

§. 428.

Fig. 350 stellt einen Apparat dar, mit welchem die Rotation von Magneten um einen festen Strom (als Axe) gezeigt werden kann. Der Strom kommt durch CA in das Quecksilbernäpfchen B, in welches der an einem Faden aufgehängte Metallbügel D mit einer Stahlspitze eintaucht. Dann fliesst derselbe durch den Draht E in die (hölzerne) Quecksilberrinne FF und von da durch HG nach der Batterie zurück. Der hangende Bügel D trägt zwei Magnete, welche ihre gleichnamigen Pole nach derselben

Seite kehren und desshalb von dem Strom A B in gleichem Sinne gedreht werden. Nach unserer obigen Betrachtung würde der Strom C A B von

Fig. 350.



dem Magnet S'N' nach hinten getrieben, also wird umgekehrt bei festem Strome, S'N' nach vorne gehn, während S N einen Impuls rückwärts erhält. Letztere Wirkung wird in der gezeichneten Lage noch durch den abwärts gehenden Strom H G verstärkt.

Um das Maximum der Wirkung zu erhalten, wird die Mitte der Magnete gleich hoch mit dem Ansatz der Fortleitung E gestellt.

In diesem einfachen Falle erhält man auch Aufschluss über den Sinn der Drehung, wenn man die Wirkung der horizontalen Kreisströme, aus denen man sich die Magnete zusammengesetzt denkt, auf den vertikal aufsteigenden Strom nach §. 420 erwägt.

III. Magnetische Influenz.

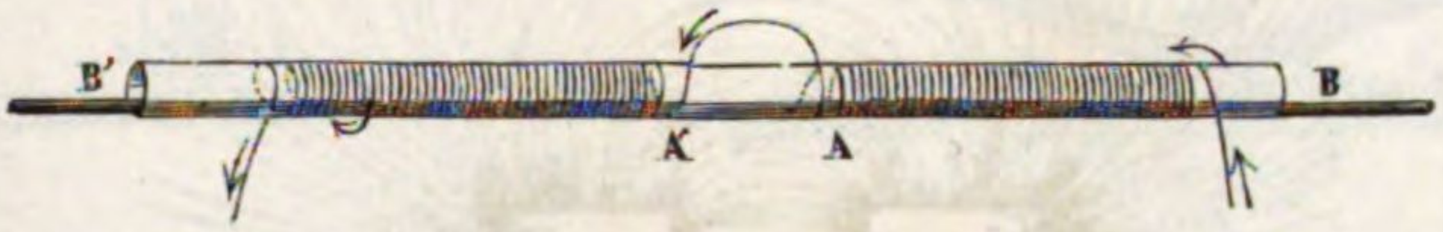
§. 429.

Nähert man ein Stück weiches Eisen dem Pole eines Solenoids, so entstehen in dem Eisen ebenfalls zwei Pole, von welchen der zugewendete dem Solenoidpole entgegengesetzt, der abgewendete gleichnamig ist, und die beiden Körper ziehen sich an. Es erfolgt also hier eine ganz analoge

Vertheilung des Magnetismus wie bei vollständiger Einführung des Eisenstabes in das Solenoid. Bei Stahlstäben ist die Influenz schwächer.

Windet man einen Stromleiter spiralförmig um den einen Theil eines Stahlstabes in entgegengesetztem Sinne wie um den anderen (Fig. 351),

Fig. 351.



so erhält man an den Enden des Stabes gleichnamige Pole B B' (Südpole) und gegen die Mitte hin die beiden Nordpole A A' neben einander. Solche gleichnamige, auf einander folgende Pole eines Stahlmagnets nennt man Folgepunkte.

Wie der Pol eines Solenoids verhält sich ein Magnetpol A einem Stabe B A' von weichem Eisen gegenüber (Fig. 352). Bei Annäherung des Nordpols A an B entsteht in B ein Südpol, welcher A anzieht, und in A' ein Nordpol; ein zweites Stäbchen weiches Eisen, welches man nun dem Pole A' nähert, wird durch diesen Influenzmagnetismus zweiter Art leicht so kräftig influenzirt, dass die magnetische Anziehung stärker wird als das Gewicht des Stäbchens. Auf diese Weise kann man fortfahren, kleinere Stäbchen anzuhängen.

Durch solche secundäre Influenz erklären sich auch die Bärte von Eisenfeilspähnen, welche sich an die Pole eines Magnets anlegen, den man in Eisenfeile wälzt, sowie der in Fig. 352 dargestellte Versuch, wo der Stab B A von weichem Eisen bei Annäherung des Magnetpoles A die auf dem Tischchen liegenden Eisenfeilspähne emporzieht.

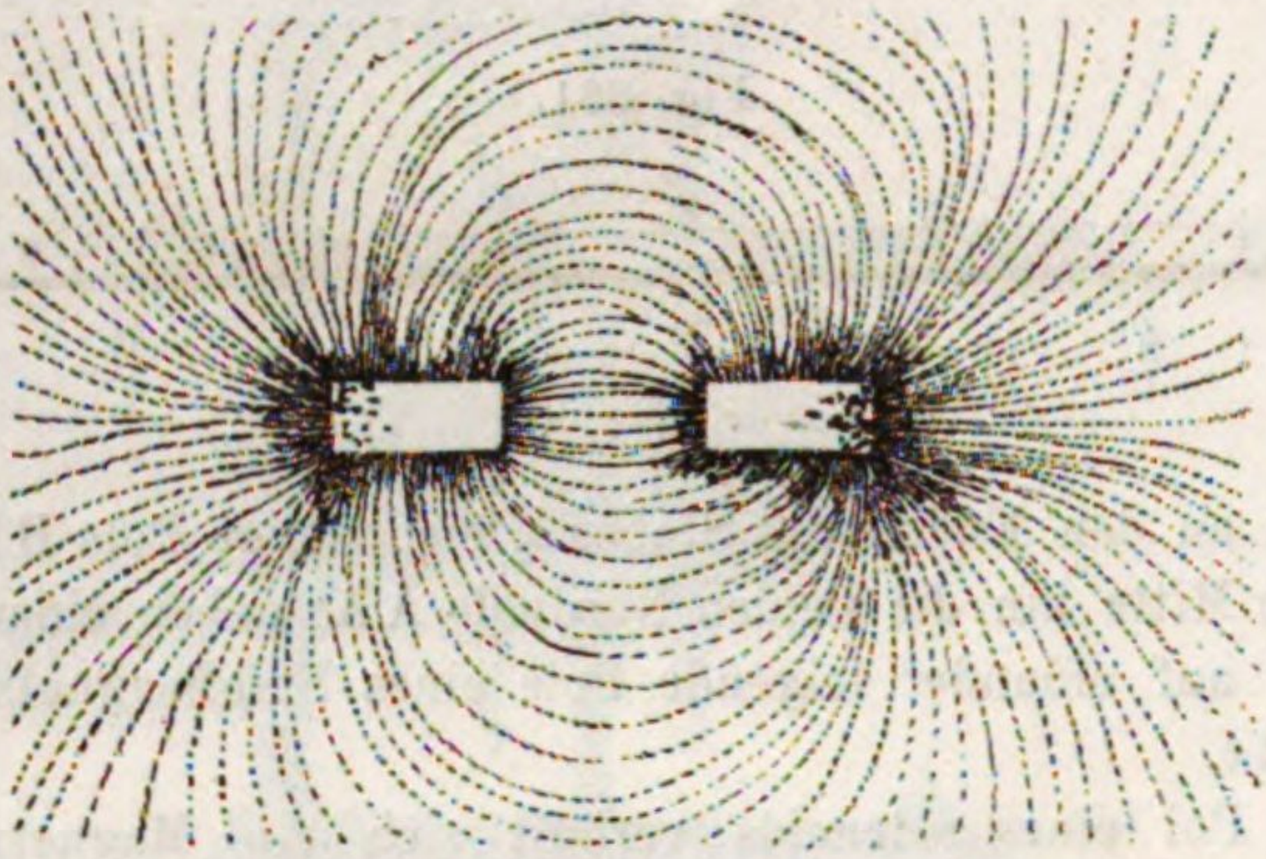
Fig. 352.

Die magnetische Influenz erfolgt auch durch neutrale Körper hindurch, z. B. durch Glastafeln, Kartenblätter u. dgl. Bestreut man eine solche Tafel gleichmässig mit Eisenfeile und nähert von unten die beiden Pole eines hufeisenförmigen Magnets bis zur Berührung, so ordnet sich die Eisenfeile nach dem Bilde in Fig. 353 an.

Da ein Solenoid ebenso wie ein Magnet seine Axe senkrecht zu einem Stromleiter stellt und in dieser Stellung angezogen werden kann, so werden auch die leicht beweglichen Solenoide, aus welchen wir uns das Eisen zusammengesetzt denken, in der Nähe eines Stromleiters Drehungen machen. In

der That werden Feilspähne in der nächsten Umgebung eines Leitungsdrahtes magnetisch und legen sich an den Draht an. Diese Theilchen

Fig. 353.



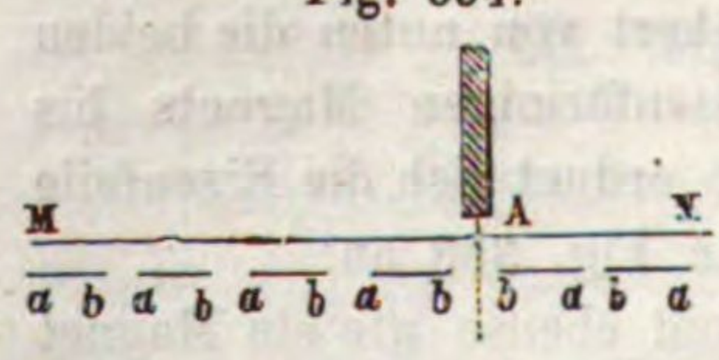
wirken wieder durch Influenz auf andere, so dass sich der Leitungsdraht in Eisenfeile einhüllt, welche mit dem Aufhören des Stromes abfällt.

IV. Magnetisirung.

§. 430.

Magnetisirung durch Streichen. — Ein Stahlstab wird magnetisch, wenn man ihn der Influenz eines anderen Magnets aussetzt. Sind dabei der Stab und der Magnet in relativer Ruhe, so vollzieht sich die Magnetisirung schwach und langsam. Rascher und stärker wird der Magnetismus entwickelt, wenn man mit dem Magnetpole A (Fig. 354) über den Stab hinstreicht. Setzt man in M an und hört in N auf, so wird M der gleichnamige, N der entgegengesetzte Pol von A. Folgepunkte, die sich etwa anfangs beim Bestreichen bilden, verschwinden bei Fortsetzung des Verfahrens. Sie treten um so leichter auf, je grösser die Länge des Stabes im Verhältniss zu seinem Querschnitt ist, z. B. bei Stricknadeln. Schiebt man die Combination von zwei entgegengesetzten

Fig. 354.



Magnetpolen (Fig. 355), welche durch ein unmagnetisches Zwischenstück getrennt sind, auf dem Stabe hin und her, so wird er ebenfalls magnetisch, und zwar tritt in M der mit A gleichnamige Pol auf.

Fig. 355.

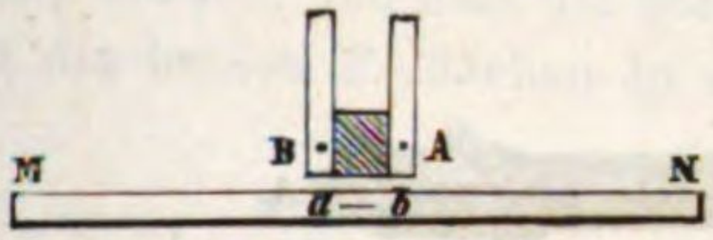
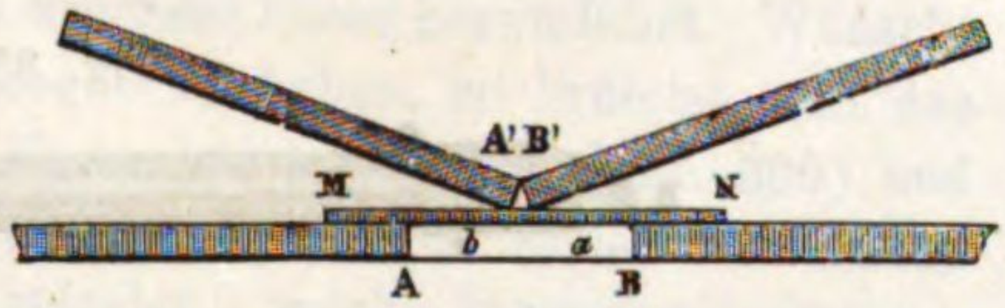


Fig. 356.



Aepinus legte den zu magnetisirenden Stahlstab MN (Fig. 356) auf die entgegengesetzten Pole (A, B) zweier Magnete auf und strich mit den combinirten Polen A', B' zweier Magnete, die durch ein Holzkeilchen getrennt und um c. 20° gegen MN geneigt waren, auf diesem Stabe hin und her; oder er führte auch jeden der beiden Pole getrennt von der Mitte nach dem Ende zu. Wo der streichende Magnetpol den gestrichenen Magnet verlässt, erhält dieser den entgegengesetzten Pol wie in Fig. 354.

§. 431.

Magnetisirung durch die Erde. — Nähert man einen Stab von weichem Eisen, auf welchen keine magnetische Influenz einwirkt, abwechselnd dem einen oder anderen Pole einer Magnetnadel, so findet in beiden Fällen Anziehung statt und zwar in Folge der Influenz der Nadel auf den Eisenstab.

Stellt man nun einen solchen Stab von weichem Eisen einer Magnetnadel parallel, welche in ihrem Schwerpunkte aufgehängt ist (dieselbe senkt unter 49° nördl. Breite im magnetischen Meridian ihre nördliche Spitze c. 67° unter den Horizont), so verhält sich auch der Eisenstab wie ein Magnet. Sein nördliches (unteres) Ende stösst den Nordpol einer Magnetnadel ab, sein südliches (oberes) den Südpol.

Es ist die magnetische Influenz der Erde, welche diese Wirkung hervorbringt.

Härtet man den Eisenstab in dieser Lage, was durch Drehen, Ziehen, Hämmern geschehen kann, so bleiben die Solenoide in der Lage fixirt, in welche sie durch die Influenz der Erde gebracht wurden, und der Eisenstab zeigt bleibenden Magnetismus.

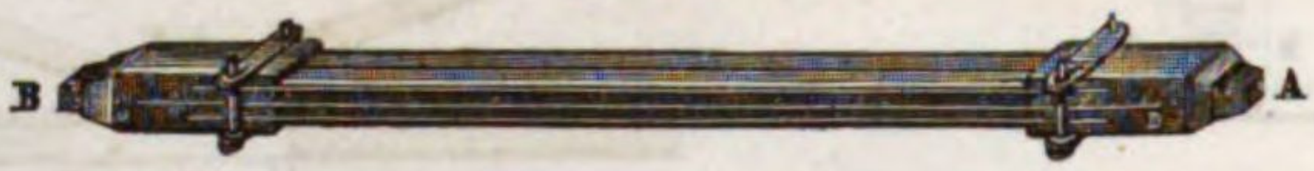
§. 432.

Armaturen. — Legt man, um stärkere Magnete zu erhalten, mehrere einzelne Magnete mit gleichnamigen Polen auf einander, so schwächen sie sich gegenseitig durch Influenz, die Kraft wird allmählig schwächer, und

nimmt man das Bündel nach einiger Zeit aus einander, so zeigt sich, dass die mittleren Stäbe ihren Magnetismus zum grössten Theil verloren haben.

Um diess zu vermeiden, schiebt man jedes der beiden Polenden in ein Stück weiches Eisen (Fig. 357) ein, welches hiefür geeignete Ein-

Fig. 357.



schnitte besitzt, und lässt die mittleren Magnetstäbe über die äusseren vorstehen. Dann hat man an den Enden A und B die Gesammtwirkung der Influenz, welche die Eisenstücke (Armaturen) von den Magneten erfahren.

Fig. 358 stellt einen Magnet dar, welcher aus mehreren in Hufeisenform gebogenen Stahllamellen besteht und mit einem Anker versehen ist. Dieser Anker besteht in einem Stücke weichen Eisens, welches vermöge magnetischer Anziehung an den beiden Polen anliegt und einen Haken zum Anhängen von Gewichten darbietet. Durch diesen Anker wird die Tragkraft eines Magnets weit über das Doppelte derjenigen Tragkraft gesteigert, welche ein einzelner Pol für sich besitzt.

Fig. 358.

Fig. 359.

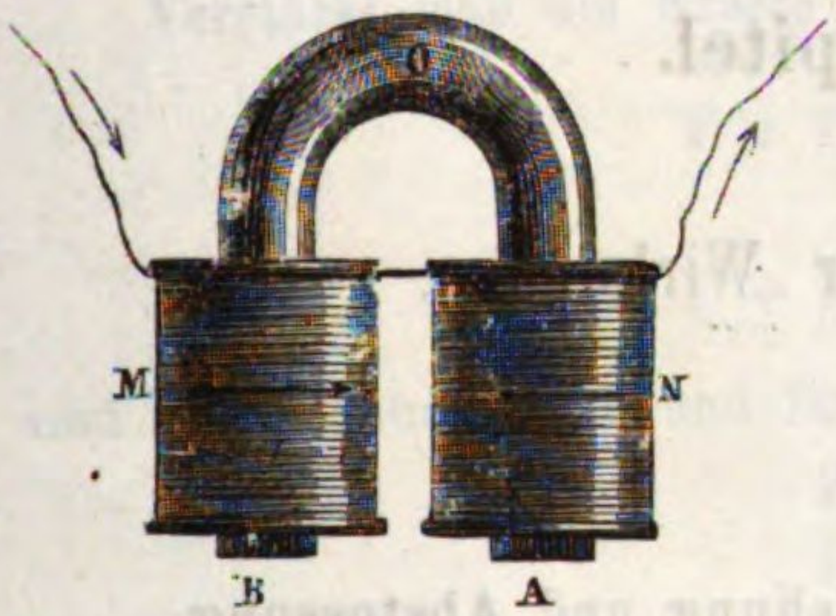
Fig. 359 zeigt einen armirten natürlichen Magnet, dessen beide Pole durch Anlegen der Eisenplatten A A', B B' abwärts verlegt und ebenfalls mit dem Anker versehen sind.

Man kann die Tragkraft eines Magnets insofern steigern, als er, heute mit so viel Gewicht belastet, als er eben zu tragen vermag, doch morgen noch eine kleine Zulage verträgt, am folgenden Tage eine weitere u. s. f. Wurde aber auf diese Weise die Grenze erreicht, bei welcher der Anker abreisst, so findet man hernach die Tragkraft wieder auf den anfänglichen Werth reducirt.

§. 433.

Magnetisirung durch den electrischen Strom. — Die dauernde Tragkraft der kräftigsten Stahlmagnete steigt nicht über 250 Kilogramm. Unvergleichlich grössere Wirkungen können durch den electrischen Strom erzielt werden, den man um Stäbe von weichem Eisen herumführt. Wünscht man die beiden Polflächen in einer Ebene zu haben, so krümmt man das Eisen hufeisenförmig (Fig. 360) und umgibt die beiden Enden mit Drahtspiralen, welche entgegengesetzt gewunden sind und dem electrischen Strome als Leiter dienen sollen. Eine solche Vorrichtung heisst ein Electromagnet. Seine Tragkraft ist von seinem Gewichte, seinen Dimensionen und der Stärke des electrischen Stromes abhängig, welcher durch die Spirale geht und ist bis über 1000 Kil. gesteigert worden.

Fig. 360.



Ein Stahlstab kann durch den electrischen Strom dauernd magnetisirt werden, wenn man die ihn umgebende, vom Strome durchflossene Spirale kurze Zeit hindurch von einem Ende des Stabes zum andern führt und dann den Strom unterbricht. Bei hufeisenförmigen Stahllamellen und Combinationen derselben verwendet man zwei Spiralen von entgegengesetzten Windungen und führt sie gemeinschaftlich auf und nieder.

In allen diesen Fällen ist es günstig, während der Magnetisirung den Polen Stücke von weichem Eisen vorzulegen und die Hufeisenmagnete mit ihren Ankern zu versehen.

Zweites Kapitel.

Messung magnetischer Wirkungen.

I. Gesetz der magnetischen Anziehung und Abstossung.

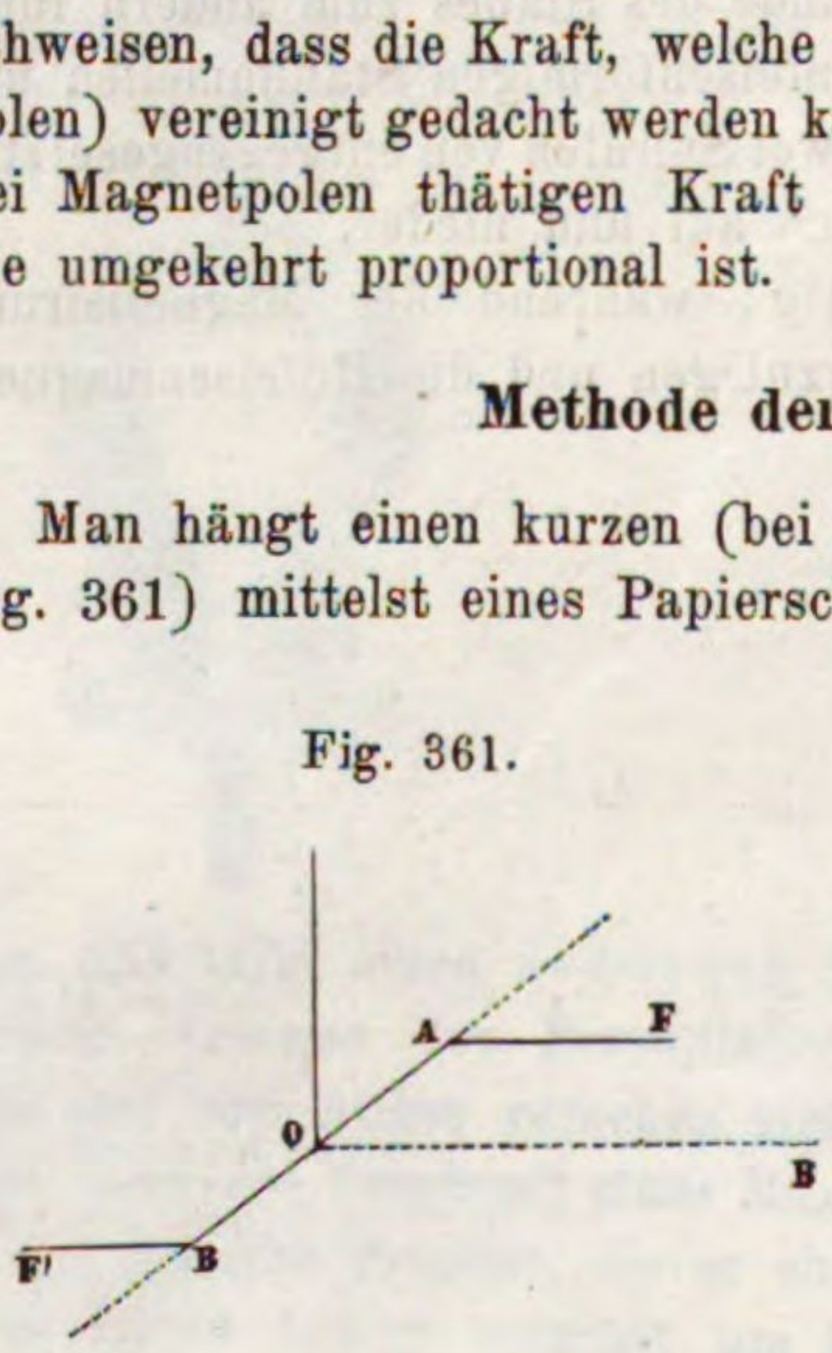
§. 434.

Es lässt sich ebensowohl für einen Magnetstab als für ein Solenoid nachweisen, dass die Kraft, welche von demselben ausgeht, in zwei Punkten (Polen) vereinigt gedacht werden kann, und dass die Wirkung der zwischen zwei Magnetpolen thätigen Kraft dem Quadrate der Entfernung dieser Pole umgekehrt proportional ist.

Methode der Schwingungen.

Man hängt einen kurzen (bei Coulomb $2{,}7^{zm}$ langen) Magnetstab AB (Fig. 361) mittelst eines Papierschiffchens an einem sehr langen (30^{zm}) Coconfaden auf, so dass der Einfluss der Torsionselasticität vernachlässigt werden kann.

Fig. 361.



Die Gleichgewichtslage OB des Magnets ist im magnetischen Meridian.

Befindet sich der Magnet nicht in derselben, so resultirt aus der magnetischen Wirkung der Erde auf den Magnet ein Drehungspaar mit den der Gleichgewichtslage parallelen Kräften F, F′, deren Angriffspunkte die beiden Pole A und B des Magnets sind. Sind diese um l von der Drehungsaxe o entfernt, ist ferner m die

auf dieselbe Entfernung l reducirte Masse (also $m\,l^2$ das Trägheitsmoment) des Magnets, so ist die Dauer δ einer Schwingung

$$\delta = \pi \sqrt{\frac{m\,l^2}{2\,\mathrm{F}\,l}}$$

oder wenn $n = \frac{1}{\delta}$ die Anzahl der in der Secunde vollendeten Schwingungen bedeutet

$$\mathrm{F} = \frac{1}{2}\, n^2\, \pi^2\, m\, l.$$

Verstärkt man die Kräfte F einmal um F_1, dann um F_2, so folgt

$$\mathrm{F} + \mathrm{F}_1 = \frac{1}{2}\, n_1^2\, \pi^2\, m\, l$$

$$\mathrm{F} + \mathrm{F}_2 = \frac{1}{2}\, n_2^2\, \pi^2\, m\, l$$

und durch Substitution und Division

$$\frac{\mathrm{F}_1}{\mathrm{F}_2} = \frac{n_1^2 - n^2}{n_2^2 - n^2}.$$

Demnach wird man, um die Wirkungen zu vergleichen, welche ein Magnetpol in den verschiedenen Entfernungen d_1 und d_2 an dem kleinen Magnet hervorbringt, zunächst die Schwingungen zählen, welche der kleine Magnet unter dem Einflusse des Erdmagnetismus allein in einer gemessenen Zeit macht und so sich n verschaffen.

Hierauf stellt man im magnetischen Meridian den Südpol eines Magnetstabes dem Nordpole des kleinen Magnets in gemessener Entfernung d_1 gegenüber, und sucht durch grosse Länge des Magnetstabes (bei Coulomb 63^{zm}) und vertikale Stellung desselben den Einfluss des Nordpols möglichst abzuschwächen. Man zählt von neuem die Schwingungen und erhält die grössere Anzahl n_1.

Endlich wird der Magnet in die zweite Entfernung d_2 gebracht und die entstehende Schwingungszahl n_2 beobachtet. Die Entfernungen d_1 d_2 sollen gross sein gegen die Länge des schwingenden Magnets, damit der Fehler, den man dadurch begeht, dass man jene Distanzen beide vom Mittelpunkte O aus zählt und die Richtung der Kräfte dem magnetischen Meridian parallel denkt, ohne störenden Einfluss ist. Indessen ist bei grossen Distanzen der Nordpol nicht ohne Einfluss (Coulomb nahm $d_1 = 8{,}8$, $d_2 = 17{,}6$, $d_3 = 35{,}2^{\mathrm{zm}}$).

Man findet mit Annäherung

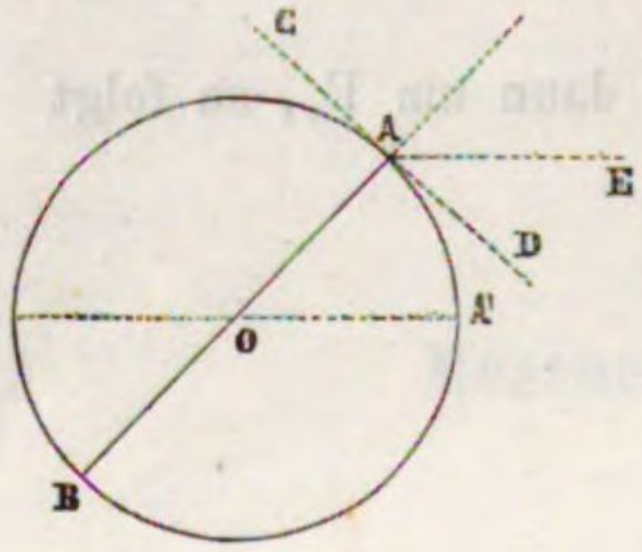
$$\frac{\mathrm{F}_1}{\mathrm{F}_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

und wird sich dieser Gleichung um so mehr nähern, je mehr man die begangenen Ungenauigkeiten durch Rechnungen eliminirt, welche unter Voraussetzung des Gesetzes selbst ausgeführt werden können.

§. 435.

Anwendung der Drehwaage. — Coulomb suchte dasselbe Gesetz auch mittelst der von ihm construirten Drehwaage zu bestätigen. Er befestigte an einem Aufhängefaden von der nöthigen Stärke eine lange, möglichst leichte Magnetnadel A B (Fig. 362) und suchte zunächst die Kraft, mit welcher der Erdmagtismus allein die abgelenkte Nadel dreht, in Torsionsgraden des Fadens auszudrücken.

Fig. 362.



Durch zwei ganze Umdrehungen (720°) des Fadens brachte er es dahin, dass die Nadel um 20° vom magnetischen Meridian O A′ abwich. Nennt man μ das Drehungsmoment der elastischen Kräfte bei 1° Torsion, M das Drehungsmoment, welches der Erdmagnetismus der um 90° aus dem Meridian gedrehten Nadel ertheilt, so folgt daraus

$$(720^\circ - 20^\circ)\,\mu = M \sin 20^\circ,$$

wodurch man sich M in einer Anzahl von μ verschaffen kann. Approximativ lässt sich daraus schliessen, dass man um 1° Ablenkung aus dem Meridian hervorzubringen, um $\frac{700}{20} = 35^\circ$ drehen muss.

Als Coulomb nun in A′ den Nordpol eines langen Magnets einsetzte, wurde die bewegliche Nadel um 24° abgestossen, und es bedurfte 3 Umdrehungen des Fadens, um sie bis auf 17°, dann 8 Umdrehungen, um sie bis auf 12° dem Meridian zu nähern.

Die von der Abstossung überwundenen Torsionen sind

$$24\,\mu,\ (17 + 3 \,.\, 360)\,\mu,\ (12 + 8 \,.\, 360)\,\mu.$$

Ausserdem ist noch die Richtkraft des Erdmagnetismus überwunden, wofür die genauen Werthe der äquivalenten Torsionen aus

$$M \sin 24^\circ = \frac{\sin 24^\circ}{\sin 20^\circ}\ 700\,\mu$$

$$M \sin 17^\circ = \frac{\sin 17^\circ}{\sin 20^\circ}\ 700\,\mu$$

$$M \sin 12^\circ = \frac{\sin 12^\circ}{\sin 20^\circ}\ 700\,\mu$$

erhalten werden, während sie approximativ $24 \,.\, 35\,\mu$, $17 \,.\, 35\mu$, $12 \,.\, 35\,\mu$ sind. Demnach verhalten sich die abstossenden Kräfte nahezu wie die 3 Zahlen

$$24 + 24 \,.\, 35 = 864$$
$$17 + 3 \,.\, 360 + 17 \,.\, 35 = 1692$$
$$12 + 8 \,.\, 360 + 8 \,.\, 35 = 3312,$$

während als Entfernungen die zu den Winkeln 24°, 17°, 12° gehörigen Sehnen zu rechnen sind.

Nimmt man statt dieser die Bögen, so ist

$$3312 \frac{17^2}{24^2} = 1650 \text{ (statt 1692)},$$

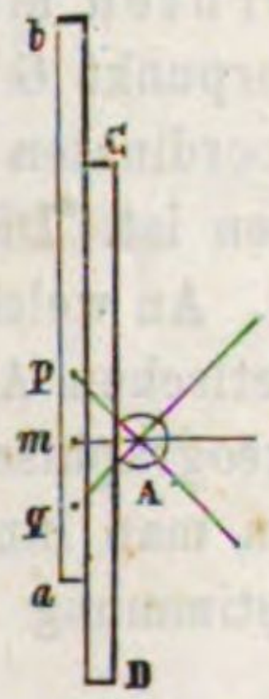
$$3312 \frac{12^2}{24^2} = 828 \text{ (statt 864)},$$

so dass eine hinreichende Bestätigung des Gesetzes gegeben ist.

§. 436.

Vertheilung der magnetischen Kraft über die Länge eines Magnetstabes. — Da sich die Solenoide so verhalten, als ob ihre gesammte magnetische Kraft im Endpunkte der Axe vereinigt wäre, so ist es von erhöhtem theoretischen Interesse, zu untersuchen, ob auch die Pole der Magnetstäbe in den Endflächen der Magnete liegen. Schon der Anblick eines in Eisenfeile gewälzten Magnetstabes scheint diese Frage zu verneinen. Genauere Aufschlüsse geben die folgenden Versuche Coulombs (Fig. 363).

Fig. 363.



A ist der vertikale Schnitt durch den Norpol einer dünnen und langen Magnetnadel, welche in der Drehwaage horizontal beweglich aufgehängt ist und sich gerade im magnetischen Meridian befindet. Dieser Schnitt A ist durch das sehr dünne Holzleistchen CD von dem vertikal eingeführten Magnetstabe *ab* getrennt, in welchem die Vertheilung des Magnetismus untersucht werden soll. Diese Untersuchung wird so geführt, dass man nach einander verschiedene Stellen derjenigen Hälfte des Magnets, welche den Nordpol enthält, dem A gegenüber bringt und nach erfolgter Ablenkung der Nadel dieselbe durch Torsion des Aufhängefadens wieder an ihre Stelle zurückführt.

Lässt man diese Torsion als Maass für den Magnetismus des Querschnittes *m* gelten, welcher dem A horizontal gegenübersteht, so macht man die Voraussetzung, dass in der Nähe von *m* an denjenigen Querschnitten, deren Einwirkung auf A noch in Betracht zu ziehen ist, der Magnetismus gleichförmig wächst, so dass er z. B. in *q* um eben so viel stärker ist als in *p* schwächer.

Stellt man die Endfläche *a* dem Pole A gegenüber, so weist der Versuch nur die einseitige Wirkung der oberhalb liegenden Theile nach. Um dieses Resultat mit den übrigen vergleichbar zu machen, hat es Coulomb verdoppelt.

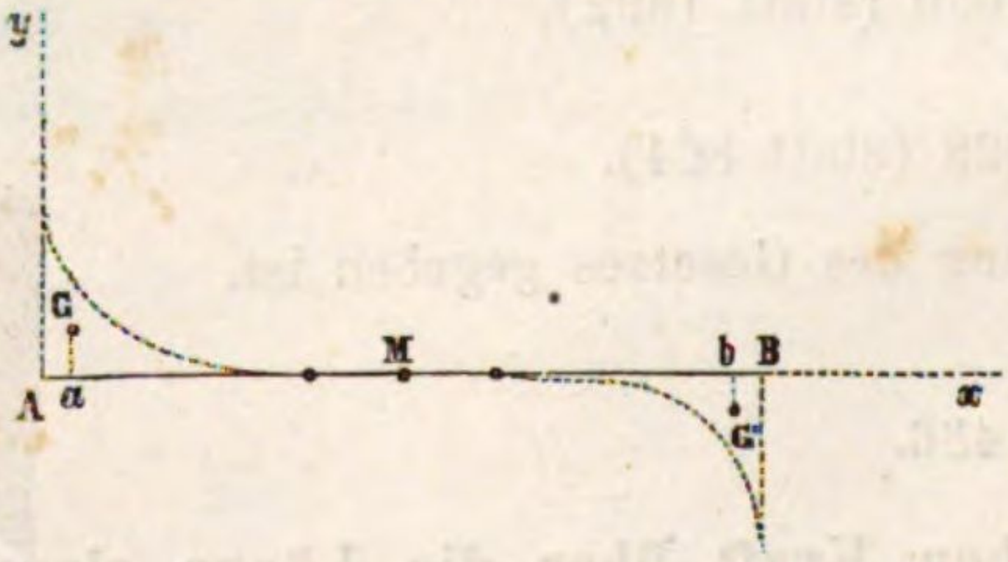
Die Vertheilung des Magnetismus in der anziehenden Hälfte des Magnets kann durch Schwingungsversuche untersucht werden.

Trägt man über der Länge A B = $2l$ des untersuchten Magnets in den einzelnen Entfernungen x von dem Ende A Ordinaten (y) auf, welche den bei Anlegung der betreffenden Stelle gemessenen Torsionen proportional sind, so erhält man die in Fig. 364 gezeichnete Curve, für welche Biot die empirische Gleichung

$$y = K\,(\mu^x - \mu^{2l-x})$$

aufgestellt hat.

Fig. 364.



Coulombs Magnet war ein Stahldraht von 0,5^{zm} Durchmesser und 70^{zm} Länge. Sein Magnetismus am Ende A ist durch die Zahl (2 . 82,5), in 2,6^{zm} Entfernung vom Ende durch 90 und in 11,7^{zm} Entfernung durch 9 gegeben. Daraus kann man die Constanten K und μ berechnen.

Man definirt den Pol als den Angriffspunkt der Resultante aller magnetischen Kräfte, welche zwischen der einen Hälfte des Magnets und einem unendlich entfernten magnetischen Punkte thätig sind. Sucht man den Schwerpunkt G des einen Zweiges A M der Curve, so hat man eine der drei Coordinaten des Poles, nämlich den Querschnitt, in welchem derselbe enthalten ist. Dieser Schnitt war bei Coulombs Magnet 4,1^{zm} vom Ende A entfernt. An welchem Punkte des Schnittes der Pol liegt (die Lage der magnetischen Axe), lässt sich aus Beobachtungen über die Abweichungen vom geographischen Meridian ableiten, welche der Magnetstab zeigt, je nachdem man ihn an verschiedenen Seitenflächen horizontal aufhängt (vgl. Bestimmung der Declination).

Werden die Magnete sehr kurz, so nähern sich die Pole einer Grenzlage, welche um $^1/_6$ der ganzen Länge vom Ende abliegt.

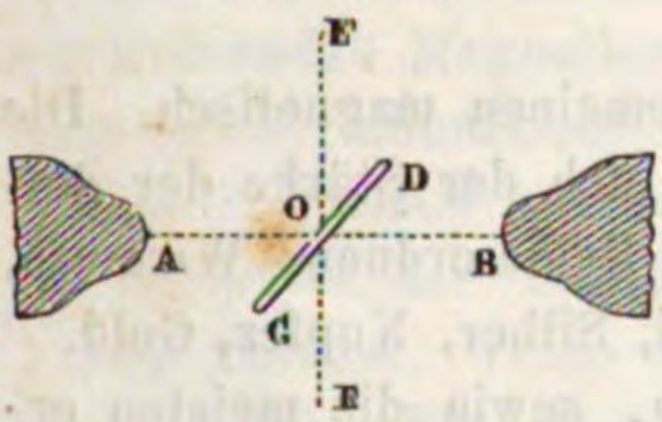
II. Das magnetische Verhalten anderer Substanzen.

§. 437.

Ausser dem Eisen waren schon seit längerer Zeit auch Nickel, Kobalt, Mangan und Chrom als magnetisch bekannt, insofern sie von kräftigen Magneten, wenn auch weniger stark, so doch in derselben Weise influenzirt wurden wie weiches Eisen. Die übrigen Stoffe galten für indifferent, bis Faraday den Magnetismus der beiden Pole eines mächtigen Electro-

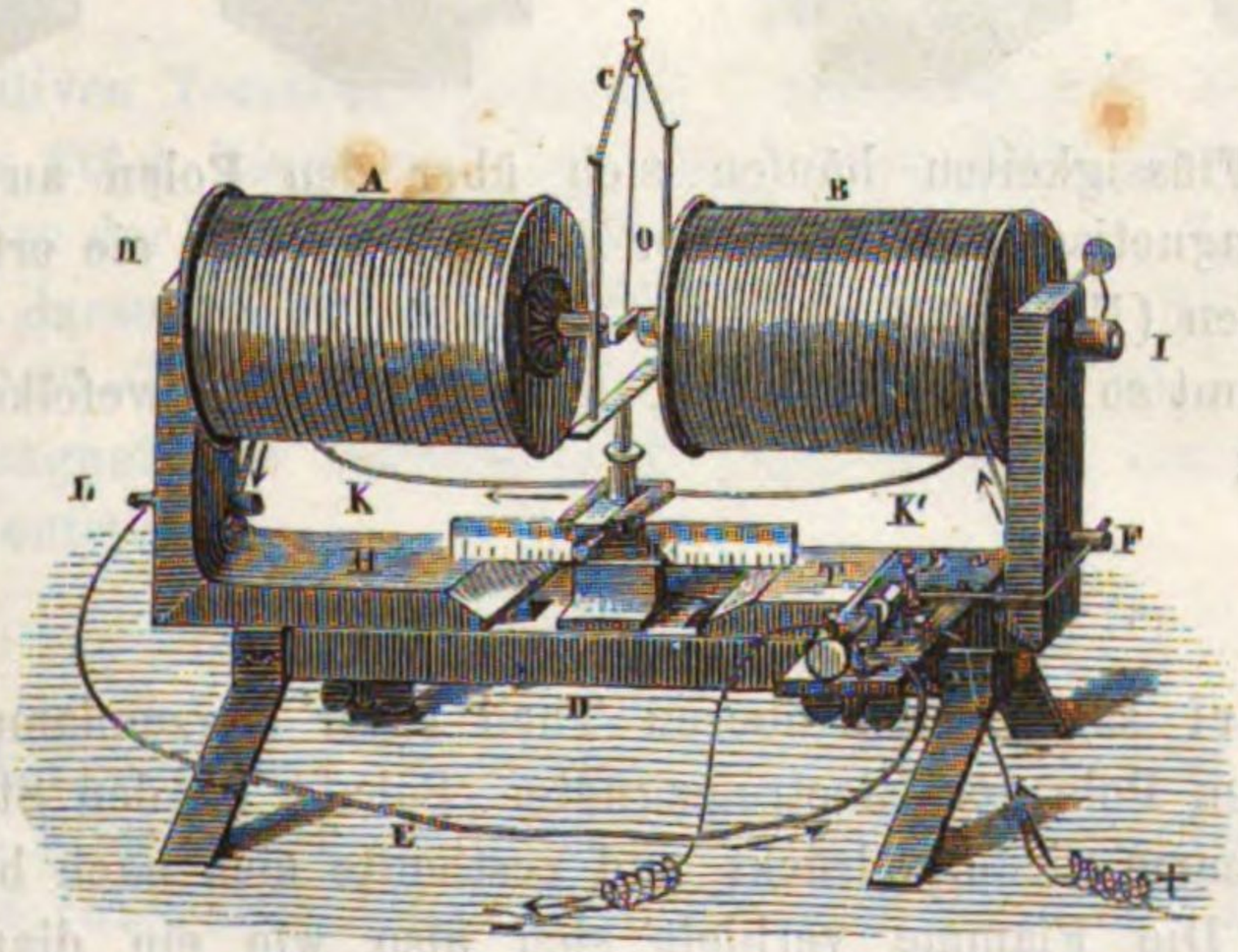
magnets, den Ruhmkorff construirt hatte, auf dieselben Substanzen einwirken liess. Da verrieth jeder derselben, dass er durch den Magnetismus beeinflusst werde, indem er eine bestimmte Gleichgewichtslage aufsuchte. Es trat aber das Unerwartete ein, dass eine grosse Menge von Körpern, welche in Stabform zwischen die Pole gebracht wurden, insbesondere Wismuth, ihre Längsaxen nicht wie ein Eisenstab in die Verbindungslinie der Pole einstellten, sondern senkrecht zu dieser Linie (Fig. 364). Wurden Kugeln aus diesen Substanzen angefertigt, so wurden diese nicht wie eine eiserne Kugel von dem nächstliegenden Pole des Electromagnets angezogen, sondern von beiden Polen abgestossen.

Fig. 364.



Faraday nannte diese Substanzen diamagnetisch. Der Apparat, mit welchem schwache magnetische Influenz und Diamagnetismus nachgewiesen werden kann, ist in Fig. 365 abgebildet. Er besteht aus zwei

Fig. 365.



Electromagneten, deren entgegengesetzte, konisch zulaufende und vorn abgerundete Pole sich gegenüberstehen. Ihre Kerne von weichem Eisen endigen andererseits mit den Stücken H, T, welche auf einer geschlitzten eisernen Unterlage verschoben und mittelst Schrauben festgestellt werden können. So lässt sich der Abstand der Pole verändern. Die zu untersuchenden Körper werden mittelst der verstellbaren Vorrichtung *co* beweglich zwischen den Polen aufgehängt.

§. 438.

Alle bisher untersuchten Substanzen zeigten entweder magnetische oder diamagnetische Influenz. Ausser den oben genannten sind von den festen Körpern magnetisch: Cerium, Titan, Palladium, Platin, Osmium, Lanthan, Molybdän, Uran.

Auch die Salze dieser Metalle sind im Allgemeinen magnetisch. Die übrigen Metalle sind diamagnetisch und lassen sich der Stärke der diamagnetischen Influenz nach in folgende (fallende) Reihe ordnen: Wismuth, Antimon, Zink, Zinn, Cadmium, Quecksilber, Blei, Silber, Kupfer, Gold.

Die Metalloide und ihre Zusammensetzungen, sowie die meisten organischen Substanzen sind diamagnetisch, am stärksten: Schwefel, Phosphor, Kohle, Wachs, Holz.

§. 439.

Die Flüssigkeiten hat Plücker untersucht, indem er sie in Uhrgläschen D C (Fig. 366) der Einwirkung der beiden Pole B A aussetzte.

Fig. 366.

Fig. 367.

Magnetische Flüssigkeiten häufen sich über den Polen an (Fig. 366), während diamagnetische in Folge der Abstossung, die sie erfahren, Vertiefungen zeigen (Fig. 367).

Man erkennt so Wasser, Alkohol, Aether, Oele, Schwefelkohlenstoff als diamagnetisch.

§. 440.

Bancalari stellte den oberen Theil einer Kerzenflamme zwischen die zugespitzten Pole der Electromagnete. Sobald er den Strom schloss, wurde die Flamme niedergedrückt und zertheilte sich nach beiden Seiten der Polaxe. Die Flamme verhielt sich also wie ein diamagnetischer Körper.

Faraday untersuchte verschiedene Gase, indem er ihre Bewegungen durch beigemischten Ammoniakdampf sichtbar machte. Dabei zeigte Sauerstoff ziemlich starken, Stickoxydgas schwachen Magnetismus, alle übrigen Gase, insbesondere Wasserstoff und Leuchtgas wurden diamagnetisch.

Plücker verglich die Stärke der magnetischen und diamagnetischen Influenz verschiedener Substanzen, indem er die Anziehung oder Abstossung derselben mittelst einer Waage mass, während die influenzirende Kraft

des Electromagnets durch Vermehrung der Stromstärke im Verhältniss von 1 : 4 gesteigert wurde.

Da die Anziehung und Abstossung dem Produkte aus den Magnetismen des Körpers und des Electromagnets proportional ist, musste zur Berechnung der Influenz das Ergebniss der Beobachtung durch die Stärke des influenzirenden Magnetismus dividirt werden. Es zeigte sich dabei die Influenz der influenzirenden Kraft des Electromagnets nicht proportional, sondern langsamer zunehmend.

Während der Diamagnetismus des Wismuths im Verhältniss von 1 : 3,05 zunahm, wuchs der Magnetismus des Nickels nur im Verhältniss von 1 : 1,225. Für gleiche Gewichte pulverisirter Substanzen gibt Plücker folgende Verhältnisszahlen.

Eisen	+ 1000 000	Eisenoxyd	+ 795
Kobalt	+ 1009 000	Nickeloxyd	+ 287
Nickel	+ 465800	Wismuth	— 23,6
Kobaltoxydhydrat	+ 2178	Phosphor	— 16,5

Jamin gibt nach Ed. Becquerel noch folgende unter gleichen Bedingungen giltige Zahlen:

Eisenchlorür	+ 140	Sauerstoff	+ 377
Wasser	— 9,7	Luft	— 88

Die negativen Vorzeichen bedeuten Diamagnetismus. Vergleicht man ein compactes Stück Eisen mit einem compacten Stück Wismuth, so wird das Verhältniss der Stärken 1000 000 zu 0,4.

Es folgt daraus u. A., dass 1000 Gr. Sauerstoff so stark magnetisch werden wie 0,27 Gr. Eisen und dass der Sauerstoff der Atmosphäre in Bezug auf magnetische Influenz einer eisernen Hülle von c. 0,08 Millimeter Dicke entspricht.

§. 441.

Zur Erklärung des Diamagnetismus. — Während die Influenz eines Stückes Eisen durch einen Magnet so erfolgt, dass dem Magnetpole gegenüber ein entgegengesetzter Pol hervorgerufen wird, sind die durch Influenz diamagnetischer Körper erzeugten Pole den erzeugenden gleichnamig.

Diese Thatsache ist durch Versuche von Reich, Poggendorff, W. Weber unzweideutig festgestellt.

Ausserdem hat Plücker nachgewiesen, dass ein Wismuthstab in einer Magnetisirungsspirale magnetische Pole bekommt, welche den Polen der Spirale selbst, sowie eines eingelegten Eisenstabes entgegengesetzt sind, und dieser Versuch ist nicht schwer zu wiederholen. Plücker wand aus 5^{mm} dickem umsponnenem Kupferdraht zwei gleiche Spiralen mit 26^{mm} weitem Hohlraum, 56^{mm} äusserem Durchmesser und 120^{mm} Länge.

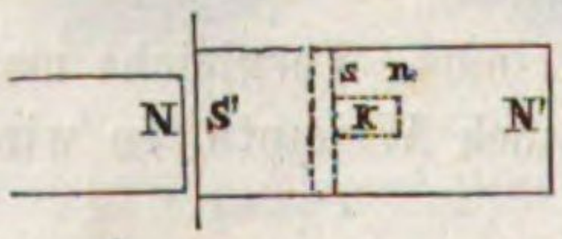
Diese Spiralen wurden übereinander gestellt, die untere erhielt einen Kern von weichem Eisen, innerhalb der oberen hing ein Wismuthstäbchen von 80^{mm} Länge und 15^{mm} Dicke an einer Waage im Gleichgewicht. Lief der Strom durch beide Spiralen in gleichem Sinne, so wurde das Wismuthstäbchen vom Eisenkern abgestossen, bei entgegengesetzt laufendem Strome aber erfolgte Anziehung. Somit verhielt sich das Wismuth dem Eisen gerade entgegengesetzt.

§. 442.

Die Entscheidung der Frage, ob ein Körper von einem Magnet angezogen oder abgestossen wird, ist indessen nicht allein von den Eigenschaften des Köpers abhängig, sondern auch von der Beschaffenheit seiner Umgebung.

Nehmen wir an, ein Magnetpol wirke auf eine homogene Flüssigkeit, welche die Fähigkeit besitzt, magnetisch zu werden. Der Magnet soll durch eine dünne indifferente Wand von der Flüssigkeit getrennt sein. Es bilden sich dann an den Enden der Flüssigkeit zwei Pole aus, und ebenso wird ein irgendwie begrenzt gedachter Flüssigkeitskörper K (Fig. 368) innerhalb der ihm gleichartigen Flüssigkeit zwei Pole erhalten. Dieser Körper K würde sich, wenn er vollkommen frei wäre, nach dem Magnelpole N zu bewegen. Wenn er nun, während er von der Flüssigkeit umgeben ist, sich thatsächlich nicht gegen N hin bewegt, so müssen wir schliessen, dass er von Seite der ihn umgebenden Flüssigkeit einen Gegendruck erfährt, welcher dem Zuge, der ihn nach dem Magnetpole hin zu führen sucht, gleich ist.

Fig. 368.



Es ist dieses genau dieselbe Schlussweise, mittelst welcher wir in §. 47 die Existenz des Auftriebs und den archimedischen Satz abgeleitet haben.

Auch die Ursache des Gegendrucks ist hier dieselbe wie dort: er rührt von der Verdichtung her, welche die links vor K liegende vertikale Flüssigkeitsschichte durch den Zug erfahren hat, welchen der Magnet auf die rechts hinter dieser Schichte liegende Flüssigkeit ausübt. Von diesem Zug wird die Schichte gegen die nicht nachgebende, ihr links folgende Flüssigkeitssäule gepresst und hält nun, verdichtet, durch ihre elastischen Kräfte dem Drucke des Körpers K das Gleichgewicht.

Die magnetische Anziehung ist hier mit der Gravitation in vollständiger Analogie der Wirkung. Ersetzen wir den gedachten Flüssigkeitskörper K durch einen anderen beliebigen Körper G von gleicher Form und Grösse, so ist unzweifelhaft, dass dieser von Seite der Flüssigkeit den gleichen Gegendruck erfährt wie K. Wird G stärker magnetisch als

ein gleich grosses Volumen Flüssigkeit (oder das ihn umgebende Gas), so wird G sich nach N hin bewegen, und die treibende Kraft ist gleich der Differenz (A — D) seiner magnetischen Anziehung A und dem nach rechts gerichteten Auftriebe D, welcher im Sinne einer diamagnetischen Abstossung erfolgt. Es entspricht dieses dem Untersinken eines Körpers in Wasser.

Man erkennt nun leicht, dass Körper, welche weniger stark magnetisch werden, als ein gleich grosses Volumen der Umgebung, sich vom Magnetpole wegbewegen müssen (A < D) und dann diamagnetisch scheinen, dass diamagnetische Körper (negativ) in magnetischer Umgebung vermehrte Abstossung [— (A + D)] zeigen, während sie in stärker diamagnetischen Medien (D und A negativ und D > A) sich trotz der Abstossung, die sie erfahren, gegen den Magnetpol (mit der Kraft D — A) hin bewegen müssen.

Man hat versucht, diese Lehrsätze zur Negirung des Diamagnetismus als eines besonderen Zustandes auszubeuten, indem man dem Aether, welcher alle Körper umgebe, die Eigenschaft zuschrieb, stärker magnetisch zu werden als diejenigen Körper, welche Diamagnetismus zeigen.

Drittes Kapitel.

Der Erdmagnetismus.

I. Wirkungsweise des Erdmagnetismus.

§. 443.

Der Erdmagnetismus vermag erfahrungsgemäss einen Magnet nicht in fortschreitende Bewegung zu versetzen. Daraus folgt, dass die resultirende Wirkung, welche die Erde an einem bestimmten Orte auf einen Stabmagnet übt, in einem Drehungspaar besteht, in dessen Ebene stets die magnetische Axe des Stabes liegt.

Bei einer Drehung des Stabes bleiben die Kräfte ihrer früheren Lage parallel. Folglich nimmt ein Magnet, der vollkommen frei beweglich und der Einwirkung der Schwere entzogen gedacht wird, seine Gleichgewichtslage nur dann ein, wenn seine Axe mit der Richtung der Kräfte des Drehungspaares in einer Geraden liegt. In jeder anderen Lage erhält der Stab ein Drehungsmoment.

§. 444.

Man denkt sich die Kräfte dieses Paares dadurch entstanden, dass sowohl über den Magnet als über die Erde eine gewisse Menge von magnetischem Agens, ausgeschieden in gleichviel Nord- und Südmagnetismus, vertheilt ist; und dass nun jedes magnetische Theilchen der Erde auf jedes magnetische Theilchen des Magnets wirkt.

Die Resultirenden der von der Erde ankommenden Kräfte sind an allen Punkten des Magnets gleich und parallel. Wird ihre Intensität mit $\mathfrak{T}$ bezeichnet, mit μ die Menge von magnetischem Agens, welche in einem

Punkte des Magnets sitzt, so ist $\mu \mathfrak{T}$ die Grösse der Kraft, welche in diesem Punkte angreift. Ist der Punkt um r von der Drehaxe entfernt, so ist sein grösstmögliches Drehungsmoment $r \mu \mathfrak{T}$. Das grösste Drehungsmoment des ganzen Magnets (welches er erhält, wenn seine Axe senkrecht auf der Richtung von $\mathfrak{T}$ steht), ist $\mathfrak{T} \Sigma (r \mu)$. Setzt man $M l = \Sigma (r \mu)$, so ist l die Distanz der beiden Pole (die Länge der magnetischen Axe), und $\mathfrak{T} M$ die in jedem Pole angreifende resultirende Kraft. Das Product $M l$, welches nur von dem Magnet abhängt, nennt man das magnetische Moment desselben. Wenn man ohne weiteres von dem Magnetismus eines Magnets spricht, nennt man sie magnetisches Moment.

§. 445.

Um den magnetischen Zustand der Erde zu erforschen, muss an möglichst vielen Orten die Richtung und Grösse der beiden parallelen Kräfte ($\mathfrak{T}$) gemessen werden, welche daselbst auf einen Magnet wirken. Man pflegt die Richtung dieser Kräfte für einen bestimmten Beobachtungsort dadurch zu bestimmen, dass man sowohl den Winkel misst, welchen die durch die Kraftrichtung gelegte Vertikalebene (der magnetische Meridian) mit dem geographischen Meridian des Ortes bildet als den Winkel, welchen die Kraftrichtung mit dem Horizonte des Ortes bildet.

Der erste dieser beiden Winkel heisst die magnetische Declination, der zweite die Inclination. Beide Winkel können getrennt gemessen werden, indem man dem Magnet zuerst eine horizontale Drehungsebene anweist und ihn dann in der Ebene des magnetischen Meridians selbst drehbar macht.

Die Methode zur genauen Ausführung dieser Messungen soll im Folgenden beschrieben werden.

II. Beobachtung der magnetischen Declination.

§. 446.

1) Zunächst ist der geographische Meridian des Ortes zu bestimmen, was am zweckmässigsten mittelst eines Theodoliths geschieht durch Beobachtung der Sternzeit, welche ein Circumpolarstern nöthig hat, den Bogen zwischen zwei gleichen Höhen über dem Horizonte zu durchlaufen. Halbirt man diese Zeit und bedenkt, dass in jeder Zeitsecunde 15 Bogensecunden durchlaufen werden, so findet man den Bogen, um welchen das Fernrohr des Theodoliths von seiner ersten oder letzten Einstellung aus gedreht werden muss, um in den geographischen Meridian zu kommen.

Diese Stellung fixirt man durch Aufrichtung einer entfernten Marke oder Notirung des Winkels, um welchen sie von einer bereits markirten unveränderlichen Vertikallinie abweicht.

2) Denselben Theodolith kann man nun nach einem entfernten Magnetstabe richten, welcher in gleicher Höhe mit dem Fernrohre, vor Luftzug geschützt, horizontal aufgehängt ist. Ist der Magnetstab mit einer Durchsicht versehen, welche südlich mit einer Linse, nördlich mit einem Fadenkreuze geschlossen ist, das sich im Brennpunkte dieser Linse befindet, und durch dessen Zusammenfallen mit dem Fadenkreuze des Fernrohrs die Ablesung bestimmt sein soll, so hat man offenbar schon vorher den Magnet mit dem Fernrohr nahezu in die Richtung des magnetischen Meridians zu bringen, da sonst die Durchsicht nicht benützt werden kann.

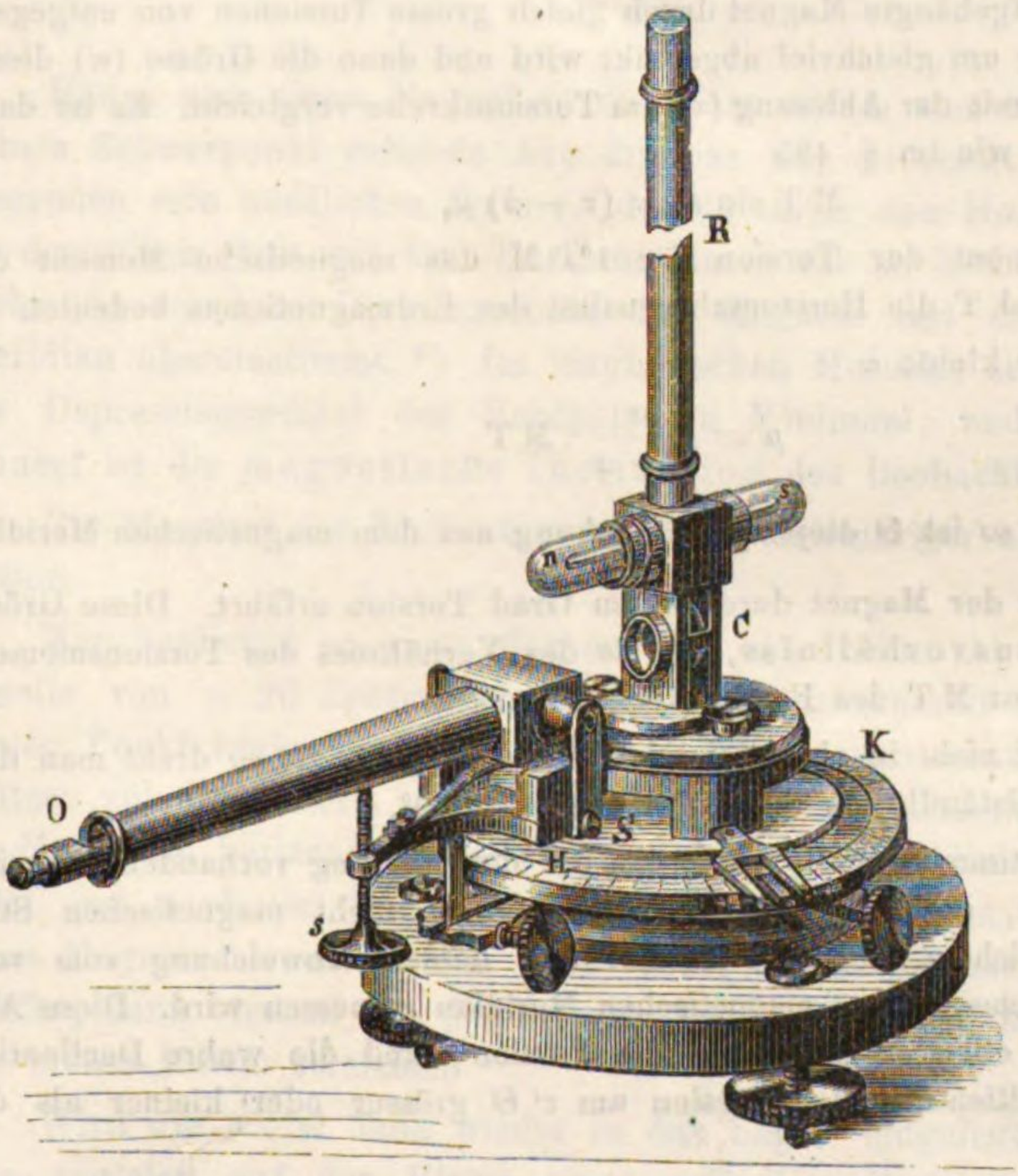
Da die Axe der Durchsicht nicht nothwendig zugleich die Axe des Magnets, d. h. die Verbindungslinie seiner Pole ist, so ist es nöthig, nach der ersten Ablesung den Magnet umzulegen, indem man ihm eine halbe Drehung um seine eigene Längsaxe gibt, und die Messung zu wiederholen. Das arithmetische Mittel aus den entsprechenden beiden Ablesungen am Azimutalkreise des Theodoliths, verglichen mit der Ablesung im geographischen Meridian, gibt die magnetische Declination.

§. 447.

Lamont hat die Vorrichtung zum Aufhängen des Magnets mit dem Theodolith zu einem transportablen Instrumente (Fig. 369) vereinigt. — Die Metallröhre R umgibt den Coconfaden, an welchem der Magnetstab *ns* hängt. Durch die Mitte desselben geht ein Stift, an dessen oberem Ende der Coconfaden befestigt ist, während unten ein kleiner Planspiegel C so angebracht ist, dass seine Ebene möglichst genau senkrecht zur magnetischen Axe des Magnets steht. Die Abweichung der Spiegelnormale von dieser Axe muss durch besondere Vergleichungen an einem Orte von bekannter Declination ermittelt werden. Der Magnet ist durch ein Glasrohr vor Luftzug geschützt. Dieser ganze Apparat, welcher die Aufhängevorrichtung bildet, kann auf die Scheibe S aufgesetzt werden, und dieses geschieht, sobald das Fernrohr O, welches zuvor genau nach dem Merkzeichen des geographischen Meridians gerichtet war, durch Drehung der Scheibe S innerhalb der festen Alhidade K H ungefähr in die Richtung des magnetischen Meridians eingestellt ist. Sobald der Magnet in seiner Glashülle frei schwingt, erfolgt durch weitere Drehung der Scheibe S die Einstellung der durch die optische Axe des Fernrohrs gelegten Vertikalebene auf die Spiegelnormale. Es könnte dieses im Allgemeinen dadurch geschehen, dass die Drehung sistirt wird, sobald der Spiegel irgend einen in jener Vertikalebene liegenden Punkt nach dem Vertikalfaden des Fernrohrs reflectirt. Sehr sicher und empfindlich wird die Einstellung durch

folgende Einrichtung Lamonts. Das Ocular O ist hinter dem Fadenkreuze mittelst eines um 45° gegen die Axe geneigten Schnittes bis

Fig. 369.



zur Hälfte eingekerbt, und der schiefe Schnitt mit einem Planspiegel bedeckt, welcher Licht von oben in die obere Hälfte des Fernrohrs wirft. Durch dieses Licht wird der obere Theil des Vertikalfadens soweit beleuchtet, dass sein vom Spiegel C reflectirtes Bild, wenn es in das Fernrohr fällt, neben dem direct gesehenen unteren Theile desselben Fadens sichtbar wird. Die Einstellung ist vollendet, sobald sich beide Bilder decken, oder, bei Schwingungen des Magnets, sobald die Umkehrpunkte des reflectirten Bildes in gleichen Abständen von dem directen Bilde erscheinen.

§. 448.

Bei diesen, wie bei allen Messungen, wo die Einstellung eines aufgehängten Körpers unter dem Einflusse einer nicht vertikalen Kraft stattfindet, ist im Allgemeinen die schliessliche Gleichgewichtslage von der Torsion beeinflusst. Dieser

Einfluss ist gering bei langen Coconfäden und wird bei dem Lamont'schen Instrumente vernachlässigt. Hat man Gelegenheit, ihn zu berücksichtigen, wie in festen Observatorien, so wird man den etwas unzuverlässigen Coconfaden mit einem feinen Metalldrahte vertauschen und sich dessen Torsionsmoment verschaffen. Dieses geschieht, indem man zunächst jene Lage zu ermitteln sucht, in welcher der aufgehängte Magnet durch gleich grosse Torsionen von entgegengesetzter Richtung um gleichviel abgelenkt wird und dann die Grösse (α) dieser Ablenkung selbst mit der Ablesung (τ) am Torsionskreise vergleicht. Es ist dann streng genommen wie im §. 435

$$M\,T \sin \alpha = (\tau - \alpha)\,\mu,$$

wobei μ das Moment der Torsion für 1°, M das magnetische Moment des Stabes (§. 444) und T die Horizontalintensität des Erdmagnetismus bedeutet.

Setzt man für kleine α

$$\mu = \frac{\alpha}{\tau - \alpha} \,.\, M\,T$$

und $\frac{\alpha}{\tau - \alpha} = \Theta$, so ist Θ diejenige Ablenkung aus dem magnetischen Meridian in Graden, welche der Magnet durch einen Grad Torsion erfährt. Diese Grösse heisst das Torsionsverhältniss, da sie das Verhältniss des Torsionsmomentes (μ) zum Moment M T des Erdmagnetismus angibt.

Ist der Faden nicht in einem Torsionskreise aufgehängt, so dreht man den Magnet einmal vollständig um und hat dann $\tau = 360°$.

In einem bestimmten Falle wird die bei der Messung vorhandene Torsion dadurch bestimmt, dass der Magnet durch einen nicht magnetischen Stab von ungefähr gleichem Gewichte ersetzt und dessen Abweichung vom vorher bestimmten (scheinbaren) magnetischen Meridian gemessen wird. Diese Abweichung (τ') ist eben so gross wie die Torsion, und die wahre Declination wird je nach der Richtung der Torsion um $\tau' \Theta$ grösser oder kleiner als die beobachtete.

Die Beobachtungen werden hier und überall, wo es sich um genaue Messung kleiner Winkel handelt, mittelst eines feststehenden Fernrohrs gemacht, welches mit einer auf seiner Axe senkrechten horizontalen Scala in Verbindung ist, während ein am Magnet angebrachter Spiegel je nach der Grösse der Ablenkung verschiedene Scalentheile in die Axe des Fernrohrs reflectirt.

Die von dieser Axe aus gezählten Scalentheile geben die Tangente des doppelten Ablenkungswinkels, die Entfernung der Scala vom Spiegel den zugehörigen Radius.

Dieselbe Methode wird angewendet, um die kleinen Aenderungen der Declination zu beobachten, welche täglich stattfinden.

III. Messung der Inclination.

§. 449.

Hängt man einen Magnet so auf, dass er um eine horizontale, durch seinen Schwerpunkt gehende Axe drehbar ist, so senkt sich in unseren Gegenden sein nördliches Ende (Nordpol) unter den Horizont und bildet an demselben Orte mit dem Horizont einen um so kleineren Winkel, je mehr die vertikale Drehungsebene des Magnets mit dem magnetischen Meridian übereinstimmt. *) Im magnetischen Meridian selbst ist demnach der Depressionswinkel des Nordpols ein Minimum, und dieser kleinste Winkel ist die magnetische Inclination des Beobachtungsortes.

Die Messung der Inclination ist etwas schwieriger als die der Declination.

Man bestimmt an einer flachen, an den Enden zugeschärften Stahllamelle von c. 20 Zentimeter Länge den Schwerpunkt und führt durch diesen Punkt senkrecht zu den flachen Seiten eine runde, in konischen Spitzen zulaufende Axe. Dann sucht man durch Feilen zu erreichen, dass die Nadel bei horizontaler Lage ihrer Axe in jeder Stellung in Ruhe bleibt. Jetzt erst wird sie magnetisirt, indem man mit ihren Hälften die Pole eines Magnets streicht. Man kann dabei zuerst zweimal mit der einen Hälfte, dann viermal mit der andern, und schliesslich noch zweimal mit der ersten Hälfte streichen.

Wird die Nadel dann wieder in das Lager eingelegt, so dass ihre Axe zugleich auf der Ebene eines getheilten Vertikalkreises senkrecht steht, den man nahezu im magnetischen Meridian aufgestellt hat, so müsste sie als Mittel aus der oberen und unteren Ablesung den Inclinationswinkel angeben, wenn 1) die mechanische Axe der Nadel genau durch den Schwerpunkt ginge, und 2) die magnetische Axe in der Verbindungslinie der als Zeiger benützten Nadelschärfen läge.

---

*) Ist die Nadel in einer Vertikalebene drehbar, welche mit der Ebene des magnetischen Meridians den Winkel δ bildet, so gibt der Erdmagnetismus, welcher den Winkel i mit dem Horizonte bildet, in die Ebene der Drehung eine Componente ab, deren Abweichung α vom Horizonte durch die Gleichung

$$\sin \alpha = \frac{\sin i}{\sqrt{1 - \cos^2 i \sin^2 \delta}}$$

gegeben ist. Es ist also die Inclination α in dieser Ebene grösser als i und wächst mit δ auf 90^0 an.

§. 450.

Beides wird nicht genau der Fall sein.

Um die Abweichung der magnetischen Axe in der Vertikalebene zu eliminiren, legt man entweder die Nadel um, indem man die Lagerpunkte vertauscht oder (besser) dreht das ganze Inclinatorium um 180°. Das arithmetische Mittel (φ_1) der beiden Messungen (4 Ablesungen) ist dann von dem Einflusse jener Abweichung frei.

Geht die mechanische Axe nicht durch den Schwerpunkt, so liefert auch die Schwere ein Drehungspaar.

Es sei G (Fig. 370) der Schwerpunkt der Nadel, dessen Lage durch $AG = r$ und $\sphericalangle \alpha = NAG$ bestimmt ist. Zerlegt man r nach der Verbindungslinie NS der Schneiden und einer darauf Senkrechten, so erhält man zwei Drehungspaare an den (schiefen) Armen AD und AB. Was zunächst das Paar an AD betrifft, so bemerkt man, dass durch das schon vorhin gemachte Umlegen oder Drehen der Nadel der Arm AD in die Lage AD′ kommt, wodurch der Sinn der Drehung des Paares umgekehrt wird. Der vorhin gewonnene Winkel φ_1 ist demnach schon frei von dem Einflusse dieses Paares und es bleibt noch der Fehler zu corrigiren, mit welchem die Ablesung φ_1 wegen der in der Längsrichtung NS vorhandenen Verschiebung AB behaftet ist.

Zu diesem Zwecke hat man die Nadel neu zu magnetisiren, so dass die Pole vertauscht werden, das magnetische Moment der Nadel aber wieder eben so gross wird wie vorher. Es gelingt dieses, wenn man die Nadel schon vor dem

Fig. 370.

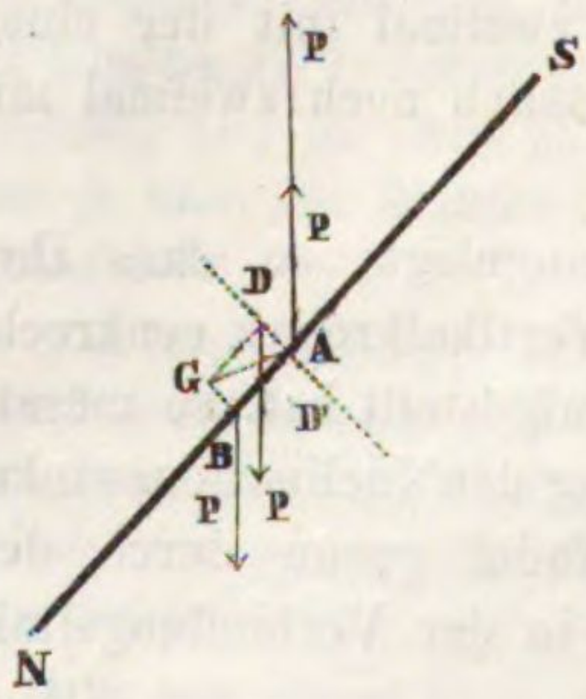
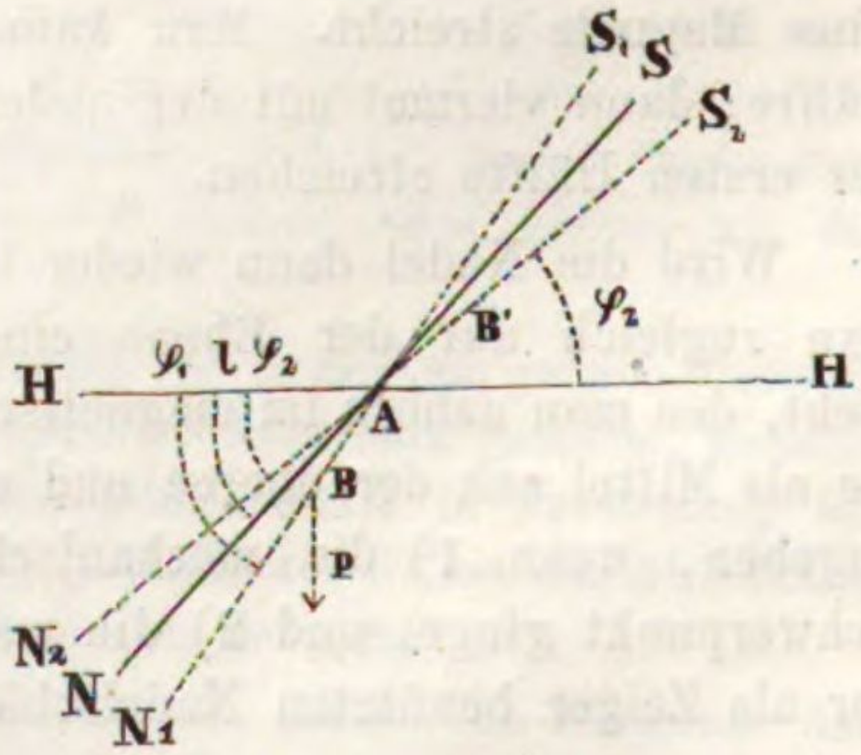


Fig. 371.



ersten Versuche mehrmals ummagnetisirt hat, durch Anwendung des oben angegebenen Verfahrens mit hinreichender Annäherung. Erhält man mit der ummagnetisirten Nadel, der man nach der ersten Messung ebenfalls eine halbe Umdrehung gegeben hat, die Mittelzahl φ_2, so ist endlich die Inclination (i) aus

$$\text{tang } i = \frac{1}{2} (\text{tang } \varphi_1 + \text{tang } \varphi_2)$$

zu rechnen.

Man hat nämlich, wenn M das magnetische Moment, p das Gewicht der Nadel, $\mathfrak{T}$ die Intensität des Erdmagnetismus bezeichnet (Fig. 371), zuerst

$$M \mathfrak{T} \sin (\varphi_1 - i) = p r \cos \alpha \cos \varphi_1 ;$$

und nach dem Ummagnetisiren

$$M\,\mathfrak{T}\sin(i-\varphi_2) = pr\cos\alpha\cos\varphi_2;$$

woraus

$$\frac{\sin(\varphi_1 - i)}{\sin(i-\varphi_2)} = \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2},$$

$$(\sin\varphi_1\cos i - \cos\varphi_1\sin i)\cos\varphi_2 = (\sin i\cos\varphi_2 - \cos i\sin\varphi_2)\cos\varphi_1,$$

und durch Division mit $\cos\varphi_1\cos\varphi_2\cos i$ folgt:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg} i = \operatorname{tg} i - \operatorname{tg}\varphi_2$$

oder

$$\operatorname{tg} i = \frac{1}{2}(\operatorname{tg}\varphi_1 + \operatorname{tg}\varphi_2).$$

IV. Messung der Intensität des Erdmagnetismus.

§. 451.

Das Drehungsmoment, welches ein Magnet durch den Erdmagnetismus $\mathfrak{T}$ erhält, ist dem Produkte beider Magnetismen proportional. Hingegen muss die Richtung der resultirenden Kraft, welche an einem zweiten Magnet (M') wirksam wird, sobald Erdmagnetismus $\mathfrak{T}$ und Stabmagnetismus (M) gekreuzt auf ihn einwirken, von dem Verhältniss der beiden Kräfte $\mathfrak{T}$ und M abhängen.

Man hat demnach Aussicht, aus zwei Gleichungen, wie $M\,\mathfrak{T} = a$, $\frac{M}{\mathfrak{T}} = b$, $\mathfrak{T}$ und M abzuleiten, wenn man einmal das Drehungsmoment $M\,\mathfrak{T}$ ermittelt und dann die Gleichgewichtslage beobachtet, welche ein zweiter Magnet (M') unter der gleichzeitigen gekreuzten Wirkung der beiden Kräfte M und $\mathfrak{T}$ einnimmt.

In letzterer Beziehung sind zunächst einige vorbereitende Betrachtungen über die Gesammtwirkung eines festen Magnets auf eine drehbare Nadel nöthig.

§. 452.

Wirkung eines festen Magnets auf einen drehbaren. — Wir beschränken uns darauf, zu untersuchen, wie gross der Winkel ist, um welchen eine horizontale Magnetnadel (M') durch einen Magnet (M) aus dem magnetischen Meridian abgelenkt wird, wenn die magnetische Axe des Magnets auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht und die Dimensionen sowohl der Nadel als des Magnets klein sind gegen ihren Abstand von einander. Von den unendlich vielen Lagen des Magnets, welche dieser

Bedingung genügen, wählen wir zwei Hauptlagen aus. Die erste Hauptlage ist dadurch bestimmt, dass die Verlängerung der magnetischen Axe des Magnets durch den Drehpunkt der Nadel geht, während in der zweiten Hauptlage die magnetische Axe der nicht abgelenkten Nadel durch den Mittelpunkt des Magnets geht. In beiden Fällen soll der Abstand der beiden Mittelpunkte mit L, die Länge des Magnets N S mit l, die Länge der Nadel $n\,s$ mit l', die Ablenkungswinkel mit φ und φ' bezeichnet sein.

In einem Pole der Nadel denken wir uns den Magnetismus μ', in einem Pole des Magnets den Magnetismus μ vereinigt. Dann wird der Ablenkungswinkel auf folgende Weise bestimmt.

a) In der ersten Hauptlage (Fig. 372).

Anziehende Kraft zwischen dem Südpol S und dem Nordpol n:

$$+\frac{\mu\mu'}{\left(\mathrm{L}-\frac{l}{2}\right)^2},\quad \text{Drehungsmoment} +\frac{\mu\mu'}{\left(\mathrm{L}-\frac{l}{2}\right)^2}\,\frac{l'}{2}\cos\varphi.$$

Abstossende Kraft zwischen dem Südpol S und dem Südpol s:

$$-\frac{\mu\mu'}{\left(\mathrm{L}-\frac{l}{2}\right)^2},\quad \text{Drehungsmoment} +\frac{\mu\mu'}{\left(\mathrm{L}-\frac{l}{2}\right)^2}\,\frac{l'}{2}\cos\varphi.$$

Abstossende Wirkung zwischen dem Nordpol N und dem Nordpol n:

$$-\frac{\mu\mu'}{\left(\mathrm{L}+\frac{l}{2}\right)^2},\quad \text{Drehungsmoment} -\frac{\mu\mu'}{\left(\mathrm{L}+\frac{l}{2}\right)^2}\,\frac{l'}{2}\cos\varphi.$$

Anziehende Wirkung zwischen dem Nordpol N und dem Südpol s:

$$+\frac{\mu\mu'}{\left(\mathrm{L}+\frac{l}{2}\right)^2},\quad \text{Drehungsmoment} -\frac{\mu\mu'}{\left(\mathrm{L}+\frac{l}{2}\right)^2}\,\frac{l'}{2}\cos\varphi.$$

Somit ist die Summe der Drehungsmomente

$$2\,\mu\mu'\,\frac{l'}{2}\cos\varphi\left[\frac{1}{\left(\mathrm{L}-\frac{l}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(\mathrm{L}+\frac{l}{2}\right)^2}\right]$$

$$=\mu\mu'\,l'\cos\varphi\,\frac{2\,\mathrm{L}\,l}{\left(\mathrm{L}^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}.$$

Ersetzt man die magnetischen Momente $\mu\,l$ und $\mu'\,l'$ der beiden Magnete durch die Zeichen M, M', so folgt zunächst für das Drehungsmoment

$$2\,\mathrm{M}\mathrm{M}'\,\frac{\mathrm{L}}{\left(\mathrm{L}^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}\cos\varphi=\frac{2\,\mathrm{M}\,\mathrm{M}}{\mathrm{L}^3}\,\frac{1}{\left[1-\frac{1}{4}\,\frac{l^2}{\mathrm{L}^2}\right]^2}\cos\varphi,$$

worin nur die Voraussetzung liegt, dass die Dimensionen der Nadel ns gegen die Entfernung L vernachlässigt werden können.

Entwickelt man nun den Quotienten und vernachlässigt die vierte und höhere Potenzen von $\frac{l}{L}$, so erhält man für das Drehungsmoment der Nadel durch den Magnet

$$\frac{2\,MM'}{L^3}\left(1+\frac{1}{2}\,\frac{l^2}{L^2}\,\ldots\right)\cos\varphi.$$

Geht von der Erde die magnetische Horizontalkraft T aus, welche dem magnetischen Meridiane parallel auf die Nadel wirkt, so erhält diese das Drehungsmoment

$$T\mu' l' \sin\varphi \text{ oder } TM' \sin\varphi,$$

und vermöge des Gleichgewichts ist

$$TM' \sin\varphi = \frac{2\,MM'}{L^3}\left(1+\frac{1}{2}\,\frac{l^2}{L^2}\right)\cos\varphi,$$

woraus

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\,M}{TL^3}\left(1+\frac{1}{2}\,\frac{l^2}{L^2}\right) \qquad a)$$

Fig. 372.

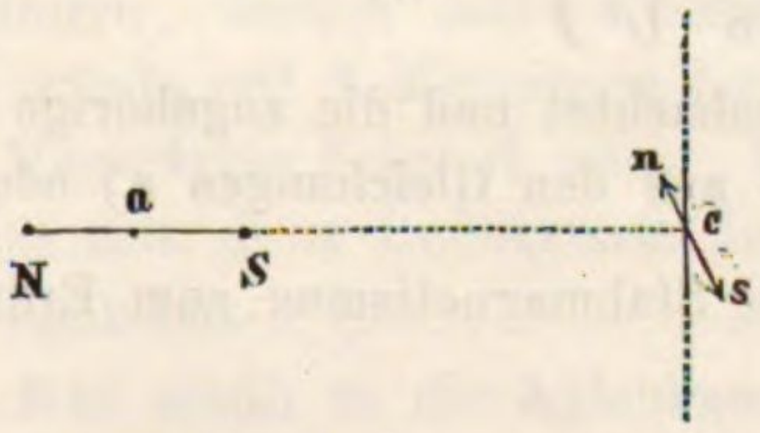


Fig. 373.

b) In der zweiten Hauptlage (Fig. 373) findet man bei Vernachlässigung der Dimensionen der Nadel

Anziehende Kraft zwischen dem Südpol S und dem Nordpol n:

$$+\frac{\mu\mu'}{L^2+\frac{l^2}{4}}.$$

Abstossende Kraft zwischen dem Nordpol N und dem Südpol n:

$$-\frac{\mu\mu'}{L^2+\frac{l^2}{4}}.$$

Erscheint der Magnet vom Mittelpunkte der Nadel aus unter dem Sehwinkel α, so ist der Nebenwinkel von α durch die Resultante dieser beiden gleichen Kräfte halbirt, und die Resultante hat die Grösse

$$\frac{2\,\mu\,\mu'}{L^2+\frac{l^2}{4}}\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{2\,\mu\,\mu'}{L^2+\frac{l^2}{4}}\cdot\frac{l}{2\sqrt{L^2+\frac{l^2}{4}}}.$$

Das von dieser Kraft der Nadel ertheilte Drehungsmoment ist dann

$$\frac{\mu\,\mu'\,l\,\frac{l'}{2}\cos\varphi'}{\left(L^2+\frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{2}\,\frac{M\,M'}{L^3}\left(1+\frac{1}{4}\,\frac{l^2}{L^2}\right)^{-\frac{3}{2}}\cos\varphi'.$$

Den gleichen Werth erhält man für das Drehungsmoment der am Südpol s angreifenden Resultante, somit im Ganzen bei Entwickelung der Wurzel

$$\frac{M\,M'}{L^3}\left(1-\frac{3}{8}\,\frac{l^2}{L^2}\ldots.\right)\cos\varphi'.$$

Das Gleichgewicht zwischen diesem Drehungsmomente und dem durch den Erdmagnetismus gelieferten gibt wie oben

$$T\,M'\sin\varphi'=\frac{M\,M'}{L^3}\left(1-\frac{3}{8}\,\frac{l^2}{L^2}\right)\cos\varphi'$$

und

$$\operatorname{tg}\varphi'=\frac{M}{T\,L^3}\left(1-\frac{3}{8}\,\frac{l^2}{L^2}\right)\qquad b)$$

Wenn man die Winkel φ oder φ' beobachtet und die zugehörige Entfernung L gemessen hat, so kann man aus den Gleichungen a) oder b) einen Werth für das Verhältniss $\frac{M}{T}$ des Stabmagnetismus zum Erdmagnetismus berechnen.

§. 453.

Für abnehmende Werthe von $\frac{l}{L}$ nähert sich in der ersten Hauptlage $\operatorname{tg}\varphi$ der Grenze $\frac{2\,M}{T\,L^3}$ und in der zweiten Hauptlage $\operatorname{tg}\varphi'$ der Grenze $\frac{M}{T\,L^3}$, so dass (für sehr grosse L) $\operatorname{tg}\varphi=2\operatorname{tg}\varphi'$.

Das Drehungsmoment, welches ein Magnet vom Momente M in der zweiten Hauptlage einem andern Magnet vom Momente M′ ertheilt, ist bei senkrechter Stellung der Axen ($\varphi'=0$) und sehr grosser Entfernung

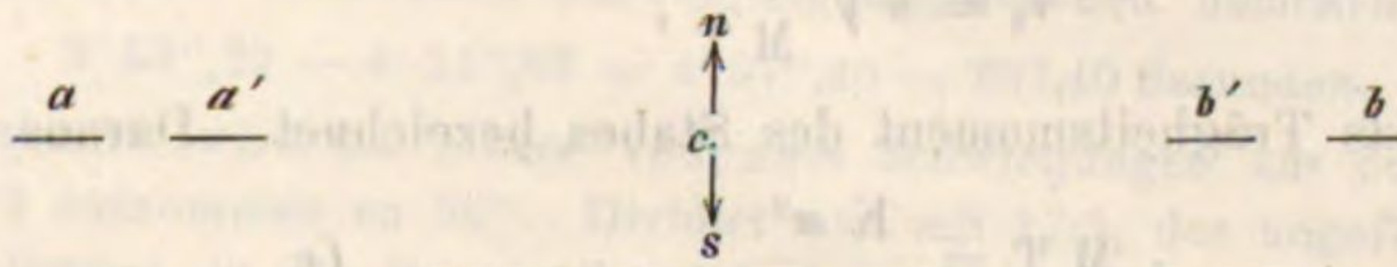
$$\frac{M\,M'}{L^3}.$$

Man leitet daraus eine Definition für die Maasseinheit des magnetischen Moments ab, indem man erkennt, dass derjenige Magnet die Einheit des

Magnetismus besitzt, welcher einem gleichen Magnete in der zweiten Hauptlage aus grosser Entfernung (L) das Drehungsmoment $\frac{1}{L^3}$ ertheilt.

§. 454.

Fig. 374.



Bei **Ausführung der Messungen** (z. B. in der ersten Gleichgewichtslage) bringt man den Magnet der Nadel gegenüber nach und nach in 4 Lagen a, a', b, b', wobei $ca' = cb'$, $ca = cb$ und am besten $ca' = \frac{3}{4} ca$ gewählt wird. In jeder dieser Lagen werden an der Bussole ns vier Ablenkungswinkel abgelesen, nämlich die Ablenkung der nördlichen und der südlichen Spitze zur Elimination der Excentricität der Nadel, dann diese Ablenkungen nochmals nach Umkehrung des ablenkenden Magnets, wobei dessen Mitte in a bleibt. Durch die Umkehrung wird die um die Mitte unsymmetrische Vertheilung des Magnetismus eliminirt. Um die Abweichung der geometrischen von der magnetischen Axe der Nadel zu eliminiren, werden auch Messungen (b) auf der rechten Seite gemacht. Man würde mit 2 Messungen (a und b) ausreichen, wenn die Distanz (l) der Magnetpole bekannt wäre. Da dieses aber nie sicher der Fall ist, so hat man diese Unbekannte durch Hinzufügung der Messungen in $a'b'$ zu eliminiren.

Man erhält so die Ablenkungen φ_1, φ_2 in den Distanzen r_1, r_2 und die beiden Gleichungen

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{2\,M}{T r_1^3} \left(1 + \frac{l^2}{r_1^2}\right)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{2\,M}{T r_2^3} \left(1 + \frac{l^2}{r_2^2}\right)$$

oder

$$r_1^5 \operatorname{tg} \varphi_1 = 2 \frac{M}{T} \left(r_1^2 + \frac{1}{2} l^2\right)$$

$$r_2^5 \operatorname{tg} \varphi_2 = 2 \frac{M}{T} \left(r_2^2 + \frac{1}{2} l^2\right)$$

und hieraus

$$\frac{M}{T} = \frac{r_1^5 \operatorname{tg} \varphi_1 - r_2^5 \operatorname{tg} \varphi_2}{2 (r_1^2 - r_2^2)}.$$

§. 455.

Lässt man den Magnet M, welcher eben zur Ablenkung der Nadel gebraucht wurde, unter dem Einflusse des Erdmagnetismus, in horizontaler Ebene schwingen, so ist die Schwingungsdauer τ_0

$$\tau_0 = \pi \sqrt{\frac{K}{M\,T}},$$

wobei K das Trägheitsmoment des Stabes bezeichnet. Daraus folgt

$$M\,T = \frac{K\,\pi^2}{\tau_0^{\,2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (c$$

Misst man also die Schwingungsdauer und das Trägheitsmoment, so verschafft man sich das Produkt aus dem Stabmagnetismus in den Erdmagnetismus, während man durch die vorhin ausgeführten Versuche das Verhältniss beider Magnetismen ermittelt hat. Je nachdem man dann beide Gleichungen durch einander multiplicirt oder dividirt, leitet man einen Werth für den Stabmagnetismus M oder die Horizontalintensität T des Erdmagnetismus ab. Aus der so gemessenen Horizontalintensität geht man durch Division mit dem Cosinus der Inclination auf die Gesammtintensität über.

§. 456.

Es erübrigt, die Methoden zur genauen Bestimmung von τ_0 und K anzugeben.

τ_0 ist die Zeit, welche ein schwingender Körper nöthig hat, von einem Umkehrpunkte zum andern zu gelangen. Durch Beobachtung des Momentes der Umkehr wird diese Zeit nicht mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden können, weil in der Nähe dieses Punktes die Geschwindigkeit der Bewegung zu gering ist. Man wird also eine Marke in der Nähe der Gleichgewichtslage anbringen und den Zeitpunkt der Umkehr als arithmetisches Mittel aus den beiden Zeiten berechnen, in welchen der Magnet die Marke passirte. Man beobachtet dann am besten eine gerade Anzahl von Durchgängen und benützt diese sämmtlich zur Berechnung der absoluten Zeit eines Umkehrpunktes, z. B.

	Durchgangszeit		Umkehrzeit	
1)	4′	29,0	4′	54″,80 (aus 2 und 3)
2)		45,6		54,85 (aus 1 und 4)
3)	5′	0,6		
4)		18,9	4′	54,82 (Mittel).

Nach einer ungezählten Anzahl von Schwingungen beginnt man von neuem die Beobachtung einer geraden Anzahl von Durchgängen und verwerthet sie ebenso, z. B.

Durchgangszeit			Umkehrzeit
1)	9′	25,5	9′ 52″,25 (aus 2 und 3)
2)		43,9	52,30 (aus 1 und 4)
3)	10′	0,6	
4)		18,9	9′ 52″,22 (Mittel).

Die unterdessen vollendeten Schwingungen geschehen demnach in der Zeit

$$9' 52'',22 - 4' 54'',82 = 4' 57'',40 = 297{,}40 \text{ Secunden.}$$

Approximativ wird die Dauer von zwei Schwingungen aus den Beobachtungen 1—3 entnommen zu 35″. Dividirt man mit 17,5, der ungefähren Dauer einer Schwingung, in die Dauer aller Schwingungen, so erhält man eine angenäherte Zahl, hier 16,994 für die (nothwendig ganze) Anzahl derselben, woraus man mit Sicherheit schliesst, dass 17 Schwingungen gemacht worden sind. Daraus berechnet sich die Schwingungsdauer genauer

$$\tau_0 = \frac{297{,}40}{17} = 17{,}494 \text{ Secunden.}$$

§. 457.

Die Dauer einer Pendelschwingung ist nicht genau $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, sondern wenn der grösste Elongationswinkel $\frac{\alpha}{2}$ ist, hat man

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{4} + \frac{9}{64}\sin^4\frac{a}{4} + \ldots\right).$$

Diese Zeit τ wird demnach wirklich beobachtet, und es berechnet sich der oben als Schwingungsdauer verwendete Ausdruck bei Beschränkung der Reihe auf drei Glieder

$$\tau_0 = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{\tau}{1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{4} + \frac{9}{64}\sin^4\frac{a}{4}} = \tau - \left(\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{4} + \frac{5}{64}\sin^4\frac{\alpha}{4}\right)\tau,$$

wobei meistens das erste Glied der Correctur genügt.

Das Glied $-\left(\frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{4} + \frac{5}{64}\sin^4\frac{\alpha}{4}\right)\tau$ heisst die Reduction auf unendlich kleine Schwingungen.

Die Torsion des Aufhängefadens wirkt bei den Schwingungen ebenso, wie wenn das magnetische Moment des Erdmagnetismus um Θ. MT grösser wäre. (Vgl. §. 448). Also ist genauer

$$(1 + \Theta)\,\mathrm{MT} = \frac{\mathrm{K}\,\pi^2}{\tau_0^2}.$$

§. 458.

Das Trägheitsmoment K, als diejenige Masse, welche, in der Entfernung 1 von der Drehungsaxe angebracht, durch die gleiche Arbeit die gleiche Winkelbeschleunigung erhält wie die wirkliche Masse des Körpers, wird nach den Regeln

der Mechanik berechnet und ist z. B. für ein rechtwinkeliges Parallelepipedon von der Masse M, der Länge l und der Breite b

$$\frac{1}{12} \mathrm{M} \ (l^2 + b^2),$$

wenn die Drehung um den Schnittpunkt der Diagonalen des Rechteckes (l, b) erfolgt.

Ist der Körper nicht hinreichend definirbar, oder bestehen Zweifel über seine Homogeneität, so empfiehlt sich die experimentelle Bestimmung seines Trägheitsmomentes.

Man beobachtet die Schwingungsdauer τ_0. Denn hängt man an dem Körper in gleichen Abständen von der Drehungsaxe gleiche cylindrische Gewichte mittelst Coconfäden auf und beobachtet wiederum die Schwingungsdauer (τ_1).

Da zuletzt das Trägheitsmoment k hinzugefügt war, welches aus der Masse m, dem Radius r und dem Axenabstande d des einen der beiden Cylinder durch die Formel $k = m \ (r^2 + 2 d^2)$ berechnet wird, folgt K aus der Gleichung

$$\mathrm{K} : (\mathrm{K} + k) = \tau_0^2 : \tau_1^2.$$

§. 459.

Einheit des Magnetismus. Nachdem gezeigt ist, wie bestimmte Zahlenwerthe sowohl für den Stabmagnetismus als für die Intensität des Erdmagnetismus gefunden werden können, ist es passend, noch einen Augenblick bei der Bedeutung dieser Zahlen zu verweilen.

Wir haben die Stärke des Stabmagnetismus durch die Grösse eines Drehungsmoments ausgedrückt. Ein Drehungsmoment ist etwas Gemeinverständliches, durch Kraft und Längenmaass Gegebenes. Man pflegt indessen bei Messung magnetischer Kräfte nach dem Vorgange von Gauss und Weber besondere Maasse zu Grunde zu legen, wobei man zunächst über die Masseneinheit verfügt. Da die Massen ihren Gewichten proportional sind, hindert nichts, als Maass der Massen ein Gewicht einzuführen, und es gilt das Milligramm als Masseneinheit. Als Zeitmaass verbleibt die Secunde, als Längenmaass wird das Millimeter gewählt. Nun wird zur Krafteinheit jene Kraft, welche dem Milligramm in einer Secunde ein Millimeter Beschleunigung ertheilt, so dass z. B. die Schwere des Milligramms durch 9806 Krafteinheiten gegeben ist, weil sie dem Milligramm in einer Secunde 9806 Millimeter Beschleunigung gibt. Die Einheit des Drehungsmomentes ist thätig, wenn eine Kraft gleich dem Bodendruck von $\frac{1}{9806}$ Milligrammen in einem Millimeter Entfernung von der Drehungsaxe angreift. Diese ertheilt dann der in demselben Punkte concentrirt gedachten Masse von 1 Milligramm eine Winkel-Beschleunigung von 1^{mm}.

Wenn also z. B. für einen Stabmagnetismus bei Zugrundelegung dieser Einheiten der Werth 9929800 gefunden wird, so kann über die Bedeutung dieses Werthes kein Zweifel sein:

Wenn ein zweiter ihm gleicher Magnet ihm in 1 Meter Entfernung in der zweiten Hauptlage gegenüber stände, so müssten $\frac{9929800^2}{1000^3 \cdot 9806}$ Milligrammgewichte, also etwas mehr als ein Zentigramm, in 1 Millimeter Entfernung von der Drehungsaxe an jenem Magnetstab rechtwinkelig zur magnetischen Axe ziehen, um denselben in seiner Gleichgewichtslage zu erhalten. (§. 453.)

Ist die Intensität des Erdmagnetismus durch die Zahl 1,843 gegeben, so ist dieses das Drehungsmoment, welches ein Magnet vom Stabmagnetismus 1, der senkrecht auf dem magnetischen Meridian steht, von dem Erdmagnetismus erhält. Will man also diesen Stab in seiner Lage erhalten, so hat man in 1^{mm} Entfernung von der Drehungsaxe einen entgegengesetzten Zug auszuüben, welcher dem durch die Schwere ausgeübten Zuge von $\frac{1{,}843}{9806}$ frei schwebenden Milligrammen gleich ist.

Haben wir aber den vorigen Magnet vom Moment 9929800, so wächst dieser Gegenzug auf $\frac{9929800 \cdot 1{,}843}{9806}$ Milligramme oder mehr als 1,843 Gramme an.

IV. Aenderungen des magnetischen Zustandes der Erde.

§. 460.

An jedem Orte der Erde sind Declination, Inclination und Intensität in stetiger Aenderung begriffen, deren Ursache unbekannt ist. Die Aenderung der Declination und Inclination kann man mit Fernrohr und Scala verfolgen, wobei eine Bewegung um n Millimeter der Scala bei der Entfernung r^{mm} der Scala vom Spiegel die Aenderung $\Delta\varphi$

$$\Delta\varphi = \frac{n}{2r} \cdot \frac{180}{\pi}$$

in Graden anzeigt.

Zur Beobachtung der Variationen der Intensität bedient man sich nach Gauss folgender Methode.

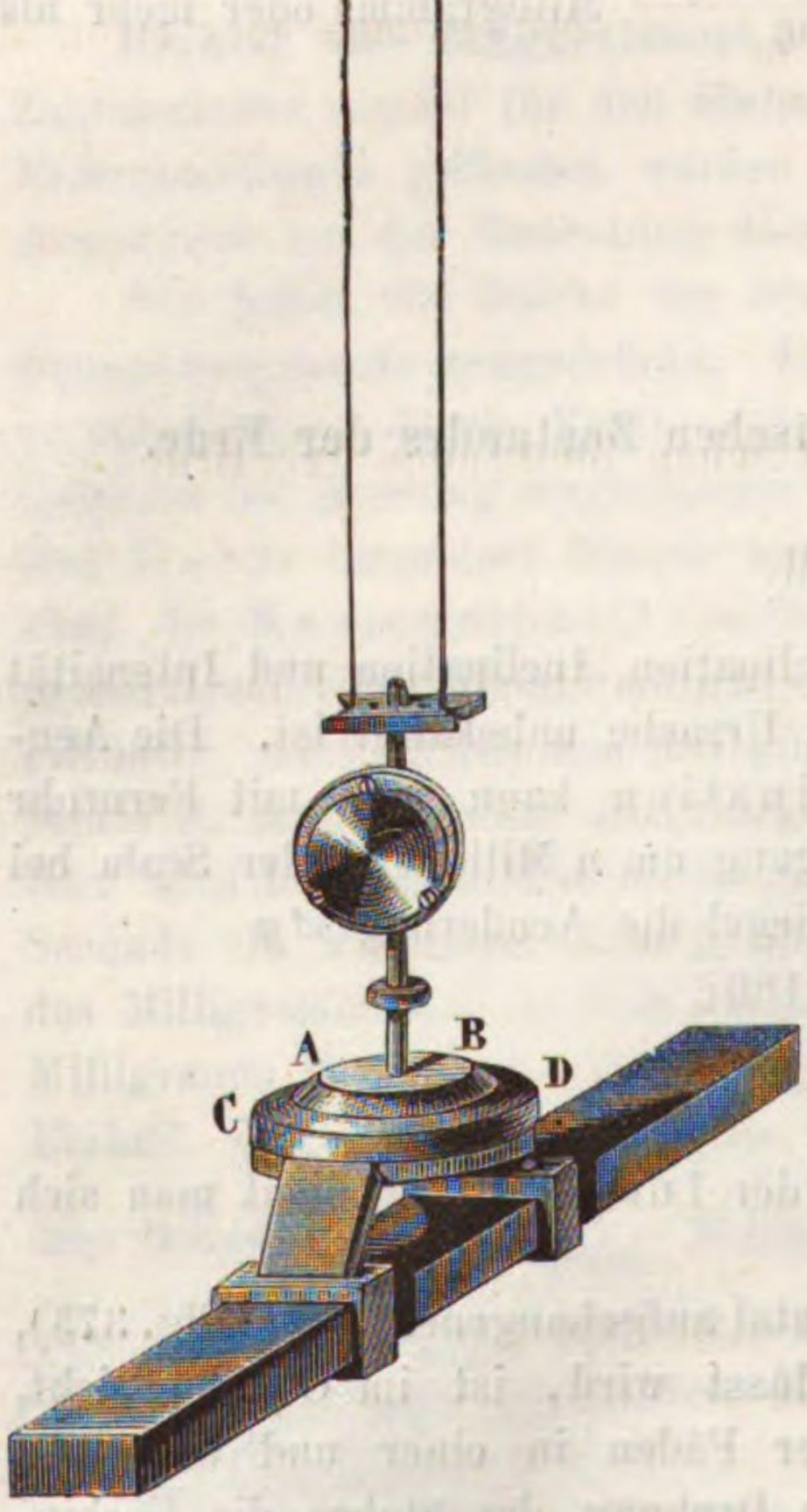
Ein an zwei Fäden (bifilar) horizontal aufgehangener Stab (Fig. 375), welcher nur von der Schwere beeinflusst wird, ist im Gleichgewicht, wenn die vier Befestigungspunkte der Fäden in einer und derselben Vertikalebene liegen. Hat man durch Drehung des Stabes die Verbindungslinie der beiden unteren Befestigungspunkte gegen die der beiden oberen verdreht, so hebt sich der Stab und es wirkt an dem abgelenkten

Stab ein Kräftepaar, dessen Moment mit dem Ablenkungswinkel δ, dem Gewichte Q des Stabes und dem (überall gleich vorausgesetzten) Abstande $2r$ der Fäden wächst, mit wachsender Länge l derselben aber abnimmt und für kleinere Ablenkungen annähernd durch den Ausdruck

$$D = \frac{r^2}{l} Q \sin \delta$$

gegeben ist.

Fig. 375.



Ein Magnetstab vom magnetischen Momente M erhält in einer zum magnetischen Meridian senkrechten Lage (z. B. Nordpol östlich) durch den Erdmagnetismus T das Drehungsmoment M T (von rechts nach links) und es wird bei geeigneter Wahl von r und l immer möglich sein, die Verbindungslinie der oberen Aufhängepunkte, soweit (von links nach rechts) gegen diese Lage des Magnetstabes zu verdrehen, dass das mechanische Drehungsmoment D der Bifilare dem magnetischen Drehungsmomente M T gerade das Gleichgewicht hält. Aendert sich r, l und M nicht, so können Veränderungen im Winkel δ nur von Aenderungen in der Intensität des Erdmagnetismus T herrühren. Letztere können daher mittelst dieser Vorrichtung beobachtet werden. Dabei bedient man sich eines Fernrohrs mit horizontaler Scala, deren Theilstriche von einem auf dem Magnet befestigten Spiegel in den Vertikalfaden des Fernrohrs reflectirt werden. Um von dieser Ablesung, welche eine Bewegung um a Scalentheile angezeigt haben mag, sofort auf die Aenderung der Intensität T übergehen zu können, aicht man den Apparat, indem man auf denselben einen Magnet von bekanntem magnetischem Momente M′ von Norden oder Süden her aus weiter Entfernung (R) einwirken lässt.

Differirte dabei die Einstellung des Bifilarmagnetometers um n Theilstriche, je nachdem demselben der Nordpol oder Südpol des Magnets M' zugewendet war, so deutet künftig die Bewegung um einen Theilstrich eine Aenderung der Intensität um

$$\Delta = \frac{4\,M'}{n\,R^3}$$

an.

Wird nämlich die Bewegung um 1 Scalentheil durch die Aenderung Δ des Erdmagnetismus T veranlasst, so entspricht diese Bewegung einer Aenderung des Moments M T um M Δ und es wird einer Bewegung um n Scalentheile um so näher, je kleiner der entsprechende Ablenkungswinkel ist, die Aenderung n M Δ des Momentes entsprechen.

Andererseits ändert sich dasselbe Drehungsmoment durch Hinzukommen des Magnets vom Momente M' um $\pm \frac{2\,M'M}{r^3}$. (Vgl. §. 452). Denken wir uns die absolute Summe dieser Aenderungen durch Variation des Erdmagnetismus erzeugt, so muss

$$n\,M\,\Delta = \frac{4\,M'M}{r^3}$$

sein. Folglich ist

$$\Delta = \frac{4\,M'}{n\,r^3}$$

und $a\,\Delta$ die einer beobachteten Ablenkung um a Theilstriche entsprechende Aenderung der Intensität T des Erdmagnetismus.

§. 461.

Aus den Beobachtungen, welche über Variationen der Richtung und Intensität des Erdmagnetismus angestellt wurden, geht hervor, dass diese Grössen sich in täglichen, jährlichen und seculären Perioden ändern und dass dieser periodische Gang zuweilen durch starke einzelne Störungen unterbrochen wird, welche in der Regel mit Nordlichtern gleichzeitig eintreten.

Die Declination ist in Europa zur Zeit westlich. Sie ist am kleinsten Morgens um 8 Uhr, wächst dann bis Nachmittags gegen 2 Uhr, erreicht Abends um 8—10 Uhr ihr zweites Minimum und zeigt während der Nacht nur geringe Aenderungen. Diese Bewegung beträgt nur 8—10 Bogen-Minuten im Winter, wächst aber auf 13—15 Minuten im Sommer an.

Die täglich mittlere Richtung der Magnetnadel zeigt vom Frühling bis zum Sommersolstitium östliche, von da an westliche Bewegung. Endlich ist der mittlere Jahreswerth der Declination zur Zeit im Abnehmen begriffen, nachdem derselbe im Jahre 1663 für Paris Null war und im Jahre 1814 mit 22°,34' sein westliches Maximum erreicht hat.

Ueber die Aenderungen, welche die Declination zu Paris zwischen den Jahren 1580 und 1864 erfahren, gibt Jamin folgende Tafel:

1580	11°.30′	1822	22°.11′
1618	8.00	1823	22.23
1663	0.00	1824	22.23
1780	1.30	1825	22.22
1785	8.10	1827	22.20
1805	19.16	1828	22.06
1813	19.55	1829	22.12
1814	22.00	1832	22.03
1816	22.05	1835	22.04
1817	22.28	1849	20.34
1818	22.34	1850	20.31
1819	22.25	1851	20.25
1678	22.19	1858	19.41
1700	22.22	1861	19.26
1767	22.29	1864	18.58

Den gegenwärtigen Werth der Declination für das mittlere Europa kann man aus folgender Tabelle,*) welche für den Anfang des Jahres 1870 gilt, entnehmen, wenn man die jährliche Abnahme derselben zu 0°,16 annimmt.

Nördliche Breite	Oestliche Länge von Ferro										
	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°
45°	16°,9	16,5	16,1	15,6	15,2	14,7	14,2	13,8	13,3	12,9	12,4
50°	18,4	17,9	17,4	16,8	16,3	15,7	15,1	14,5	14,1	13,7	13,1
55°	20,0	19,2	18,5	17,8	17,2	16,6	15,9	15,3	14,8	14,3	13,7
	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°
45°	12,4	11,9	11,4	10,9	10,4	10,0	9,7	9,2	8,8	8,4	7,8
50°	13,1	12,6	12,0	11,5	11,0	10,5	9,9	9,4	8,9	8,4	7,8
55°	13,7	13,1	12,6	12,1	11,5	11,0	10,4	9,8	9,3	8,7	8,0

Ueber den Gang der Inclination zu Paris gibt Jamin folgende Tabelle:

1671	75°.00′	1832	67°.40′
1775	72.15	1840	67.12
1798	69.51	1851	66.37
1806	69.12	1858	66.16
1811	68.50	1861	66.07
1820	68.20	1864	66.03

*) Aus Kohlrausch, Leitfaden der pract. Phys. S. 212.

Die Horizontalintensität zeigt ihr tägliches Minimum um 10 Uhr Morgens und wächst von da bis 10 Uhr Abends, um in den folgenden 12 Stunden bis zu ihrem kleinsten Werthe abzunehmen. Dieselbe kann für das mittlere Europa aus folgender für den Anfang des Jahres 1870 geltenden Tafel*) berechnet werden, wenn man berücksichtigt, dass sie in einem Jahre um 0,004 wächst.

Nördliche Breite	Oestliche Länge von Ferro				
	20°	25°	30°	35°	40°
45°	2,06	2,09	2,14	2,18	2,22
46°	2,02	2,05	2,10	2,14	2,18
47°	1,98	2,01	2,06	2,09	2,14
48°	1,94	1,97	2,01	2,05	2,10
49°	1,90	1,93	1,97	2,01	2,05
50°	1,85	1,89	1,93	1,97	2,01
51°	1,82	1,85	1,89	1,93	1,97
52°	1,78	1,81	1,85	1,89	1,92
53°	1,74	1,78	1,82	1,85	1,88
54°	1,71	1,74	1,79	1,81	1,84
55°	1,66	1,72	1,75	1,78	1,80

§. 462.

Der wenig regelmässige Verlauf derjenigen Linien, welche auf der Erdoberfläche die Orte gleicher Declination, gleicher Inclination oder gleicher Intensität verbinden, dann die periodischen Aenderungen dieser Bestimmungsstücke des Erdmagnetismus liessen den Versuch Duperrey's, die magnetischen Erscheinungen an der Erdoberfläche aus einem im Innern der Erde befindlichen Magnet von bestimmter Stärke, Grösse und Lage zu erklären, nicht soweit gelingen, dass nach Bestimmung dieser Grössen Declination, Inclination und Intensität für jeden Ort der Erde mit hinreichender Annäherung berechnet werden könnte.

Hingegen gelang Gauss**) die Lösung dieses Problems, soweit es überhaupt lösbar erscheint, durch Erfindung einer besonderen Methode, welche von einer Hypothese über die Vertheilung des Magnetismus im Erdinnern durchaus unabhängig ist.

Gauss konnte nachweisen, dass der magnetische Zustand der Erdoberfläche zwar durch magnetische Kräfte zu erklären ist, welche ihren Sitz in der Erde haben, aber nicht durch eine besondere Vertheilung des

*) Aus Kohlrausch a. a. O.

**) Gauss, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. Bd. III.

Magnetismus im Erdinnern bedingt ist, vielmehr aus unendlich vielen Lagerungen erklärt werden kann.

Er stellte ferner eine Funktion (das magnetische Potenzial) her, deren Variable die (3) Coordinaten des Ortes sind, welcher von Seite der Erde magnetische Einwirkung erfährt, und welche die Eigenschaft besitzt, dass ihre nach diesen 3 Coordinaten genommenen partiellen Differenzialquotienten die Kräfte sind, welche den Punkt den entsprechenden Coordinatenaxen parallel angreifen. Aus diesen 3 Componenten lässt sich dann nicht nur die Grösse der Resultante (die Gesammtinsentität), sondern auch ihre Richtung (Declination und Inclination) auf das einfachste ableiten.

Sollen die Punkte auf der Erdoberfläche liegen, so reduciren sich die Variablen auf zwei: Geographische Länge und Breite.

Dem Potenzial hat Gauss die Form einer Reihe gegeben, welche nach steigenden Potenzen des Sinus und Cosinus dieser beiden Variablen fortschreitet, und hat aus 84 gleichzeitig an verschiedenen Stationen gemachten Beobachtungen eine hinreichende Anzahl von Coefficienten dieser Reihe bestimmt, um dann durch Anwendung der Reihe für jeden anderen Ort den Werth des Potenzials mit grosser Annäherung berechnen zu können.

Wenn die Hypothese eines Magnets im Erdinnern nicht durchzugreifen vermag, so bleibt uns nach dem dermaligen Stande unserer Kenntnisse über den Zusammenhang von Magnetismus nnd Electricität nur noch der eine Gedanke übrig, dass die Erscheinungen des Erdmagnetismus durch electrische Ströme von (geographisch) unregelmässiger und veränderlicher Bahn erzeugt werden, deren Intensität nicht völlig constant ist.

Viertes Kapitel.

Induction.

I. Induction in geschlossenen linearen Leitern.

§. 463.

Wie ein isolirter electrischer Conductor alle in seiner Umgebung befindlichen Gegenstände, insoweit sie der Electricität als Leiter dienen können, influenzirt, indem er in denselben eine Bewegung der Electricität hervorruft, so versetzt auch ein electrischer Strom seine Umgebung in einen besonderen Zustand, dessen Beginn und Aufhören, in einem geschlossenen Leiter selbst die Wirkungen eines Stromes hervorbringt.

Solche durch Influenz erzeugte Ströme nennt man inducirte oder Inductionsströme.

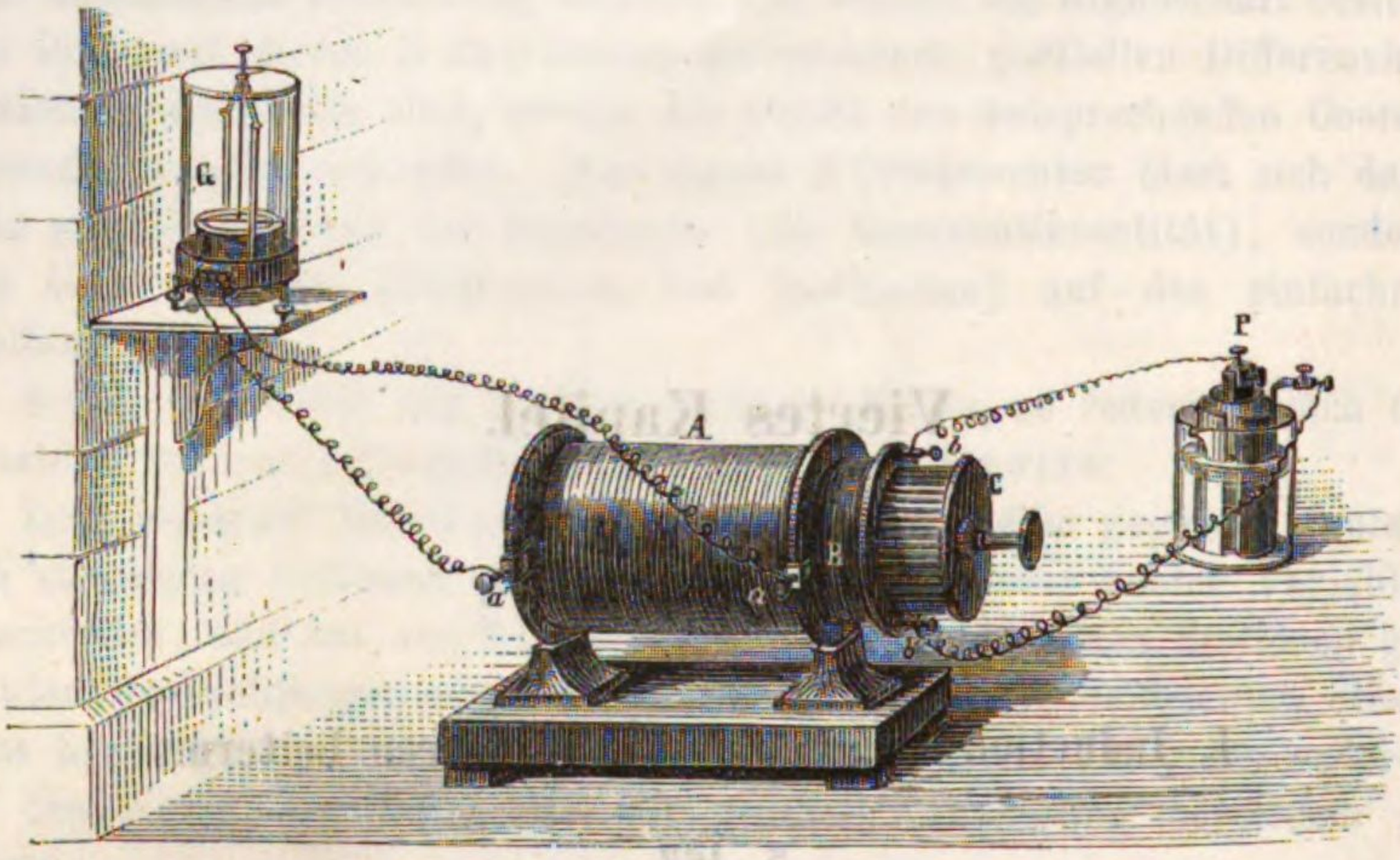
§. 464.

Electrische Induction. — Fig. 376 stellt einen Apparat dar, welcher zu den Fundamentalversuchen über Induction verwendet werden kann. Die äussere Rolle A von Holz oder Pappe trägt eine grosse Anzahl von isolirten Windungen eines sehr feinen Drahtes, dessen beide Enden zu dem entfernt aufgestellten Multiplikator G laufen. In diese Rolle kann eine zweite Rolle B eingeschoben werden, auf welche ein dickerer und kürzerer Draht aufgewickelt ist. Dieser Draht wird in den Strom der Batterie P eingeschaltet. In die Rolle B endlich kann ein Bündel C von Stäben aus weichem Eisen eingeführt werden.

Erster Versuch. Lassen wir vorerst das Bündel C bei Seite und schieben die vom Batteriestrom durchflossene Rolle B in A ein, so erfolgt eine Ablenkung der Magnetnadel des Galvanometers G, und zwar

in dem Sinne, als ob ein dem Batteriestrom entgegengesetzter Strom die Rolle A durchliefe. Die Ablenkung der Nadel ist indessen keine

Fig. 376.



dauernde, sondern es folgen derselben unmittelbar Schwingungen um die durch den Erdmagnetismus bestimmte Gleichgewichtslage, wie wenn ein mechanischer Stoss die Ursache der Ablenkung gewesen wäre.

Wir schliessen daraus, dass in der That ein dem Batteriestrom entgegengesetzter electrischer Strom die Rolle A durchlief, dessen Dauer sich auf die Zeit beschränkte, in welcher die Bewegung der Rolle B ausgeführt wurde.

Diesen Strom nennt man den Schliessungsstrom. Er bezeichnet den Beginn eines influenzirten Zustandes der Rolle A.

Zweiter Versuch. Entfernt man nach Beruhigung der schwingenden Nadel die Rolle B, so erfolgt ein neuer Ausschlag der Nadel nach der entgegengesetzten Richtung und zeigt demnach einen Strom an, welcher dem Batteriestrom gleich läuft. Dieser gleichlaufende Strom, dessen Dauer ebenfalls auf die Dauer der Bewegung der Rolle beschränkt ist, heisst der Oeffnungsstrom. Er bezeichnet die Rückkehr der Rolle A in den neutralen Zustand.

Dritter Versuch. Die Benennungen der beiden Inductionsströme finden ihre Erklärung durch eine Abänderung des vorigen Versuchs. Schliesst man nämlich den Batteriestrom erst, nachdem die Rolle B schon in die Rolle A eingeführt ist, so erhält man denselben Effekt, wie wenn man die vom Strom durchflossene Rolle B plötzlich in die Rolle A versetzt hätte: es verläuft in A der Schliessungsstrom in einer ungleich

kürzeren Zeit als vorhin. Unterbricht man dann den Batteriestrom, so erhält man den Oeffnungsstrom mit derselben Modifikation der Dauer.

§. 465.

Magnetische Induction. — Vierter Versuch. Da wir die Magnete als Combinationen gleichgerichteter Solenoide kennen gelernt haben, so erwarten wir, dass ein Magnetstab bei entsprechender Richtung seiner Pole auf die Inductionsrolle A ebenso wirkt wie das Solenoid B, und dieser Erwartung entspricht der Versuch. Führen wir statt der Rolle B einen Magnet in A ein, so verläuft daselbst ein Inductionsstrom, welcher seinerseits Eisen entgegengesetzt magnetisiren würde, während das Ausziehen des Magnets einen mit den elementaren Solenoiden gleichlaufenden Strom hervorruft.

Fünfter Versuch. Nachdem im dritten Versuche die Rolle B in den Batteriestrom eingeschaltet, der Schliessungsstrom verlaufen und die Nadel des Galvanometers wieder in Ruhe ist, stecken wir das Bündel Eisenstäbe C in die Rolle B. Sofort erfolgt ein neuer Ausschlag der Nadel in gleichem Sinne wie vorher, bewirkt durch die Induction des in C entstehenden Magnetismus. Bei Entfernung des Bündels C verläuft in A ein dem Batteriestrom gleichgerichteter Oeffnungsstrom.

Sechster Versuch. Die im dritten und fünften Versuche einzeln erzielten Wirkungen lassen sich vereinigen, wenn man zuvor den Inductionsapparat so zusammenstellt, wie in Fig. 376 angedeutet, und dann den Batteriestrom schliesst und öffnet.

§. 466.

Gesetz von Lenz. — Bei Benutzung des in Fig. 376 angegebenen Apparates und einer nicht zu schwachen Batterie gelingen die aufgeführten Versuche mit grosser Entschiedenheit.

Das Entstehen des Inductionsstromes ist aber nicht durch die Anwendung vielfach umwundener Rollen bedingt. Vielmehr entwickelt sich ein Strom in jedem geschlossenen Leiter, wenn in seiner Nähe ein electrischer Strom seine Intensität oder seinen Lauf ändert. Und zwar wird durch das Anschwellen des Stromes ebensowohl wie durch die Annäherung eines constanten Stromes an den Leiter in diesem ein entgegengesetzt laufender Strom (Schliessungsstrom) inducirt, während das Abnehmen der Stromstärke und die Entfernung des Stromes von dem Leiter einen gleichlaufenden Strom (den Oeffnungsstrom) hervorrufen.

Bald nach der Entdeckung der Induction durch Faraday erkannte Lenz das Gesetz, nach welchem die durch relative Bewegung von Strom-

leitern entwickelten Inductionsströme verlaufen: Sind zwei geschlossene Stromleiter, ein electrischer und ein neutraler, in relativer Bewegung, so wird in dem neutralen Leiter ein Strom von solcher Richtung inducirt, dass durch seine Rückwirkung auf den Hauptstrom die relative Bewegung der Ströme gehemmt wird.

§. 467.

Induction durch den Erdmagnetismus. — In §. 412 ff. wurden die dynamischen Wirkungen erörtert, welche der Erdmagnetismus an einem vom Strome durchflossenen Leiter hervorbringt und für jede Lage des Leiters der Sinn des wirksamen Drehungspaares ermittelt.

Da im Allgemeinen ein Drehungsmoment vorhanden ist und nur bestimmte Stellungen des Leiters als Gleichgewichtslagen ausgezeichnet sind, folgt, dass die Bewegung eines geschlossenen neutralen Leiters im Allgemeinen den Verlauf eines durch den Erdmagnetismus inducirten Stromes zur Folge haben muss.

Um die Richtung des Stromes zu finden, der durch eine gegebene Drehung eines neutralen Leiters inducirt wird, hat man nach dem Gesetze von Lenz denjenigen Strom zu construiren, welcher durch den Erdmagnetismus ein der ausgeführten Drehung entgegengesetztes Drehungsmoment erhält.

§. 468.

Erstes Beispiel. Ein rechteckiger oder kreisförmiger, vom Strom durchflossener Leiter, welcher um eine vertikale Axe drehbar ist, hat seine stabile Gleichgewichtslage, wenn seine Ebene senkrecht zum magnetischen Meridian steht und der Strom unten von Osten nach Westen läuft. Dreht man die Ostseite, an welcher der Strom herabkommt, über Süden nach Westen, so ist vermöge der Wechselwirkung zwischen Strom und Erdmagnetismus fortwährend ein entgegengesetzt drehendes Kräftepaar thätig. Somit wird durch diese Drehung in der That ein Inductionsstrom erzeugt, welcher vorn (auf der Südseite) von oben nach unten durch den Leiter fliesst. Ist die Drehung um 180° ausgeführt, so ist bei Fortexistenz des gedachten Stromes das Gleichgewicht labil, jede Drehung desselben würde durch das Drehungsmoment des Erdmagnetismus beschleunigt, folglich entsteht durch Zurückdrehen des Leiters in die frühere Lage ein Inductionsstrom, welcher vorn von unten nach oben fliesst. In diesem Falle wird die Induction durch die horizontale Componente des Erdmagnetismus bewirkt.

§. 469.

Zweites Beispiel. Ist ein rechteckiger oder kreisförmiger, vom Strom durchflossener Leiter um eine horizontale, in der Ebene des magnetischen Meridians liegende Axe drehbar, so hat er seine beiden Gleichgewichtslagen (die stabile und labile) gegenüber der Vertikalcomponente des Erdmagnetismus, wenn seine Ebene senkrecht zum magnetischen Meridian steht. Denkt man sich nun den magnetischen Nordpol im Nadir, so ist die stabile Gleichgewichtslage des Leiters durch einen Strom bestimmt, welcher für den Beobachter, der den Lauf desselben von oben aus dem Mittelpunkte betrachtet, von links nach rechts (wie der Zeiger der Uhr) geht. Jede Drehung aus dieser stabilen Gleichgewichtslage erzeugt einen Inductionsstrom von eben dieser Richtung, der somit oben von Norden nach Süden läuft. Nach einer halben Umdrehung wird die Gleichgewichtslage des gedachten Stromes labil. Die Zurückdrehung aus derselben erzeugt somit einen Inductionsstrom von entgegengesetzter Richtung (oben von Süden nach Norden).

Bei diesem und dem vorigen Beispiel ist beachtenswerth, dass die Vollendung der begonnenen Drehung, eben weil sie einen Wechsel der Stromrichtung in dem Leiter veranlasst, stets gleich gerichtete Ströme vor dem Auge des Beobachters vorüber führt.

Im ersten Falle geht der Strom vor dem nach Norden blickenden Beobachter stets von oben nach unten, im zweiten von Norden nach Süden durch den Halbkreis. Daraus folgt, dass eine Magnetnadel, welche im zweiten Falle horizontal im Mittelpunkte der Drehung aufgestellt wird, bei einigermassen rascher Drehung eine constante Ablenkung zeigt.

§. 470.

Drittes Beispiel. Will man die resultirende Kraft des Erdmagnetismus zur Induction verwenden, so stellt man die Drehungsaxe des kreisförmigen Leiters senkrecht zum magnetischen Meridian. Dann ist der vom Strom durchflossen gedachte Leiter dem Erdmagnetismus gegenüber in seiner stabilen Gleichgewichtslage, wenn seine Ebene M N (Fig. 377) senkrecht zur Richtung A B der Inclinationsnadel steht und der Strom oben (bei M) von Westen nach Osten geht.

Ebenso läuft demnach der im neutralen Leiter erzeugte Inductionsstrom, wenn man M über A (oder B) nach N dreht. Setzt man die Drehung in gleichem Sinne fort, so fliesst nun, während M über B in seine frühere Lage zurückkehrt, der Inductionsstrom in M umgekehrt von Osten nach Westen.

Der Inductor M N (Fig. 377) ist so eingerichtet, dass der Strom nicht innerhalb des gedrehten Kreises verläuft, sondern von dem ge-

spaltenen Ringe O aus durch schleifende Federn *d* D, *c* C und die Klemmen Q, H in eine äussere Leitung eintritt, in welche dann Galvanometer, electrolytische Apparate u. dgl. eingeschaltet werden können. Die beiden Hälften des Metallringes O sind angelöthet am Anfang und Ende des Drahtes, welcher um die Inductionsrolle M N gewunden ist.

Fig. 377.

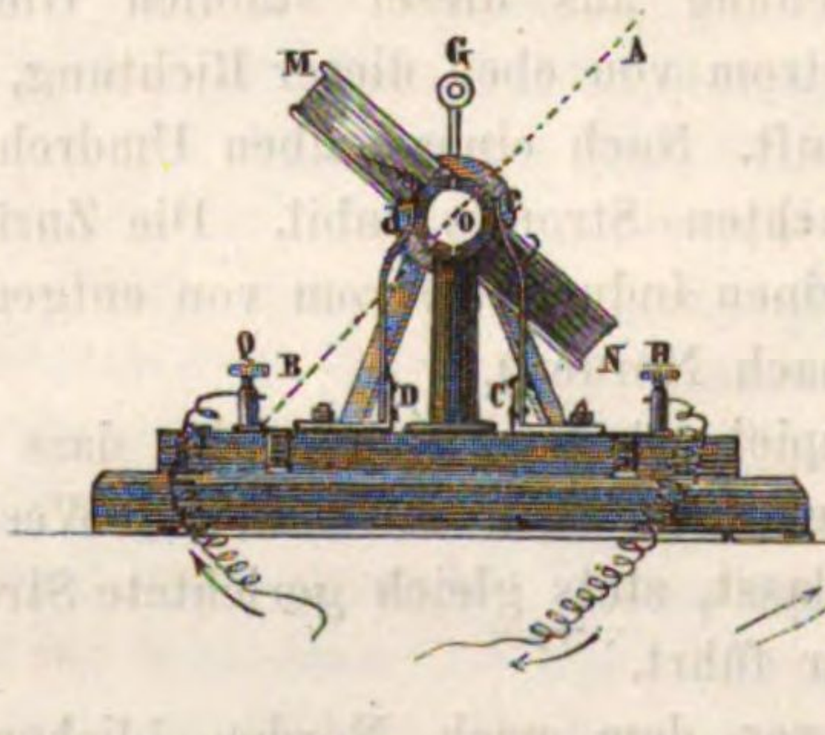
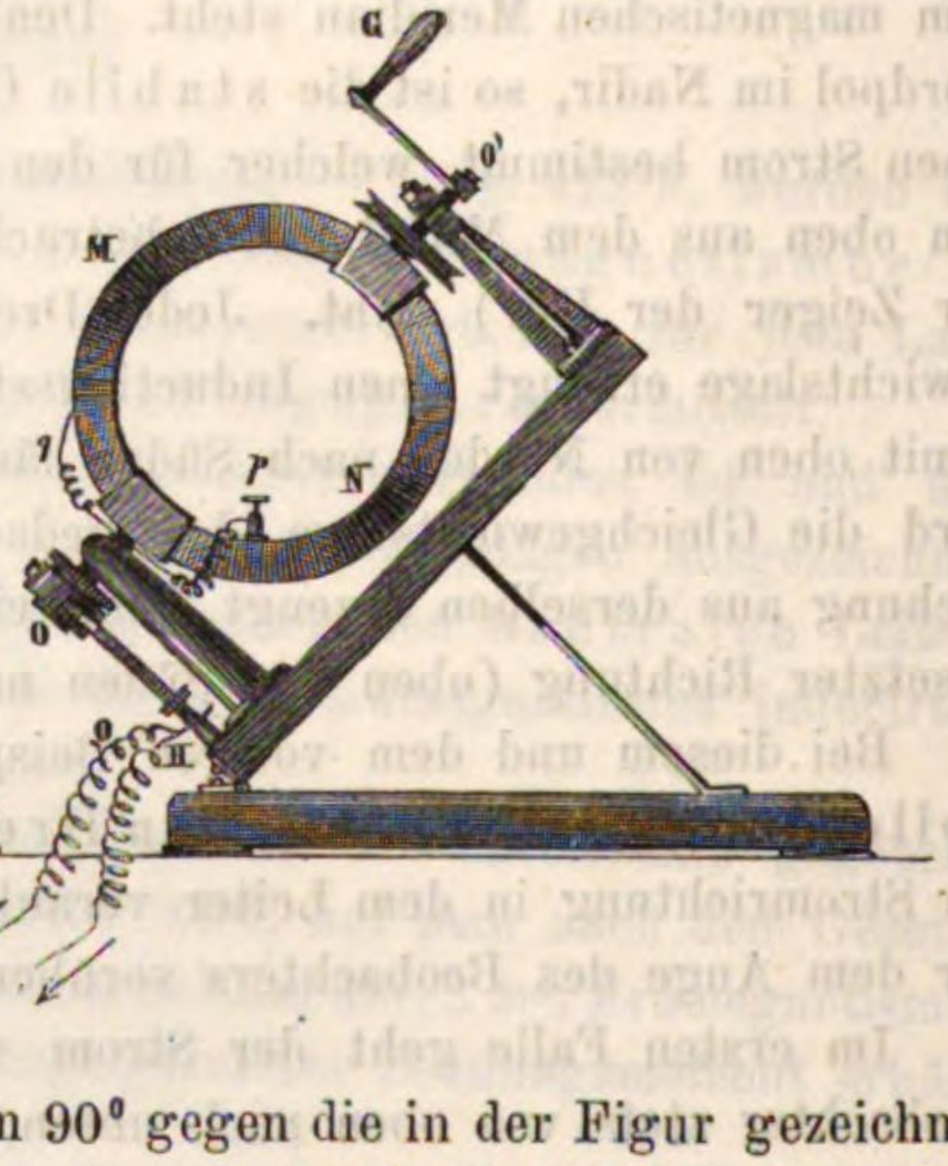


Fig. 378.



Stellt man nun diesen Ring so (um 90° gegen die in der Figur gezeichnete Lage gedreht), dass bei jedem Durchgang durch die Gleichgewichtslage die andere Hälfte des Ringes an der gleichen Feder *d* zu schleifen beginnt, so hat man in der äusseren Leitung Q H lauter gleichgerichtete Ströme, weil dann jedes Drahtende gerade dann mit *d* in Verbindung tritt, wenn es zum Anfange des Inductionsstromes wird.

Mit solchen Apparaten soll die Wasserzersetzung gelingen.

§. 471.

Viertes Beispiel. Bringt man den Apparat der Fig. 377 in die Lage der Fig. 378, wobei die Drehungsaxe die Richtung der Inclinationsnadel hat, so kann der Erdmagnetismus keinen Strom induciren, weil der gedachte Strom in keiner der möglichen Lagen des Leiters durch den Erdmagnetismus ein Drehungsmoment erfährt, welchem er folgen könnte. Er befindet sich in indifferentem Gleichgewichte.

§. 472.

Von der im ersten und zweiten Beispiele erklärten Induction durch die horizontale und vertikale Componente des Erdmagnetismus hat

W. Weber eine schöne Anwendung zur Bestimmung der Inclination gemacht.

In beiden Fällen wird derselbe Inductor verwendet und der Inductionsstrom um eine langsam schwingende Galvanometernadel geleitet. Durch eine halbe Umdrehung in dem einen oder andern Sinn ertheilt man der Nadel den beschleunigenden Inductionsstoss stets in dem Momente, wo sie ihre Gleichgewichtslage passirt. Dabei erweitert sich die Amplitude der Schwingungen bis zu einer bestimmten Grenze, welche, wenn klein, der Stärke des einzelnen Inductionsstosses und somit der betreffenden Componente $H = \mathfrak{T} \cos i$, oder $V = \mathfrak{T} \sin i$ des Erdmagnetismus proportional gesetzt werden kann. In diesem einfachen Falle gibt somit das Verhältniss der Grenzwinkel die Tangente des Inclinationswinkels.

§. 473.

Auch die durch continuirliches Drehen des Erdinductors im zweiten Beispiel erzeugte bleibende Ablenkung α der Magnetnadel kann zur Bestimmung der Inclination verwerthet werden.

Diese Gleichgewichtslage entsteht nämlich aus einem Kampfe zwischen der vertikalen und horizontalen Componente des Erdmagnetismus, indem letztere (H) die Nadel mit dem Moment $M H \sin \alpha$ in den Meridian zurückzieht, während sie durch die Inductionstösse (von bestimmter Anzahl in der Minute) mit der Kraft $k M V \cos \alpha$ im entgegengesetzten Sinne gedreht wird.

Dabei ist k ein Faktor, welcher von der relativen Anzahl der Stösse und der Einrichtung des Instrumentes (Anzahl und Nähe der Windungen) abhängt.

Die Gleichgewichtslage ist bedingt durch

$$M H \sin \alpha = k M V \cos \alpha$$

und

$$\text{tang } \alpha = k \cdot \frac{V}{H} = k \text{ tang } i.$$

Ist k durch eine Beobachtung an einem Orte von bekannter Inclination bestimmt, so gibt die an einem andern Orte beobachtete Ablenkung α', welche an dem gleichen Instrumente durch die gleiche relative Anzahl der Stösse hervorgebracht wird, die Inclination i' aus

$$\text{tang } i' = \frac{1}{k} \text{ tang } \alpha'.$$

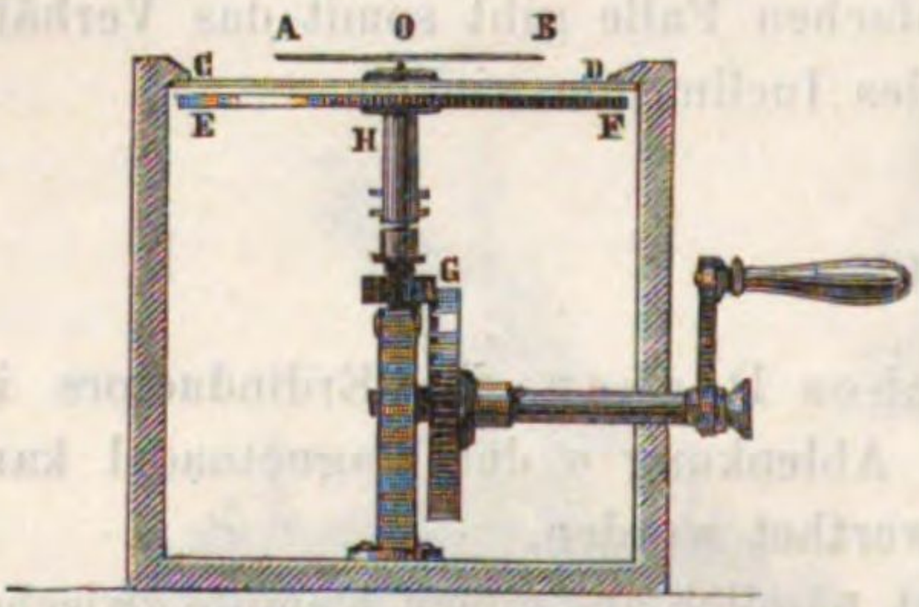
Ist die Anzahl der Stösse in der Minute nicht genau dieselbe wie vorher, so gewinnt man die Reduction, indem man die Ablenkung der Anzahl der Stösse proportional setzt.

II. Induction in leitenden Massen von beliebiger Form.

§. 474.

Gambey beobachtete 1824, dass eine unter dem Einflusse des Erdmagnetismus schwingende Magnetnadel stärkere Abnahme der Amplitude zeigte, wenn sie nahe über einer grösseren Masse Kupfer hing. Bald darauf zeigte Arago, dass man durch Drehen einer Metallscheibe E F (Fig. 379) einer oberhalb hängenden Magnetnadel, welche durch eine zwischengelegte Glasplatte vor dem entstehenden Luftwirbel geschützt ist, eine constante Ablenkung im Sinne der Drehung ertheilen kann. Diese Ablenkung wächst mit der Winkelgeschwindigkeit der Rotation und kann bis über 90° gesteigert werden, worauf dann die Nadel ganze Umdrehungen macht.

Fig. 379.



Dieser Versuch Arago's wurde umgekehrt von Babbage und Herschel, welche durch Drehung eines Hufeisenmagnets (Fig. 380) unterhalb einer Kupferplatte diese in Rotation versetzten. Endlich hat Faraday

Fig. 380.

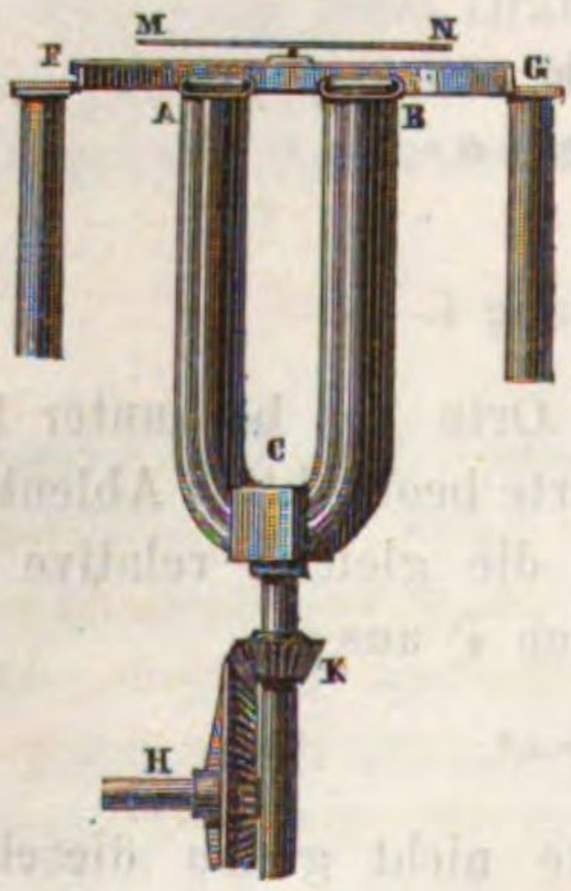
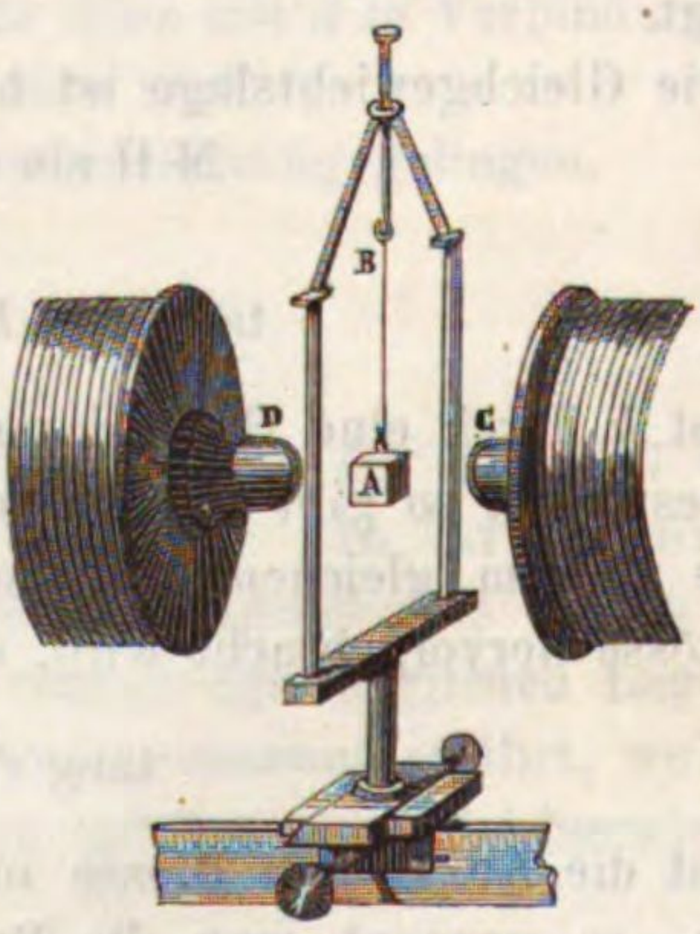


Fig. 381.



die Drehung eines kupfernen Würfels (Fig. 381), welcher zwischen den beiden Polen eines starken Electromagnets durch Torsion seines Aufhängefadens in lebhafte Rotation versetzt war, durch Schliessung des Stromes

beinahe momentan zur Ruhe gebracht. Den gleichen Effekt erhielt Foucault, als er eine Kupferscheibe zwischen den Polen eines Electromagnets in rasche Rotation versetzt hatte.

§. 475.

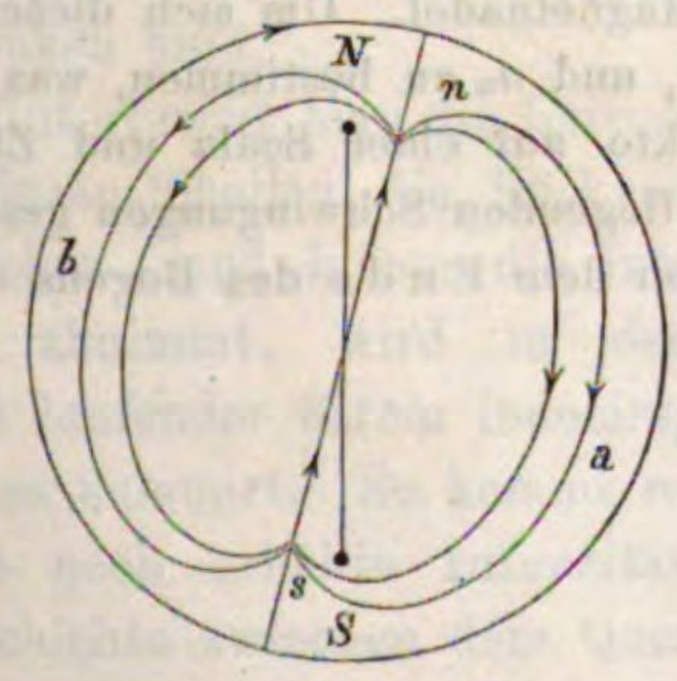
Alle diese Erscheinungen, welche man unter dem Namen Rotationsmagnetismus zusammengefasst hat, sind durch Induction zu erklären. Nach dem Gesetze von Lenz inducirt die Bewegung eines Magnets in einem Leiter Ströme, welche die Bewegung des Magnets hemmen. Erfährt aber der Pol des Magnets einen vom Leiter ausgehenden resultirenden Zug, welcher seine eigene Rotationsgeschwindigkeit vermindert, so erleidet nach dem Gesetze der Wirkung und Gegenwirkung (§. 28) der Leiter den gleichen Zug in entgegengesetztem Sinne, also gerade im Sinne der Bewegung des Magnets und wird somit in dieser Richtung beschleunigt.

Es genügt, diesen Gesichtspunkt für die Erklärung der erwähnten Erscheinungen zu geben. Nur der Foucault'sche Versuch verdient noch unsere besondere Aufmerksamkeit. Will man bewirken, dass sich die Rotation der Kupferscheibe auch nach erfolgtem Stromschlusse mit gleicher Geschwindigkeit wie vorher fortsetzt, so ist ein grösserer Arbeitsaufwand erforderlich, und man bemerkt, dass sich die Scheibe dabei merklich erwärmt. Diese Wärme ist die Hinterlassenschaft der Inductionsströme, welche innerhalb der Scheibe verlaufen sind, und müsste, abgesehen von etwa durch Ableitung der Ströme eingetretenen Verlusten den erforderlichen Mehraufwand an Arbeit decken.

§. 476.

Der Verlauf der Inductionsströme in Scheiben ist von Faraday, Mateucci und Nobili durch Verzweigung derselben nach Galvanometern untersucht worden.

Fig. 382.



Der Hauptstrom fliesst unter dem Magnet weg von Pol zu Pol in solcher Richtung, dass nach der Ampère'schen Regel der Magnet durch denselben in dem seiner relativen Bewegung entgegengesetzten Sinne abgelenkt wird. Unter jedem Pole findet eine Verzweigung des Hauptstromes nach zwei entgegengesetzten Richtungen hin statt.

Die Fig. 382 gibt die Inductionsströme für den Fall an, dass der Magnet nach links (Westen) oder die Scheibe nach rechts gedreht wird. Durch Umkehrung der Rotation wird auch die Richtung der Ströme umgekehrt.

Bemerkenswerth ist indessen, dass der inducirte Hauptstrom nicht genau in der Richtung der Magnetnadel verläuft, sondern um so mehr gegen die magnetische Axe derselben zurückbleibt, je rascher die Rotation ist. Durch diese Verspätung des Inductionsstromes erklären sich die der Scheibe nicht parallelen Kraftcomponenten, welche man experimentell nachweisen kann.

§. 477.

Dämpfung. — Der Schwingungsbogen eines Magnets nimmt durch Torsion oder Reibung und durch den Luftwiderstand langsam ab. Um diese Abnahme zu beschleunigen, dämpft man den Magnet, indem man ihn mit einer Kupferhülse umgibt. Er wird dadurch der hemmenden Einwirkung der Inductionsströme ausgesetzt, welche er selbst durch seine Bewegung in der Kupferhülse erzeugt.

Jeder folgende Schwingungsbogen ist dabei ein constanter aliquoter Theil des vorausgehenden, so dass die Schwingungsbögen eine absteigende geometrische Progression bilden, deren Exponent q sein mag.

Hat ein erster Schliessungsbogen die Grösse a, der n^{te} die Länge a_n, so ist

$$a_n = a_1\, q^{n-1},\ q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$$

und das Dämpfungsverhältniss $\frac{1}{q}$ hat die Grösse

$$\sqrt[n-1]{\frac{a_1}{a_n}} . (>1)$$

Den Logarithmus λ dieses Verhältnisses, also die Grösse

$$\lambda = \frac{\log a_1 - \log a_n}{n-1}$$

pflegt man das logarithmische Decrement der schwingenden Nadel zu nennen.

Die Kenntniss des Dämpfungsverhältnisses $\left(k = \frac{1}{q}\right)$ ist nöthig zur Ermittelung der Ruhelage einer schwingenden Magnetnadel. Um sich dieselbe zu verschaffen, hat man zwei Bogenlängen wie a_1 und a_n zu bestimmen, was durch Ablesung der entsprechenden (4) Umkehrpunkte auf einer Scala und Zählung der zwischen dem ersten und letzten Punkte liegenden Schwingungen geschieht. Ist dadurch k ermittelt, so ist die Ruhelage von dem E n d e des Bogens a_1 entfernt um

$$\frac{a_1}{1+\sqrt{k}}.$$

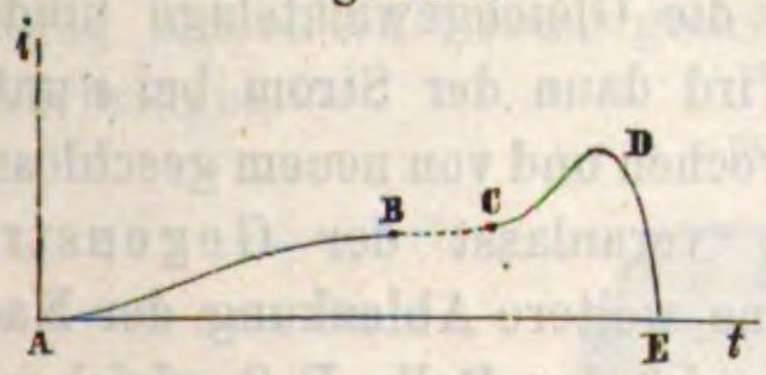
III. Induction eines Stromes auf seine eigene Leitung.

§. 478.

Ist ein Strom dadurch geschlossen, dass die von den Polen der Batterie auslaufenden Drähte in ein Quecksilbernäpfchen eintauchen, so bemerkt man beim Herausziehen des einen Drahtes aus dem Quecksilber einen Funken, der an Lebhaftigkeit gewinnt, wenn man eine Drahtspirale von vielen Windungen in die Stromleitung einschaltet. Berührt man zugleich mit der anderen Hand den anderen Leitungsdraht, so ist der Funken weniger glänzend, aber man empfindet eine Erschütterung, ähnlich wie bei der Entladung einer Leydener Flasche.

Faraday erkannte die Ursache dieser Erscheinung in der Induction des Stromes auf seine eigene Leitung. Betrachten wir zwei benachbarte Windungen der Spirale, so kann man sich vorstellen, dass kurz nach Herstellung des Stromschlusses durch die eine derselben bereits Electricität strömt, während die andere noch vom Strome entfernt ist. Dann wird in dieser ein Strom inducirt, welcher dem Hanptstrome entgegenläuft und somit dessen Intensität schwächt. Im folgenden Moment sucht die electromotorische Kraft des Hauptstromes den Verlust zu ersetzen. Da aber auch diese Steigerung der Stromstärke nicht in allen Windungen gleichzeitig eintritt, so erfolgt von neuem Induction, und es vergeht einige Zeit, bis der durch die stetig entgegenlaufenden Inductionsströme gehemmte Hauptstrom die ihm nach dem Ohm'schen Gesetze zukommende Intensität erreicht hat.

Fig. 383.



Diese allmählige Steigerung der Intensität des Hauptstromes bis zu einem constanten Werthe mag durch die Curve A B in Fig. 383 dargestellt sein, als deren Abscissen die nach dem Stromschlusse vergangenen Zeiten zu denken sind.

Unterbricht man die Leitung, so erfolgt nach und nach in ihren verschiedenen Theilen die Rückkehr aus dem dynamischen Zustande in den statischen, und indem die Intensität des Stromes in der einen Windung rasch abnimmt, wird in den benachbarten ein dem verschwundenen gleich laufender Strom inducirt, dessen Intensität sich zu der des Hauptstromes summirt. So kommt es, dass gerade während des Aufhörens der Strom noch erhöhte Intensität gewinnt und in Funkenform die kleine Luftschichte zwischen dem Quecksilber und dem entweichenden Drahte zu durchbrechen vermag. Wird statt der isolirenden Lufschichte der schlecht leitende menschliche Körper in die Stromleitung eingeschaltet, so erfolgt

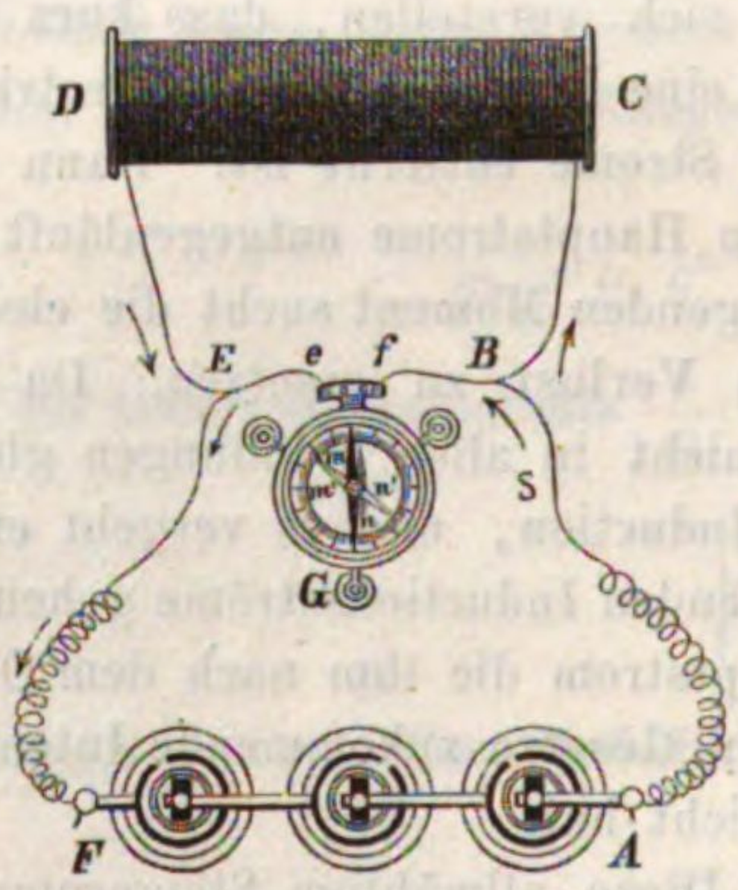
statt der Unterbrechung des Stromes plötzlich eine starke Verminderung seiner Intensität, welche in gleichem Sinne inducirend wirkt. Der verstärkte Strom verzweigt sich und durchläuft theils den Körper, theils die trennende Luftschichte.

Die von einem Strome in der eigenen Leitung inducirten Ströme nennt man Extraströme, den Schliessungsextrastrom wohl auch Gegenstrom.

§. 479.

Man kann die Wirkung dieser Ströme durch folgendes Verfahren von der des Hauptstromes trennen. Der von der Batterie A F (Fig. 384) kommende Hauptstrom verzweigt sich bei B und E nach der Drahtrolle D C und dem Galvanometer G *e f*. Erfolgt der Stromschluss (bei *s*), so wird die Nadel des Galvanometers abgelenkt und beruhigt sich nach einigen Schwingungen in einer um den Winkel α vom magnetischen Meridiane abweichenden Lage. In dieser Lage wird die Nadel fixirt, indem man sie z. B. durch ein eingeschobenes Stückchen Glas an der Rückkehr in die Gleichgewichtslage hindert. Wird dann der Strom bei *s* unterbrochen und von neuem geschlossen, so veranlasst der Gegenstrom eine weitere Ablenkung der Nadel.

Fig. 384.



Dieser Inductionsstrom nämlich, der in der Rolle D C gleichzeitig mit dem Hauptstrome entsteht und diesem entgegengesetzt läuft, muss gerade desshalb den Weg C B *f* zum Galvanometer einschlagen, also dasselbe in gleichem Sinne durchlaufen wie der Hauptstrom. Der Hauptstrom für sich vermag nur die Ablenkung α hervorzubringen, welche bereits besteht. Wenn somit die Nadel noch weiter abgelenkt wird, so ist dieses auf Rechnung des Gegenstromes zu setzen.

Um den Oeffnungsextrastrom nachzuweisen, fixirt man zunächst während der Dauer des Hauptstromes die Nadel durch eine einseitige Hemmung im magnetischen Meridian. Wird der Strom dann bei *s* unterbrochen, so erfolgt die Ablenkung der Nadel nach der freien Seite. Da der Extrastrom die Spirale in der Richtung des Hauptstromes durchläuft und desshalb auf demselben Wege E *e* in das Galvanometer eintritt, auf

welchem der Hauptstrom austrat, so kann die beobachtete Ablenkung nur durch den Oeffnungsextrastrom hervorgebracht sein.

Die Extraströme sind bedeutend stärker, wenn die Drahtspirale einen Kern von weichem Eisen enthält. In diesem Falle vereinigt sich die magnetische mit der electrischen Induction.

IV. Quantität und Intensität der Inductionsströme.

§. 480.

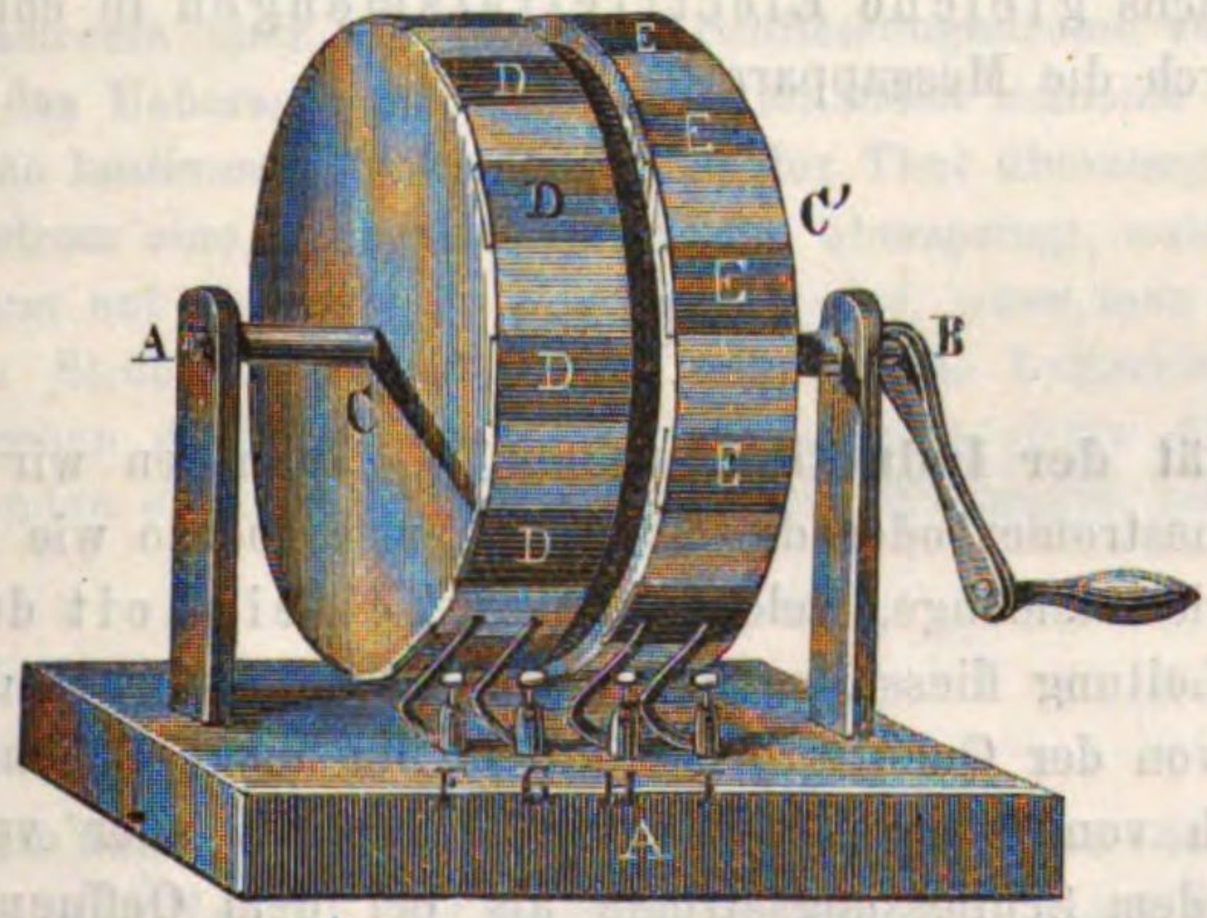
Extraströme. — Als Edlund die beiden Zweige, deren einer die Inductionsrolle enthielt, so um die Galvanometernadel führte, dass sich ihre Wirkungen compensirten, somit die Ausschläge der Nadel nur von den Extraströmen hervorgebracht wurden, ergaben sich dieselben ungefähr ebensogross bei dem Schliessungsstrome wie bei dem Oeffnungsstrome.

Daraus erkennt man, dass die Summe der beschleunigenden Wirkungen, welche die Nadel in beiden Fällen erfährt, gleich gross ist, woraus auf gleiche Quantität, nicht aber auf gleiche Intensität beider Ströme geschlossen wird.

§. 481.

Ebenso gelingt es, den experimentellen Nachweis zu liefern, dass die beiden, durch Entstehen und Verschwinden eines Stromes, in fremder Leitung inducirten Ströme gleiche magnetische und chemische Wirkungen hervorbringen.

Fig. 385.



Zu diesem Zwecke bedient man sich mit Vortheil eines Stromunterbrechers (Rheotoms), welchen Dove (Fig. 385) erdacht und Disjunctor

genannt hat. Durch diesen Apparat können die Wirkungen beider Inductionsströme sowohl getrennt als vereinigt werden.

Auf einer gemeinschaftlichen Drehungsaxe sitzen zwei Holzscheiben, die eine fest, die andere mittelst einer klemmenden Schraubenmutter ein wenig verstellbar. In den Rand jeder dieser Scheiben sind gleichviel Metallplatten C D, E E eingelegt. Auf dem Rande der einen Scheibe schleifen die Federn F, G, auf dem der anderen H und I. Schaltet man in die Klemme F, G die Poldrähte des Hauptstromes ein, so wird dieser abwechselnd geschlossen und unterbrochen, je nachdem diese Federn auf Metall oder auf Holz übergehen. In die Klemme H und I werden die Enden der Inductionsspirale eingeschraubt, so dass auch diese bei Drehung des Rades abwechselnd geschlossen und offen ist. Sollen beide Inductionsströme sicher erhalten werden, so muss die Inductionsspirale etwas vor Schliessung und etwas nach Oeffnung des Hauptstromes geschlossen sein. Desshalb sind die Metallplatten E, E auf dem Rheotom C′ der Inductionsströme etwas grösser als auf dem des Hauptstromes.

Will man nur den Schliessungsstrom, so wird die eine Scheibe so gegen die andere gestellt, dass die Inductionsspirale früher geschlossen und früher geöffnet wird als der Hauptstrom. Wünscht man hingegen den Oeffnungsstrom allein zu erhalten, so stellt man die Scheibe so, dass die Federn H, I nach F, G auf Metall gelangen, dann werden sie auch später als F, G die Leitung verlassen.

Versetzt man den Disjunctor in rasche Rotation, so geben die Schliessungsströme für sich und die Oeffnungsströme für sich die von ihrer Richtung erwarteten magnetischen und chemischen Wirkungen, hingegen bringen die combinirten Ströme weder magnetische noch chemische Wirkungen hervor. Wir schliessen daraus, dass während der Zeit des dritten Versuchs gleiche Electricitätsmengen in entgegengesetzter Richtung durch die Messapparate gingen.

§. 482.

Intensität der Inductionsströme. — Definiren wir die Intensität des Inductionsstromes oder die Stromstärke ebenso wie früher als diejenige Electricitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt der Leitung fliesst, so hängt die Intensität des Inductionsstromes nicht allein von der Quantität der durch ihn ausgeglichenen Electricität, sondern auch von seiner Dauer ab. Diese ist aber verschieden und grösser bei dem Schliessungsstrome als bei dem Oeffnungsstrome, wie sogleich deutlich wird, wenn man die Wirkung der beiden Extraströme auf den Hauptstrom in Betracht zieht.

Nehmen wir an, der Hauptstrom erhalte in seiner Leitung X Y (Fig. 386) sogleich beim Stromschlusse seine volle Stärke, behalte sie bis zur Unterbrechung unverändert und verliere sie plötzlich, so würde die Stromstärke vom Momente des Schliessens bis zum Momente des Oeffnens durch die Gerade A B dargestellt sein und die congruenten Curven X' aa' und bb' Y' würden den Verlauf der beiden Inductionsströme andeuten.

Der Verlauf des Hauptstromes ist aber ein wesentlich anderer, wie wir bereits aus §. 478 wissen. Das allmählige Anwachsen desselben deutet die Curve X A der Fig. 387 an, ihm entspricht der Inductionsstrom X'aa'. Beim Unter-

Fig. 386.

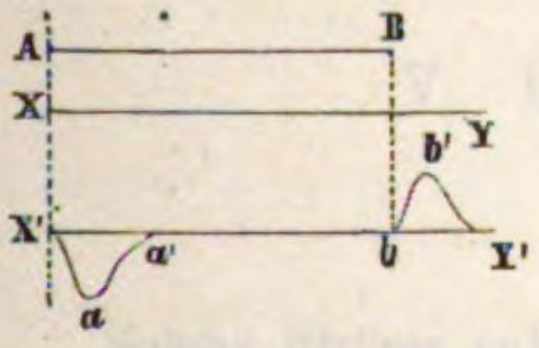


Fig. 387.

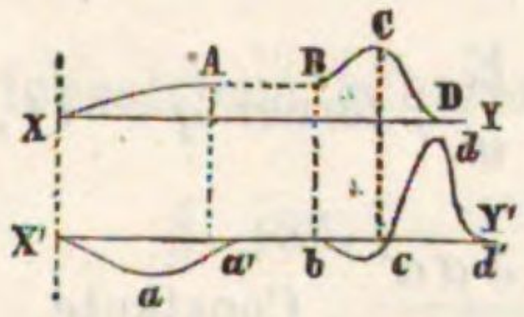
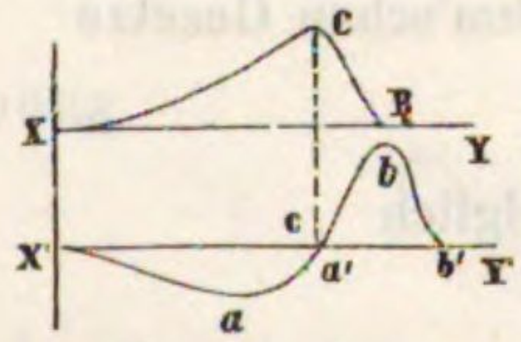


Fig. 388.



brechen erfolgt zunächst eine Verstärkung BC des Hauptstromes durch den Extrastrom, wodurch der Gegenstrom bc inducirt wird. Gleich darauf aber beginnt mit dem raschen Abfall CD des Hauptstromes das Anwachsen des gleichgerichteten Inductionsstromes cdd'.

Die Flächen X'aa' und bc zusammen sind der Fläche cdd' gleich, aber die mittlere Ordinate ist in dieser Fläche merklich grösser als in jenen.

Bei Anwendung von rasch bewegten Unterbrechern verschwinden möglicherweise die geradlinigen Intervalle A B, $a'b$; der Hauptstrom nimmt den Verlauf der Curve X C' B (Fig. 388), und die Inductionsströme schliessen sich unmittelbar an einander an.

In allen Fällen ist die Intensität des Schliessungsstromes geringer als die des Oeffnungsstromes und es werden während seines Verlaufs Wirkungen, welche davon abhängen, dass der Strom überhaupt eine gewisse Intensität erreicht, von dem Oeffnungsstrome eher als von dem Schliessungsstrome zu erwarten sein. Dahin gehört das Uebersprungen einer nicht leitenden Schichte von bestimmter Dicke oder eine bestimmte Funkenlänge. In der That überzeugt man sich, dass der Oeffnungsstrom eine trennende Luftschichte überspringt, welche dem Schliessungsstrome zum unübersteiglichen Hindernisse wird, wenn man eine Leitung, in welcher beide Ströme entstehen, durch eine kleine Luftschichte unterbricht. Durch diese gehen dann nur noch die Oeffnungsströme über und bringen die entsprechenden chemischen und magnetischen Wirkungen hervor.

§. 483.

Das Ohm'sche Gesetz, auf Inductionsströme angewendet. — Die Versuche von Felici und Gaugain ergaben, dass die magnetische Gesammtwirkung eines Inductionsstromes, somit die Quantität q der durch dieselben ausgeglichenen Electricitäten proportional ist 1) der Intensität J

des inducirenden Hauptstromes, 2) dem Produkte aus der Anzahl a der Windungen der Haupleitung in die Anzahl a' der Windungen der Inductionsspirale.

Hingegen ist q umgekehrt proportional dem gesammten Leitungswiderstande w, den der Inductionsstrom zu durchlaufen hat.

Diesen Versuchen gemäss ist also

$$q = \frac{J\,a\,a'}{w} \text{ Const.}$$

Nennt man E die in der Zeit t des Verlaufs mittlere electromotorische Kraft, i die mittlere Intensität des Inductionsstromes, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze

$$i = \frac{E}{w}, \text{ ferner } q = i\,t,$$

folglich

$$E = \frac{J\,a\,a'}{t} \text{. Constante.}$$

Dabei ist die Constante von der Dicke oder dem Stoffe des Drahtes, aus welchem die Windungen bestehen, unabhängig.

Die analogen Gesetze hat Lenz für die magnetische Induction nachgewiesen. Bei diesen Versuchen zeigte auch die Weite der Windungen, welche im Verhältniss von 1 : 36 variirte, keinen Einfluss auf die electromotorische Kraft der Inductionsströme.

§. 484.

Durch Versuche von Gaugain und Felici ist eine Beziehung festgestellt zwischen der Quantität der Inductionsströme, welche einerseits durch Bewegung eines Leiters in der Nähe eines Stromes, andererseits durch Schliessen oder Oeffnen dieses Stromes in der Nähe des feststehenden Leiters erregt werden.

Ist der Hauptstrom geschlossen und man bewegt den neutralen geschlossenen Leiter aus einer Lage, in welcher der Stromschluss nicht inducirend auf ihn wirkt, in eine andere, wo der Stromschluss inducirend auf ihn wirkt, so ist der durch diese Bewegung inducirte Strom an Quantität gleich dem in der letzten Lage des Leiters durch Schliessen des Hauptstromes entstehenden Inductionsstrome.

§. 485.

Eine Beziehung zwischen der magnetischen und electrischen Induction geht aus W. Weber's Versuchen hervor, bei welchen er die Dämpfungen verglich, die eine neutrale bifilar aufgehangene, schwingende Inductionsrolle einmal durch magnetische, dann durch electrische Induction erfuhr.

Nämlich: Wird ein neutraler Leiter einmal unter dem Einflusse eines electrischen Leiters, dann unter dem Einflusse eines Magnets gedreht, so verhalten sich die in dem neutralen Leiter inducirten Ströme ihrer Quantität nach wie die Drehungsmomente, welche ein im gedrehten Leiter gedachter constanter Strom einmal vom electrischen Leiter, dann vom Magnet erfahren würde. *)

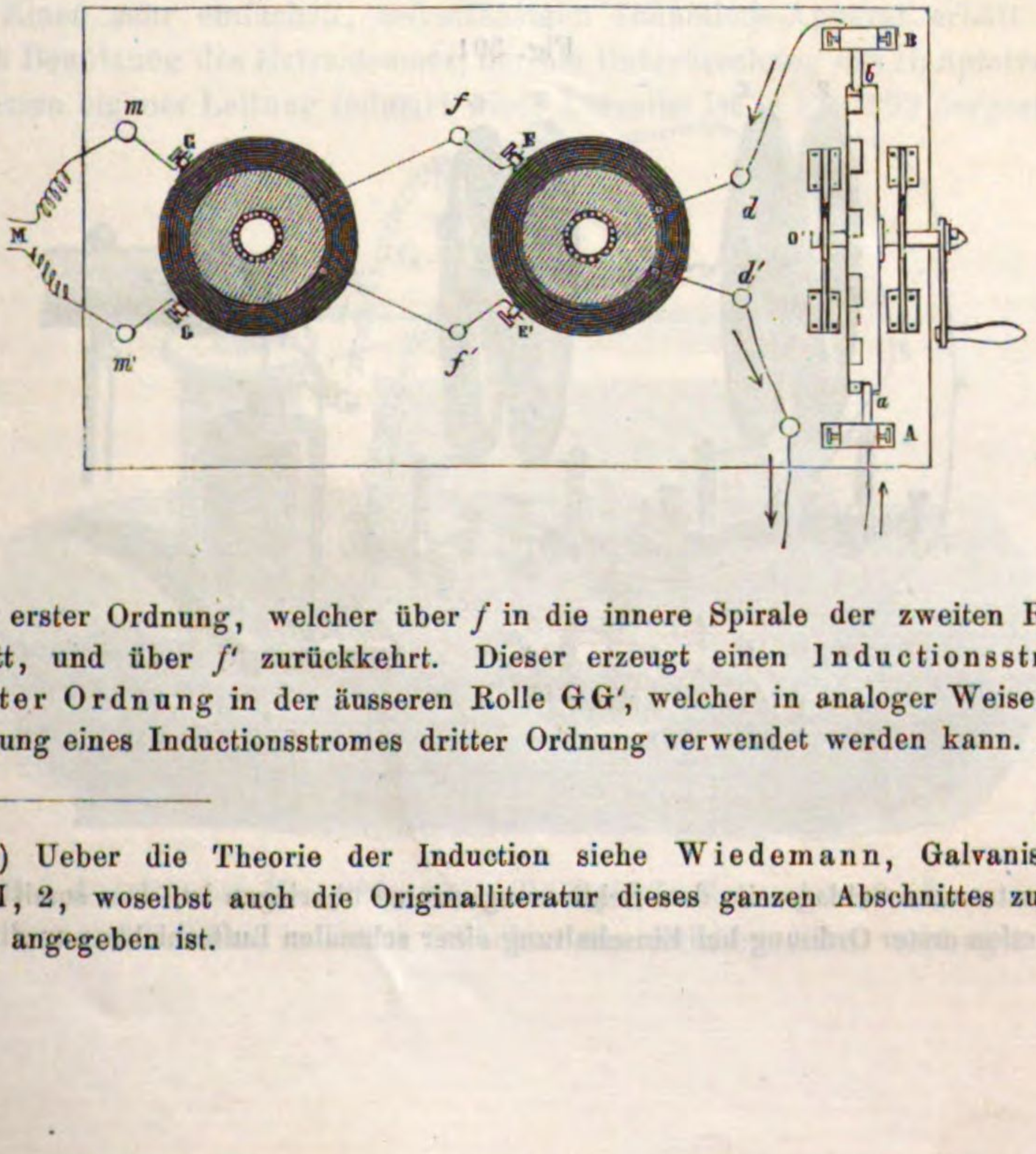
V. Inductionsströme höherer Ordnung.

§. 486.

Solche Ströme entstehen, wenn die durch Magnete oder Batterieströme erzeugten Inductionsströme selbst wieder Ströme induciren.

Fig. 389 stellt einen hiefür geeigneten Apparat dar. Der über A in das Rheotom, von da aus bei d in die innere Spirale eintretende und über d' zurückkehrende Hauptstrom erregt in den äusseren Windungen EE' einen Inductionsstrom erster Ordnung, welcher über f in die innere Spirale der zweiten Rolle eintritt, und über f' zurückkehrt. Dieser erzeugt einen Inductionsstrom zweiter Ordnung in der äusseren Rolle GG', welcher in analoger Weise zur Erregung eines Inductionsstromes dritter Ordnung verwendet werden kann. ....

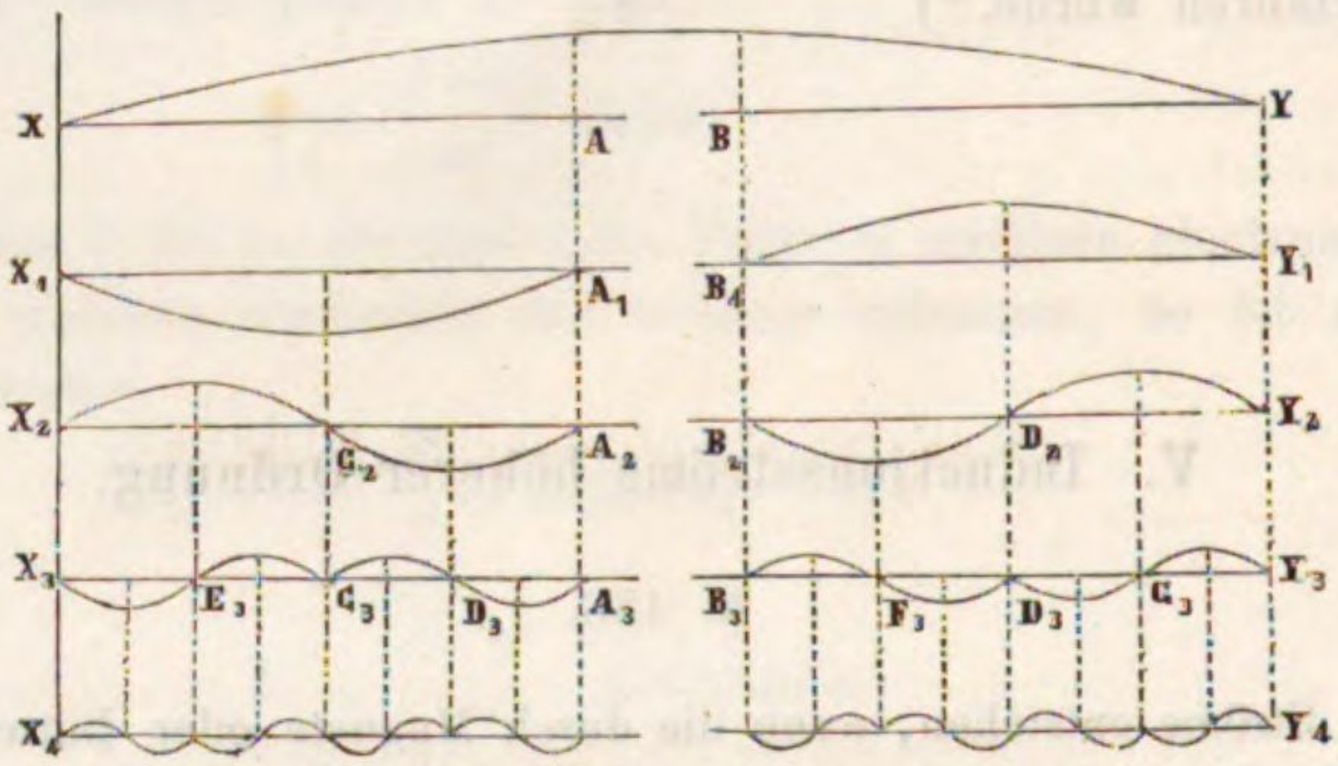
Fig. 389.



*) Ueber die Theorie der Induction siehe Wiedemann, Galvanismus Bd. II, 2, woselbst auch die Originalliteratur dieses ganzen Abschnittes zuverlässig angegeben ist.

Die Fig. 390 gibt ein Bild der Inductionsströme verschiedener Ordnung, welche durch ein Schliessen und Oeffnen des Hauptstromes, also während die Feder des Rheotoms, über eines der Metallplättchen gleitet, erregt werden können. Zunächst entstehen die 2 Inductionsströme erster Ordnung $X_1 A_1$ und $B_1 Y_1$. Jeder

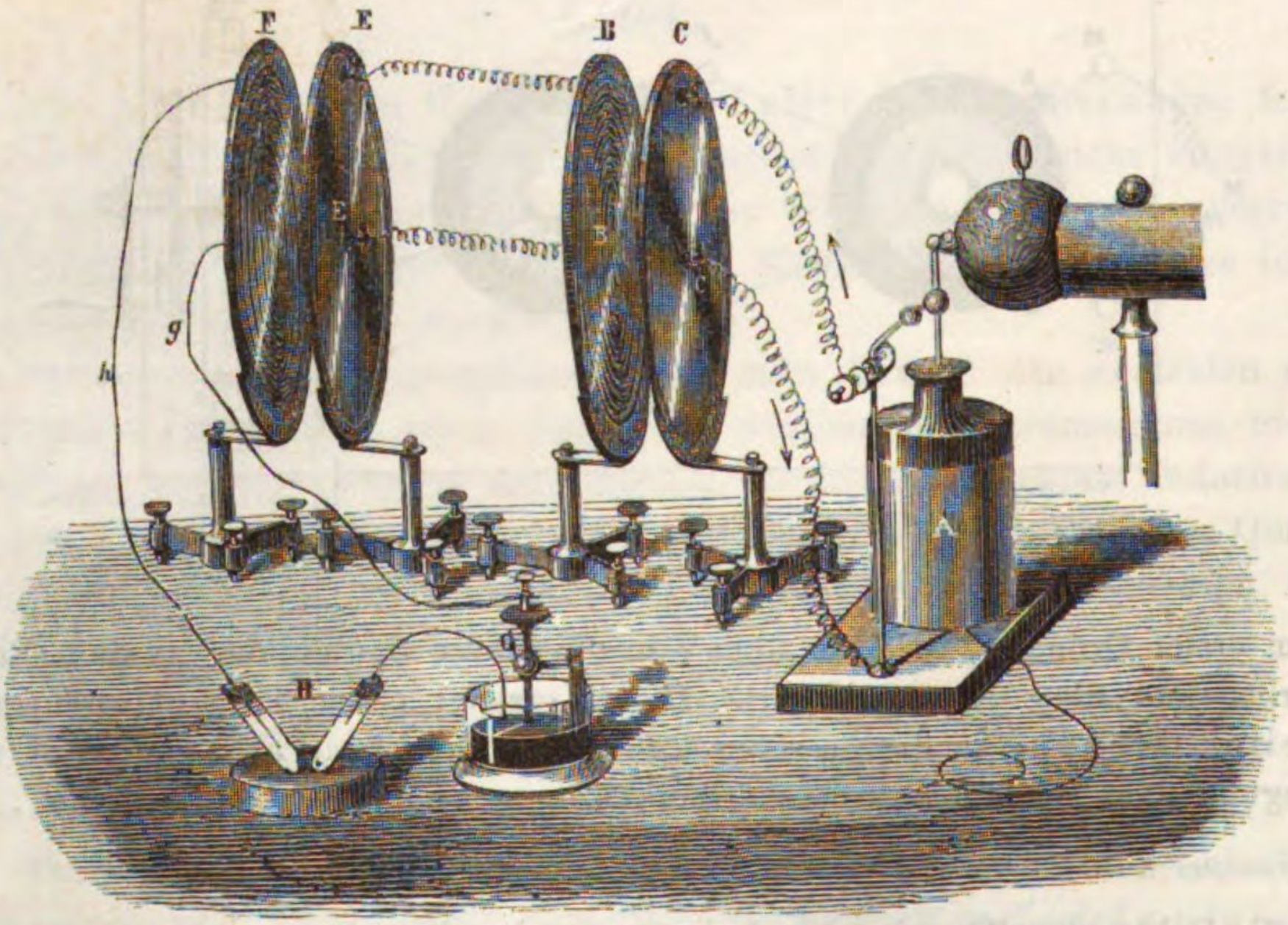
Fig. 390.



dieser beiden Ströme erzeugt 2 Inductionsströme zweiter Ordnung $X_2 C_2$, $C_2 A_2$ $B_2 D_2$, $D_2 Y_2$ u. s. f., so dass 2^n die Anzahl der Inductionsströme n^{ter} Ordnung ist.

Ist auch die Quantität aller Ströme derselben Ordnung gleich gross, so erreichen doch nicht alle die gleiche Intensität. Wir sahen oben, dass der Oeff-

Fig. 391.



nungsstrom an Schlagweite dem Schliessungsstrome überlegen ist, dass somit durch Induction erster Ordnung bei Einschaltung einer schmalen Luftschichte nur directe,

dem Hauptstrome gleich laufende Inductionsströme erhalten werden. Verfährt man ebenso bei Inductionsströmen zweiter Ordnung, so erhält man nur die Wirkungen der umgekehrten Ströme $C_2 A_2$, $B_2 D_2$, bei Strömen dritter Ordnung sind wieder die directen am intensivsten und so fort abwechselnd.

§. 487.

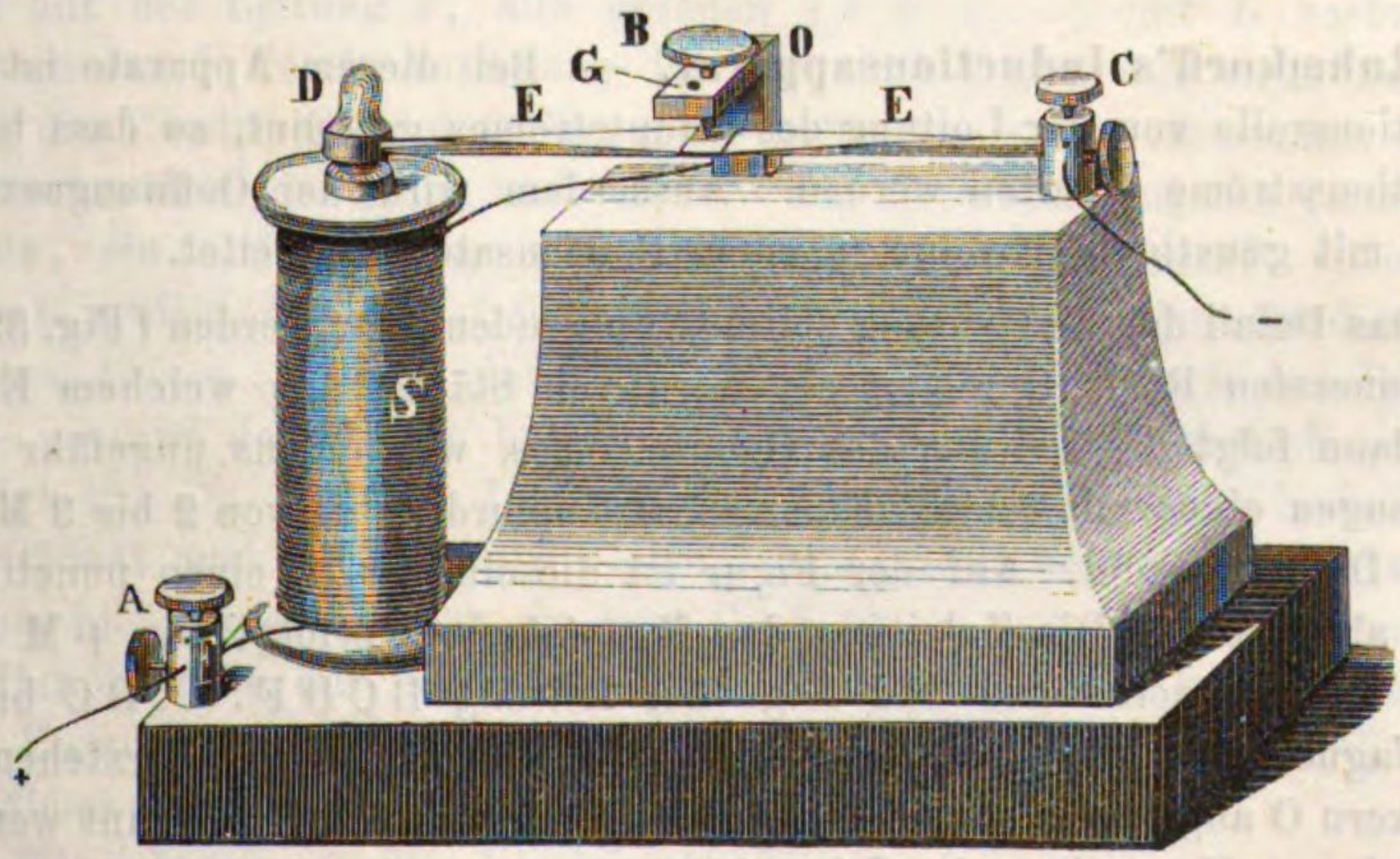
Inductionsströme entstehen auch dann, wenn der Hauptstrom Reibungselectricitäten ausgleicht. Fig. 391 stellt eine Vorrichtung dar, durch welche Verdet mittelst Reibungselectricität Inductionsströme zweiter Ordnung erzielte. Der Leiter C des Hauptstromes, sowie die Inductionsspiralen BEF bestehen aus spiralförmig gewundenen, durch Schellack isolirten und auf Glasplatten befestigten Metalldrähten. In G ist die zur Ausscheidung der weniger intensiven (gleichlaufenden) Inductionsströme dienende Unterbrechung eingeschaltet, so dass die Zersetzung durch die Gegenströme allein hervorgebracht wird.

VI. Inductionsapparate.

§. 488.

Einen sehr einfachen, selbstthätigen Inductions-Apparat erhält man durch Benützung des Extrastromes, der bei Unterbrechung des Hauptstromes in dessen eigener Leitung inducirt wird. Derselbe ist in Fig. 392 dargestellt.

Fig. 392.



Bei A tritt der Hauptstrom in die Spirale S, welche sich um einen Kern von zahlreichen isolirten Stäbchen aus weichem Eisen schlingt. Der

Strom setzt sodann seinen Weg nach dem metallenen Bügel O fort, geht durch die Platinspitze der Schraube B in ein Platinplättchen, welches auf die federnde Kupferlamelle E E aufgelöthet ist, und von dieser aus durch die Klemme C nach der Batterie zurück. Um den Strom zu diesem Wege zu nöthigen, sind sowohl der Metallbügel O als die Klemme C in ein isolirendes Holzstück eingesetzt. Bei D treten die Enden des Eisenkerns zu Tage und bilden den Ambos des Wagner'schen Hammers, dessen Stiel die Kupferlamelle E E bildet und dessen Klöpel D von weichem Eisen ist.

Der eben beschriebene Strom magnetisirt den Eisenkern, dieser zieht den Klöpel D an und unterbricht die Leitung bei B. Während demnach der Schliessungsextrastrom noch Gelegenheit hatte, in der Batterie zu verlaufen, findet der in der Spirale inducirte Oeffnungsextrastrom diese Leitung unterbrochen und verläuft in der von A und G abgezweigten Leitung, in welche eingeschaltet wird, was die Wirkung der Inductionsströme erfahren soll.

Man sieht sofort, dass nach Verlauf des Oeffnungsstromes das Spiel von neuem beginnt. Denn da mit der Unterbrechung des Hauptstromes der Magnetismus in dem Eisenkern erlischt, schnellt der Hammer D durch Federkraft zurück und der Stromschluss bei B ist von neuem hergestellt.

Ein solcher Apparat kann dienen, Wasserzersetzung hervorzubringen mittelst eines Elementes, welches für sich allein diese Wirkung nicht hervorbringen kann.

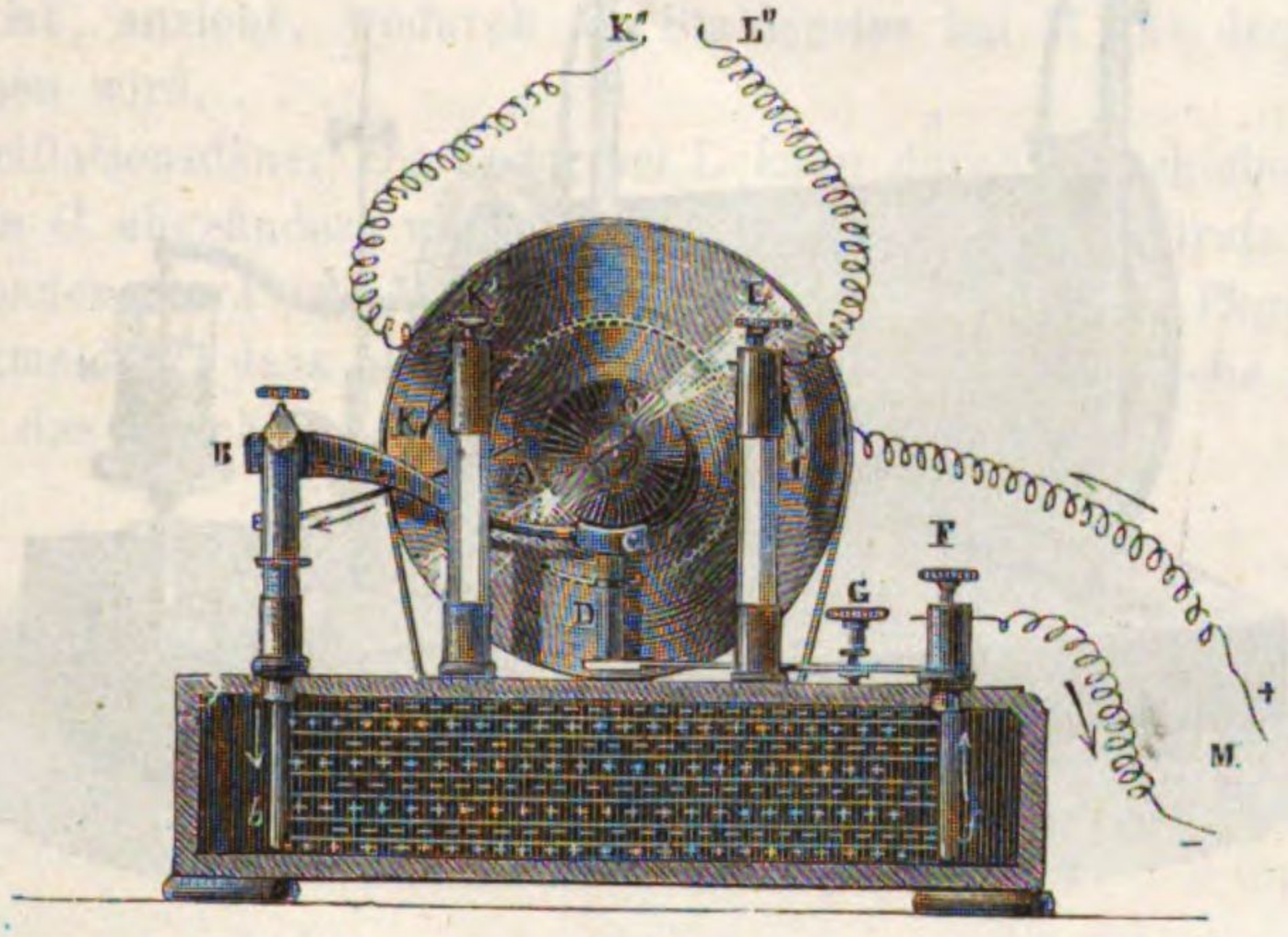
§. 489.

Ruhmkorff's Inductionsapparat. — Bei diesem Apparate ist die Inductionsrolle von der Leitung des Hauptstromes getrennt, so dass beide Inductionsströme erhalten werden. Ausserdem wird der Oeffnungsextrastrom mit günstigem Erfolge in einen Condensator abgeleitet.

Das Detail der Einrichtung soll aus Folgendem klar werden (Fig. 393). Den innersten Raum O nimmt ein Kern von Stäben aus weichem Eisen ein, dann folgt die Leitung des Hauptstromes, welche aus ungefähr 300 Windungen eines mit Seide umsponnenen Kupferdrahtes von 2 bis 3 Millimeter Dicke besteht. Auf der Figur ist dieselbe durch einen punctirten Kreis abgegrenzt. Die Zuleitung des Hauptstromes erfolgt von + M her, bei A tritt derselbe aus und folgt der Leitung B C D F . . . . B C bildet den Wagner'schen Hammer, dessen Klöpel C von dem etwas vorstehenden Eisenkern O angezogen und dadurch von der Leitung D F getrennt werden kann. Durch Verstellung der Schraube G kann man den Weg des Hammers verkleinern oder vergrössern und dadurch die Häufigkeit der Unterbrechungen ändern.

Der inducirende Apparat ist durch eine isolirende cylindrische Hülse aus Hartgummi von der Inductionsspirale getrennt. Diese besteht aus c. 30000 Windungen eines umsponnenen Kupferdrahtes, dessen Durch-

Fig. 393.



messer etwa 1/4 Millimeter beträgt. Die einzelnen Windungen sind überdiess durch Schellack isolirt und befestigt. Die Enden dieses Drahtes treten bei K und L aus und sind an den isolirten Ständern K' L' festgelöthet. Von denselben Ständern laufen die Leitungsdrähte K'' L'' aus.

Es ist noch übrig, die Einrichtung und Wirkung des Condensators zu erklären. Derselbe besteht aus Staniolblättern, welche durch Lagen von Wachstaft isolirt sind. Alle ungeraden Staniolblätter (— — — ...) sind mit der Leitung F, alle geraden (+ + + ...) mit B verbunden, welches von F durch Anziehung des Hammers C getrennt wird. Dadurch wird die Electricität des Oeffnungsextrastromes, welche ausserdem bei D in Funkenform übergehen und dadurch den Unterbrechungsact verlängern würde, ein anderer Weg nach dem Condensator angewiesen. Dieselbe strömt positiv aus der Leitung über A und B nach den Condensatorplatten + + +, negativ durch die Batterie M über F nach den Belegen — — —, und der Funken bei D erlischt ganz oder verliert doch an Lebhaftigkeit. Da dieselbe Leitung der nun im Condensator befindlichen Electricität auch rückwärts zu Gebote steht, so ist kein Grund vorhanden, warum nicht sofort wieder ein vom Condensator ausgehender Gegenstrom die Hauptleitung durchlaufen sollte. Dieser Gegenstrom kann dienen, in dem Eisenkern den Rest von Magnetismus auszulöschen, was auf die Entwickelung der Inductionsströme nur günstig wirken kann.

Wird hingegen die Electricität im Condensator so lange zurückgehalten, bis in D ein neuer Schluss erfolgt, so nimmt nur ein schwächerer Zweigstrom den Weg durch Hauptleitung und Batterie, während der

grössere Theil durch die Leitung B C D G F geht. In diesem Falle kann bei D der von Sinsteden beobachtete Schliessungsfunken auftreten.

Fig. 394.

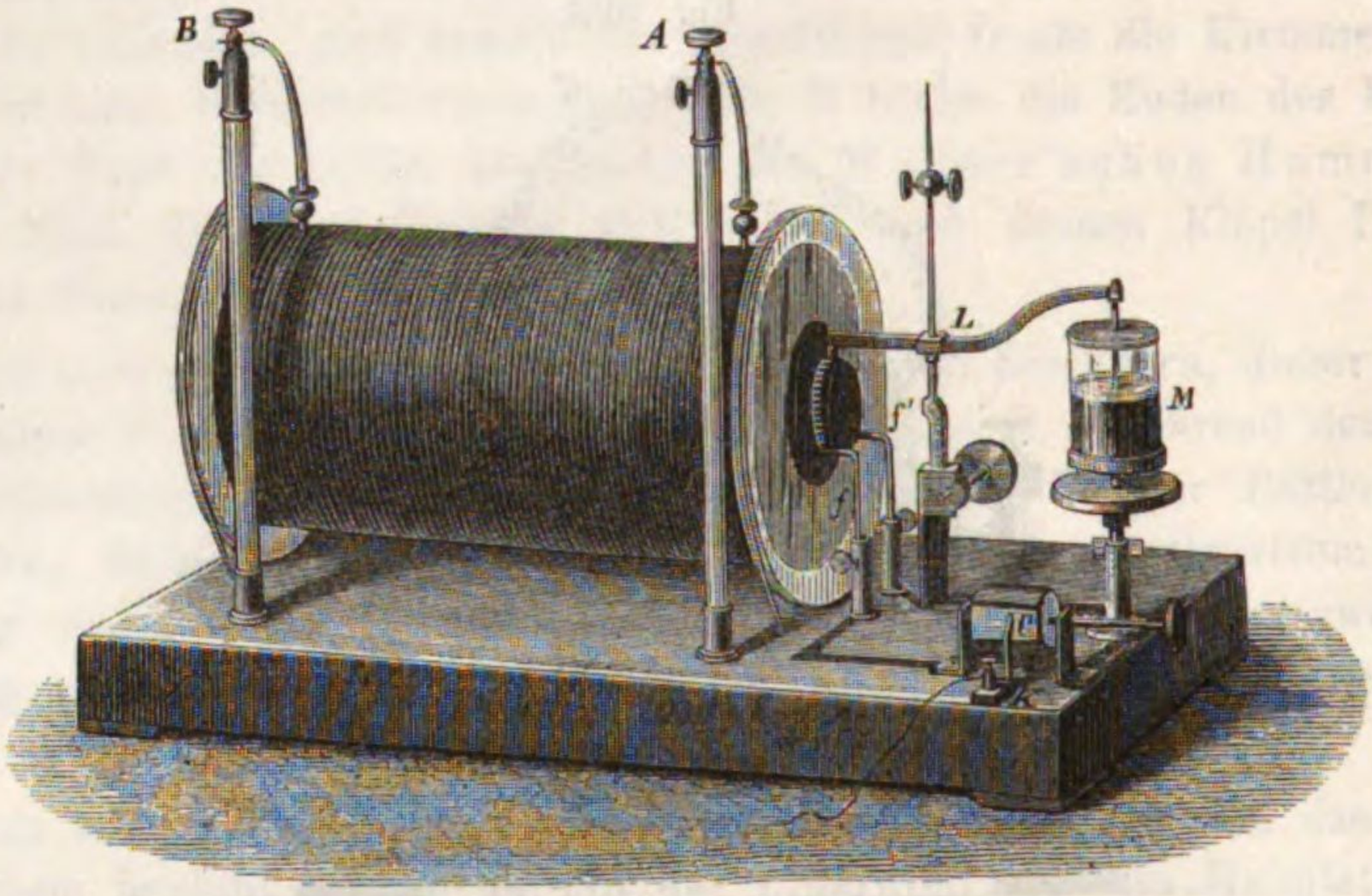
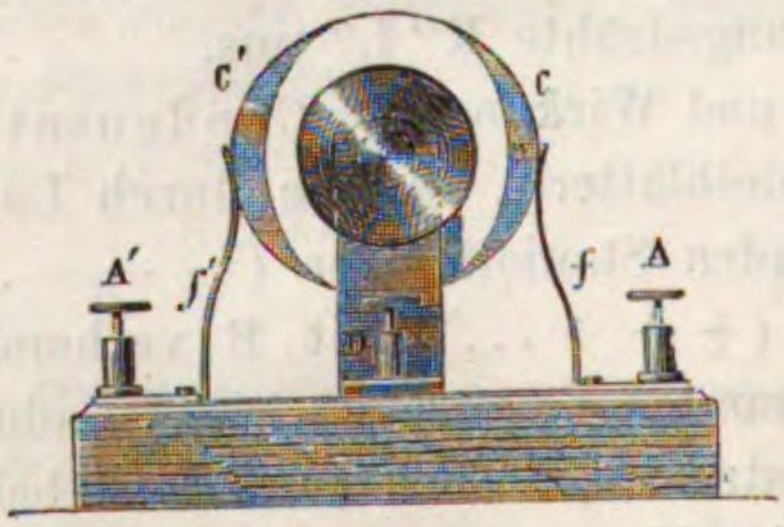
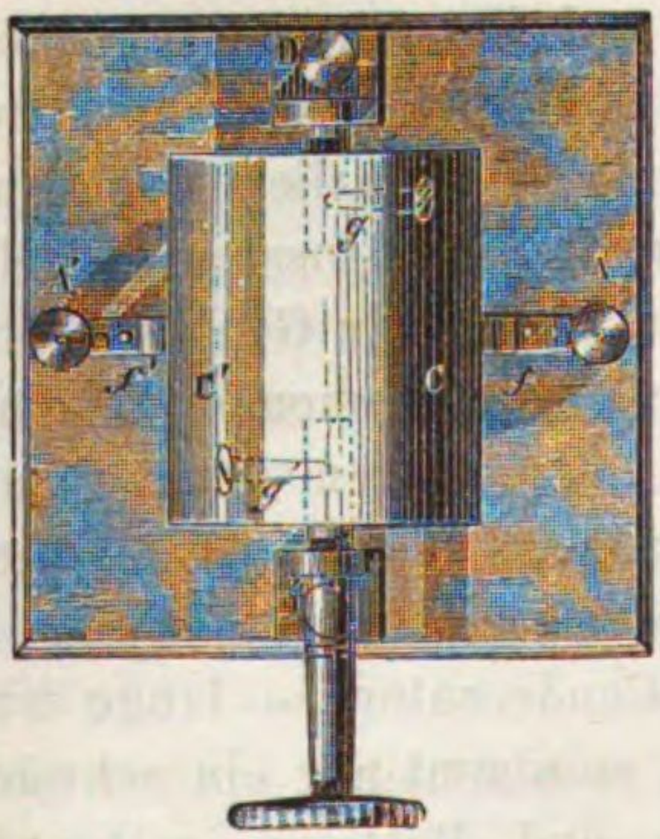


Fig. 394 stellt den Ruhmkorff'schen Inductionsapparat dar in Verbindung mit dem Foucault'schen Unterbrecher und einem besonderen Commutator C, welcher Wendung und vollständige Ausschaltung des Stromes leicht ermöglicht. Der Commutator C, in Fig. 395 besonders gezeichnet, besteht in einem beinernen Cylinder von elliptischem Querschnitt, welcher an den Enden der grossen Axe mit 2 getrennten metallischen Segmenten *c*, *c'* belegt ist, deren eines mit der Halbaxe D, das andere mit D' in leitender Verbindung steht.

Fig. 395.





Die schleifenden Federn *f*, *f'* sind durch die Klemmen A, A' mit den Polen der Batterie verbunden. Der Strom tritt bei *k* (Fig. 394) in den Commutator, der so gestellt sein mag, dass er an der vorderen Seite austritt. Dann steigt er durch metallische Leitung in das Quecksilber des Glases M auf, wird durch die eintauchende Stahlspitze und den Arm L weitergeführt,

geht bei L durch eine Metallfeder abwärts und tritt bei *f'* in die inducirende Spirale ein. Er verlässt dieselbe wieder bei *f* und kehrt durch den Commutator (auf der verdeckten Seite) zur Batterie zurück.

Die Selbstunterbrechung geschieht dadurch, dass der etwas vorstehende magnetische Kern das Eisenstück, welches links am Ende des Armes L angebracht ist, anzieht, wodurch die Stahlspitze bei M aus dem Quecksilber gehoben wird. . . .

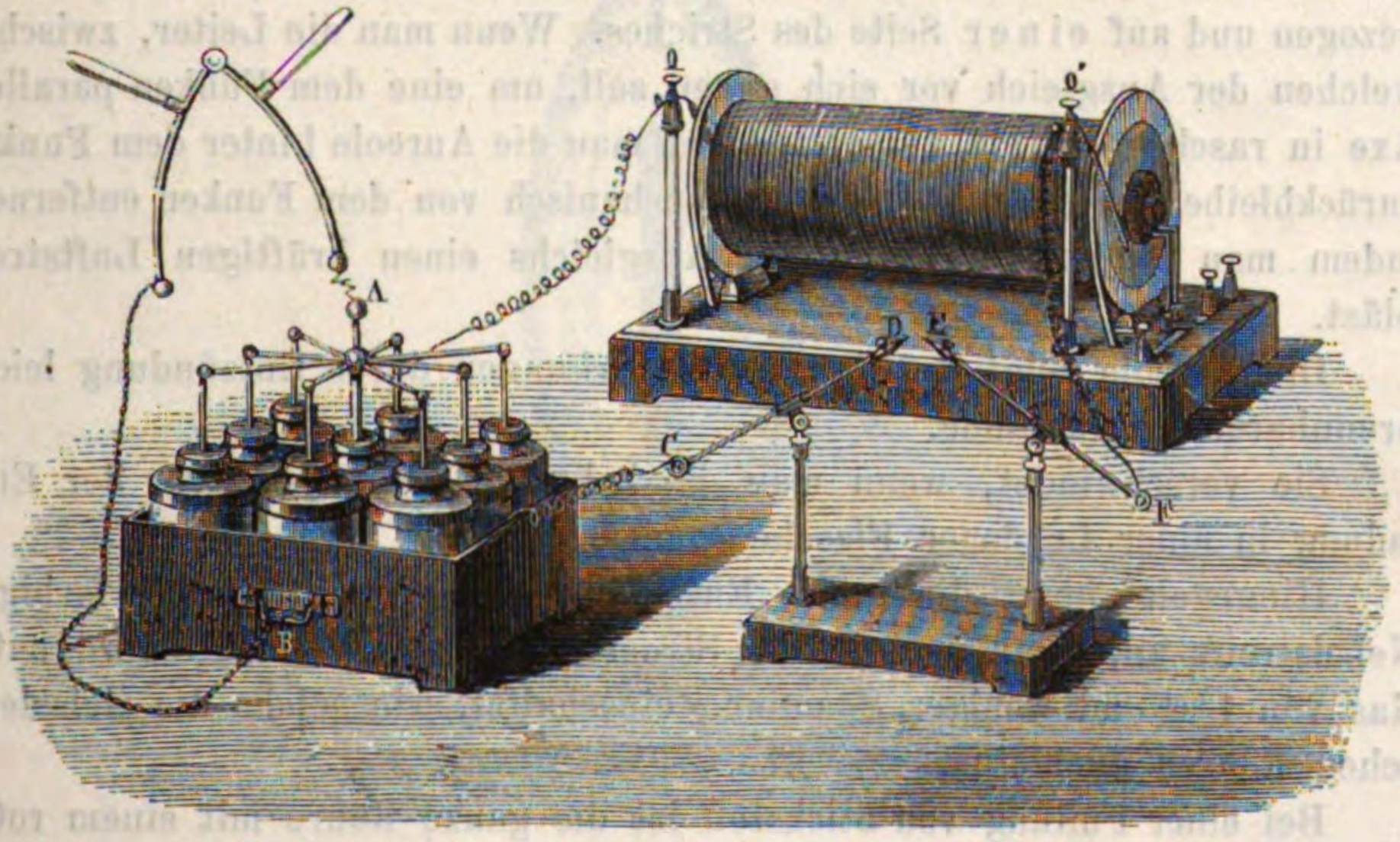
Die Oscillationsdauer der Feder bei L kann durch Verschiebung eines Laufgewichts G abgeändert werden. Die Funken, welche trotz des ableitenden Condensators bei M auftreten, lassen sich (nach Poggendorff) dadurch vermeiden, dass man eine 2 bis 3 Zentimeter hohe Schichte Alkohol auf das Quecksilber giesst.

VII. Der Inductionsfunken.

§. 490.

Ist die Inductionsrolle nicht geschlossen, so tritt dennoch mit Beginn des Hauptstromes an den Drahtenden positive und negative Electricität auf. Die Dichtigkeit dieser Electricitäten bleibt aber zu gering, als dass sie eine irgendwie beträchtliche Schlagweite gewinnen könnte. Mit

Fig. 396.



dem Erlöschen der inducirenden electromotorischen Kraft strömt sie wieder zurück und gleicht sich innerhalb des Leitungsdrahtes selbst aus. Gleich darauf folgt der weit intensivere Oeffnungsstrom und bricht sich durch die trennende Luftschichte Bahn. Man hat dabei Funken von 40^{zm} Länge beobachtet.

Schliesst man durch Einschaltung einer Luftschichte den Schliessungsstrom aus, so kann man Leydener Flaschen und aus solchen zusammengesetzte Batterien mittelst eines Ruhmkorff'schen Inductionsapparates ebenso gut laden wie mittelst der Electrisirmaschine. Fig. 396 zeigt eine hiezu zweckmässige Anordnung. Das innere Beleg ist mit dem einen Ende Q verbunden, von dem äusseren führt eine Leitung nach der Unterbrechungsstelle D E und von hier nach dem anderen Drahtende Q'.

§. 491.

Der Inductionsfunken besteht aus einer scharf begrenzten, stark glänzenden Linie, welche mit Fransen von orange-rothem Lichte, der Aureole, umgeben scheint. Die Aureole dauert länger als ihr glänzender Kern und ist als eine Erscheinung des allmähligen Ausgleichs electrischer Massen zu betrachten, welchen durch den Vorstoss des eigentlichen Funkens eine Brücke hergestellt worden ist.

Die Aureole wird optisch von dem Funken getrennt, wenn man den Ausgleich in einem rotirenden Spiegel betrachtet. Während der Funken noch als einfacher Strich gesehen wird, erscheint die Aureole in die Breite gezogen und auf einer Seite des Striches. Wenn man die Leiter, zwischen welchen der Ausgleich vor sich gehen soll, um eine dem Funken parallele Axe in rasche Rotation versetzt, sieht man die Aureole hinter dem Funken zurückbleiben. Sie lässt sich auch mechanisch von dem Funken entfernen, indem man gegen die Stelle des Ausgleichs einen kräftigen Luftstrom bläst.

Die Aureole zeigt kräftige Wärmewirkungen durch Entzündung leicht brennbarer Gegenstände.

Sie verschwindet, wenn man die inducirte Electricität vor der Entladung in einer Leydener Flasche condensirt.

Hingegen nimmt die ganze Entladung den Charakter eines farbigen Nebelstreifs an, wenn man in den Strom eine längere Schichte verdünntes Gas von 1^{mm} und weniger Spannung einschaltet, wie solche die Geissler'schen Röhren darbieten.

Bei einer Füllung von Stickstoff ist die ganze Röhre mit einem rothbraunen, der Aureole an Farbe ähnlichen Lichte erfüllt, nur am negativen Pole umhüllt blaues Licht den leitenden Platindraht. Andere Gase zeigen andere charakteristische Farben, deren Betrachtung dem Lesen einer Beschreibung vorzuziehen ist.

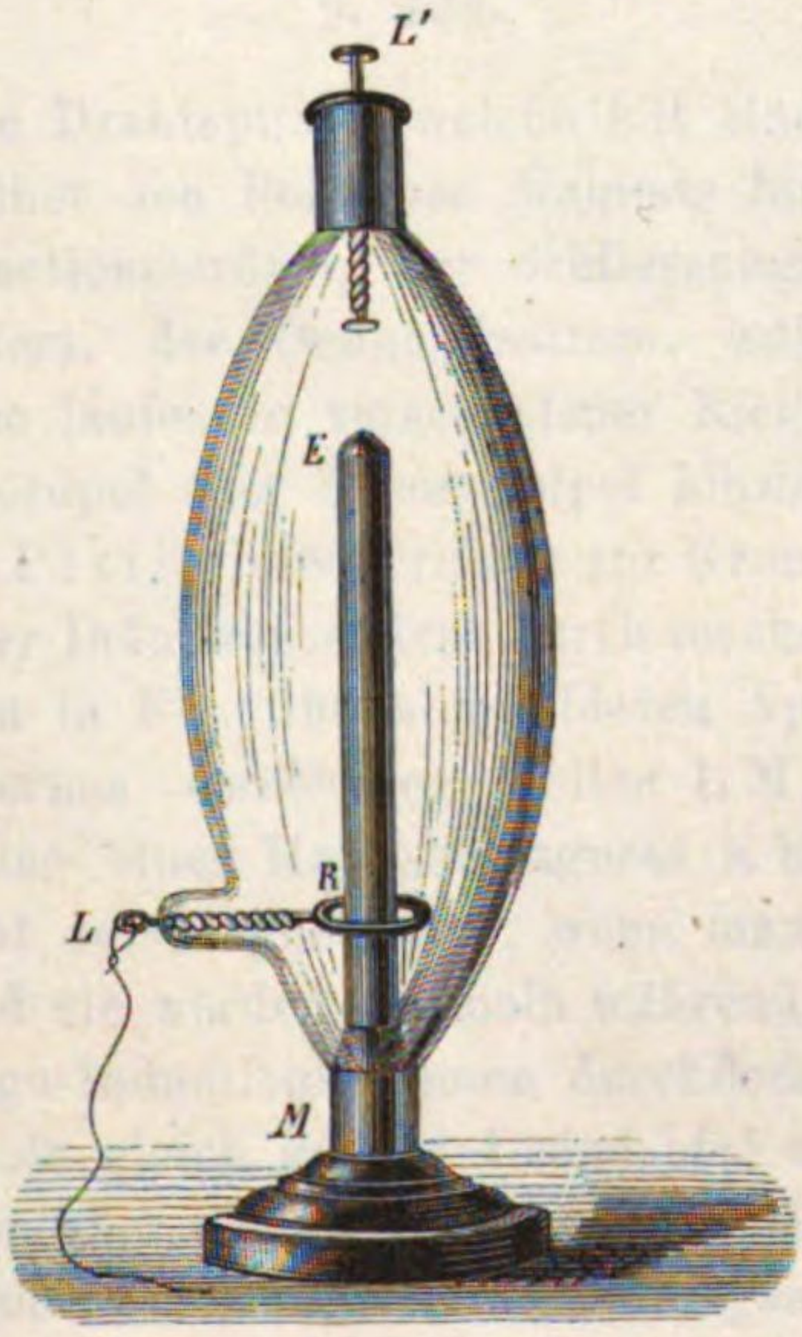
Setzt man eine mit Luft gefüllte Geissler'sche Röhre, die sich in der Mitte nicht stärker als auf 7 bis 6^{mm} verengt, mit dem Recipienten einer Quecksilberluftpumpe in Verbindung und vermindert durch wiederholtes Evacuiren die Dichtigkeit der Luft immer mehr, während der Inductionsstrom der Länge nach durch die Röhre geht, so bemerkt man, dass der Lichtstrom, der vorher den mittleren Theil einnahm und stetig schien, nun von einer grossen Zahl einseitig gekrümmter zuckender Querstreifen geringerer Helligkeit unterbrochen ist: das Licht erscheint geschichtet. Setzt man die Verdünnung weiter fort, so werden die Schichten länger, und man kann die Verdünnung so weit treiben, dass die Lichterscheinung zu einem unsteten Flackern wird und schliesslich ganz erlischt. Dann ist auch der Inductionsstrom unterbrochen.

Diese Lichterscheinungen sind durch das Glühen des Gases bedingt, welches den Strom leitet.

§. 492.

Wirkung der Magnete auf den Lichtstrom. — Der electrische Lichtstrom, welcher durch die verdünnten Gase im electrischen Ei oder

Fig. 397.



in einer Geissler'schen Röhre fliesst, wird von jedem Leiter beeinflusst, den man in seine Nähe bringt und reagirt auf Magnete mit grosser Bestimmtheit in demselben Sinne wie ein Strom, der durch einen beweglichen Leiter fliesst.

Es wurde oben nachgewiesen, dass ein Strom, welcher von einem Punkte in der Verlängerung der Axe eines Magnets ausgeht und in einem Punkte der Axe selbst endigt, um den Magnet in Rotation versetzt wird. Fig. 397 stellt einen Apparat dar, welcher diese Rotation an dem Lichtstrome nachweist, der durch Auflösung des Inductionsfunkens entsteht. Das Glasgefäss enthält Luft von weniger als 1^{mm} Spannung und einen Stab E M von weichem Eisen, der bis zur Bodenfläche des Statifs durchgeführt ist. Der Metallring R umgibt den Stab und steht mit dem Leitungsdrahte R L in Verbindung. Wird nun der Inductionsstrom bei L und L' zugeleitet, während der ganze Apparat auf dem einen Pol eines kräftigen Electromagnets steht, so rotirt der oben beschriebene Lichtstrom um den Magnet, indem sein unteres Ende den Ring entlang läuft.

Fünftes Kapitel.

Dynamo-Electrische und Electro-Dynamische Maschinen.

I. Erzeugung von Electricität durch Magnetismus und mechanische Arbeit.

§. 493.

Bewegt man eine Drahtspirale, welche mit einem Kern von weichem Eisen versehen ist, über den Pol eines Magnets hinweg, so verlaufen in der Spirale zwei Inductionsströme, der Schliessungsstrom, während sich der Abstand vermindert, der Oeffnungsstrom, während die Entfernung wächst. Diese Ströme laufen in verschiedener Richtung, je nachdem die Spirale über einen Nordpol oder einen Südpol hinweggeht.

Nachdem zuerst Pixii dieses Prinzip zur Grundlage eines Apparates gemacht hatte, welcher Inductionsströme durch mechanische Arbeit lieferte, construirte Clarke den in Fig. 398 abgebildeten Apparat.

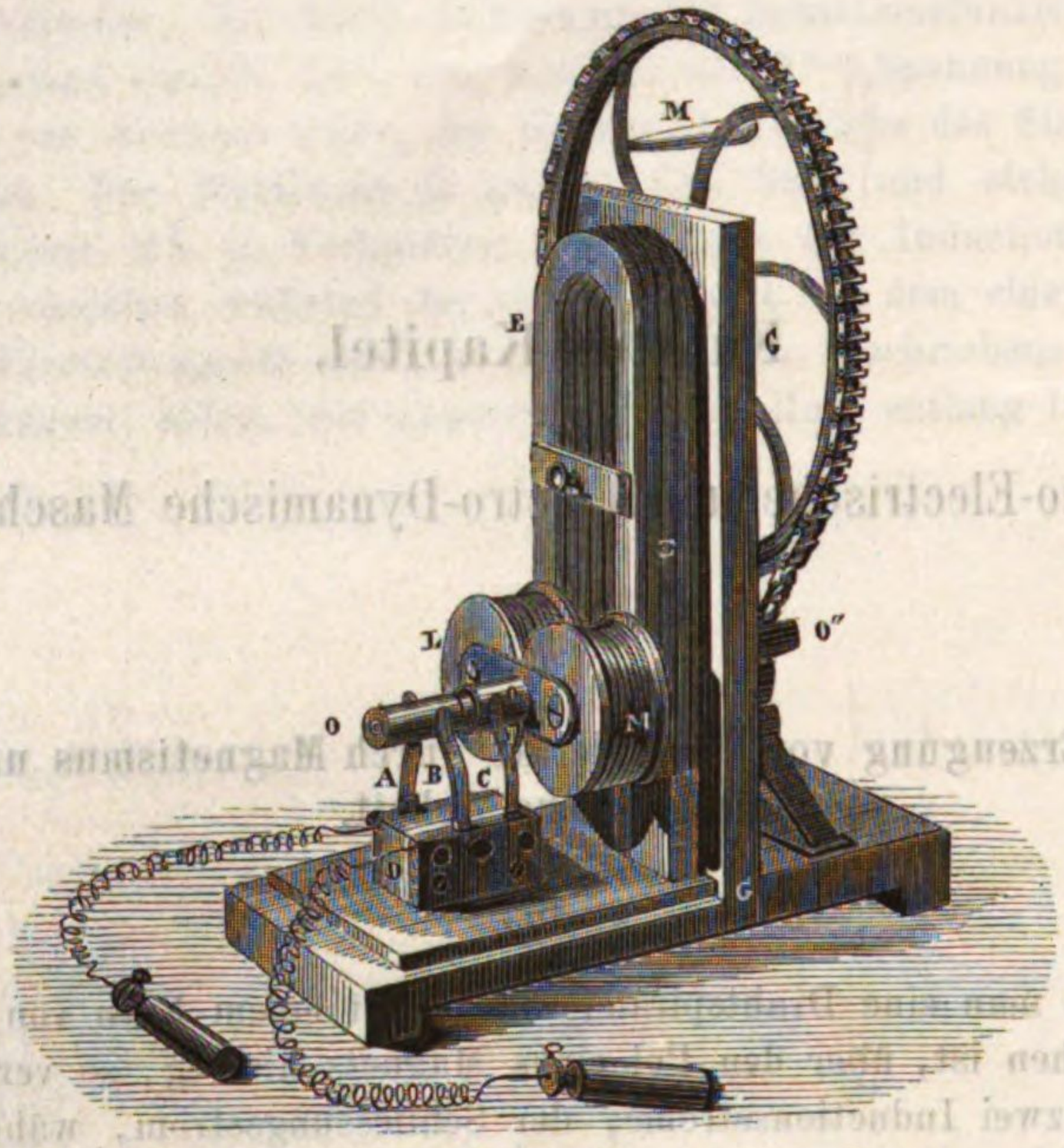
Die mit Eisenkernen versehenen Rollen L M werden mittelst des Rades M vor den Polen eines Hufeisenmagnets E E in Rotation versetzt.

In beiden erlischt der Magnetismus, wenn man sie aus der abgebildeten Lage dreht, und sie werden desshalb während der nächsten Vierteldrehung von Oeffnungs-Inductionsströmen durchflossen, welche denen der betreffenden Magnetpole gleich gerichtet sind. Ist ein einziger Draht um beide Rollen gewunden, aber mit wechselndem Sinne der Drehung (Fig. 399), so verbinden sich beide Ströme zu einem einzigen. Eben dieses findet dann für alle Folge statt, da stets entgegengesetzte Ströme durch entgegengesetzte Windungen laufen.

In dem zweiten Viertel der Drehung verläuft ein dem eben besprochenen gleich gerichteter Strom, denn es ist ein Schliessungsstrom, welcher vom entgegengesetzten Pole erzeugt wird.

Nun aber kehrt sich die Stromrichtung um und bleibt während der letzten halben Umdrehung wieder constant.

Fig. 398.



Die beiden Enden des Stromleiters sind an den Metallbelegen *l* und *m* (Fig. 400) befestigt, welche auf einen isolirenden Cylinder von Bein aufgesetzt und durch isolirende Streifen desselben Materials getrennt sind.

Fig. 399.

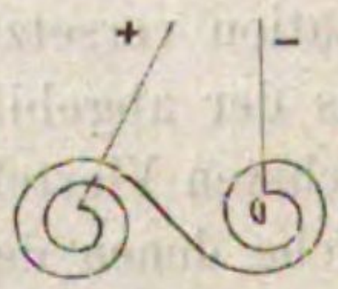


Fig. 400.

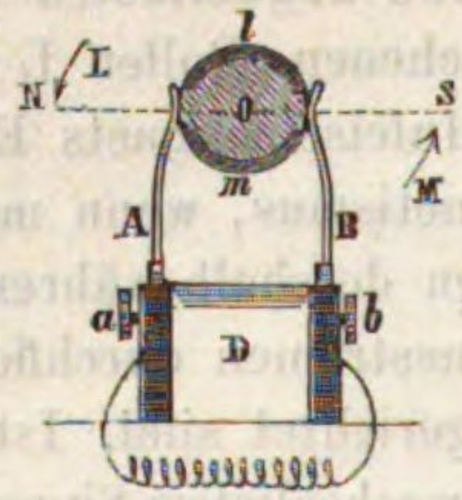
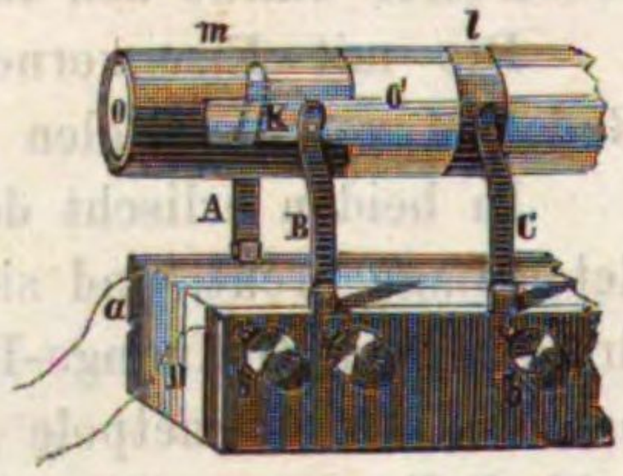


Fig. 401.



Die Linie N S ist mit L M parallel, so dass in der (Fig. 398) abgebildeten Lage die Leitung des Inductionsstromes unterbrochen ist, im nächsten Momente aber durch Berührung von *l* und *m* (Fig. 400) mit den schleifenden Metallfedern A, B geschlossen wird und während der folgenden halben Umdrehung geschlossen bleibt. Da nun die Richtung

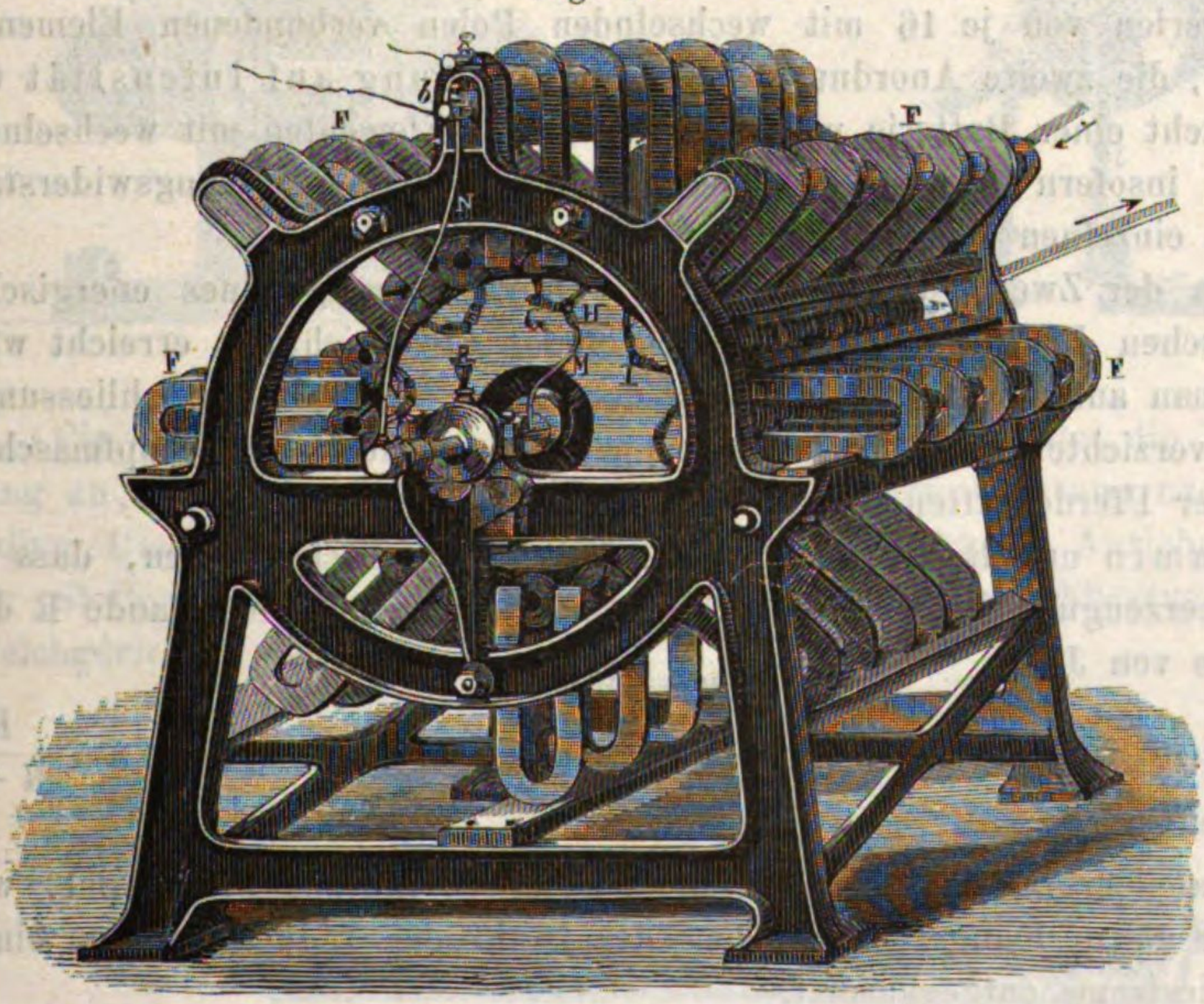
des Inductiosstromes geändert wird, aber sich zugleich sein bisheriger Anfang *l* an die Feder B, sein neuer Anfang *m* an die Feder A anlegt, so erhält man im äusseren Schliessungsbogen *a b* nur gleichgerichtete Ströme, mit welchen man Wasser zersetzen und magnetische Wirkungen hervorbringen kann.

Will man wechselnde Ströme, so legt man die Federn an zwei ganze Metallringe an, welche unter sich isolirt und mit Abzweigungen von den Enden des Leitungsdrahtes verbunden sind. Dabei erhöht man die physiologischen Wirkungen, wenn man den Inductionsstrom selbst an Stellen unterbricht, wo er eine grosse Intensität besitzt und dadurch einen Oeffnungsextrastrom veranlasst. Die hierzu geeignete Vorrichtung ist in Fig. 401 angegeben.

§. 494.

Die grösste nach diesem Prinzip construirte Inductionsmaschine ist nach einem Plane Nollet's von der französischen Gesellschaft L'Alliance ausgeführt worden. Sie ist in Fig. 402 dargestellt.

Fig. 402.



Auf einem Gestelle von Gusseisen sind mit Hülfe hölzerner Querleisten 40 starke Hufeisenmagnete F, F, . . . angebracht, deren jeder eine beständige Tragkraft von 70 Kilo besitzt. Es sind 5 parallele Kränze von je 8 Magneten gebildet, so dass 16 Magnetpole auf einer Peripherie liegen.

Dieser Theil des Apparates ist fest. Innerhalb desselben dreht sich das System der Inductionsrollen, bestehend aus vier fest auf die Axe aufgesetzten Scheiben von Bronze, deren jede am Rande mit 16 Inductionsrollen besetzt ist. Da diese Scheiben zwischen den 5 Magnetkränzen laufen, ist jede Rolle der Einwirkung von zwei ihren beiden Enden gegenüberstehenden Magnetpolen ausgesetzt.

Die Rollen einer Scheibe sind von einem Drahte umwunden, in welchem, wie oben nachgewiesen, alle gleichzeitig entstehenden Inductionsströme gleichgerichtet verlaufen, wenn die Richtung der Windungen von Rolle zu Rolle wechselt. Die Enden dieses Drahtes können nun entweder nach den beiden von einander isolirten Metallringen geführt werden, auf welchen die Federn schleifen, so dass sich in diesen Ringen die vier Ströme einfach summiren. — Oder man kann das eine Drahtende (G) so nach der zweiten, dritten, vierten Scheibe führen, dass sämmtliche 64 Rollen von einem Drahte umwunden sind, also jeder der 64 Inductionsströme die ganze Leitung durchlaufen muss, und statt 8 nur 2 Drahtenden nach den Ringen laufen.

Die erste dieser beiden Anordnungen heisst die Stellung auf Quantität und ist der Combination von 64 galvanischen Elementen zu 4 Batterien von je 16 mit wechselnden Polen verbundenen Elementen analog, die zweite Anordnung heisst die Stellung auf Intensität und entspricht einer Batterie von 64 galvanischen Elementen mit wechselnden Polen, insofern hier wie dort der Strom den inneren Leitungswiderstand der 64 einzelnen Elemente nach einander überwindet.

Da der Zweck dieser Maschine, die Erzeugung eines energischen electrischen Lichtes auch bei wechselnder Stromrichtung erreicht wird, kann man auf die gleiche Richtung der Ströme am äusseren Schliessungsbogen verzichten. Der Betrieb des Apparates erfordert eine Dampfmaschine von vier Pferdekräften.

Jamin und Roger haben durch Versuche nachgewiesen, dass die Wärmeerzeugung im äusseren Schliessungsbogen vom Widerstande R dem Gesetze von Joule

$$w = \mathrm{R}\, i^2$$

entspricht, wobei dem Ohm'schen Gesetze gemäss die Stromstärke $i = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R} + r}$ anzunehmen ist.

Dabei ergab sich indessen r, der innere Leitungswiderstand, weit grösser als derjenige ist, welchen der Draht der Inductionsrollen einem Batteriestrome entgegensetzt.

§. 495.

Magnetische Inductionsmaschine von W. Siemens. — Durch Aenderung in der Form der Inductionsspirale und ihres Eisenkerns hat

Siemens die magnetische Inductionsmaschine zu grösserer Vollkommenheit gebracht. Fig. 403 gibt einen zur Drehungsaxe senkrechten Schnitt dieser Anordnung. Der Leitungsdraht des Inductionsstromes ist auf einen Rahmen *a b* von weichem Eisen der Länge nach aufgewickelt, so dass in den Cylindersegmenten *a* und *b* Pole hervorgerufen werden, so oft die Spuhle anch der durch die Figur bezeichneten Lage zwischen den Polen einer Reihe von Hufeisenmagneten (Fig. 406 oberer Theil) hineilt, von welchen sie beinahe ihrer ganzen Länge nach umgeben ist. Die Eisentheile A, B in Fig. 403 dienen zugleich zur Vermittlung der magnetischen Influenz und zur Befestigung des Lagerstückes der Spuhle, wie aus Fig. 406 klar wird, wo diese Stücke oben mit *m n*, unten mit T T bezeichnet sind. Durch das messingne Mittelstück M N (Fig. 403) wird in den Umkehrpunkten der magnetischen Influenz die Eisenhülle unterbrochen.

Fig. 403.

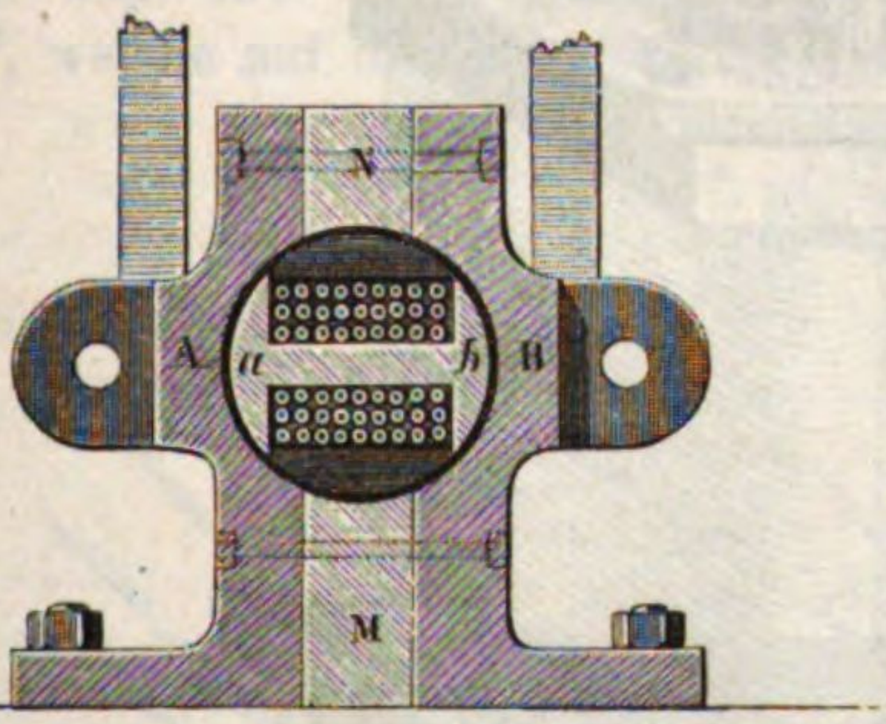


Fig. 404.

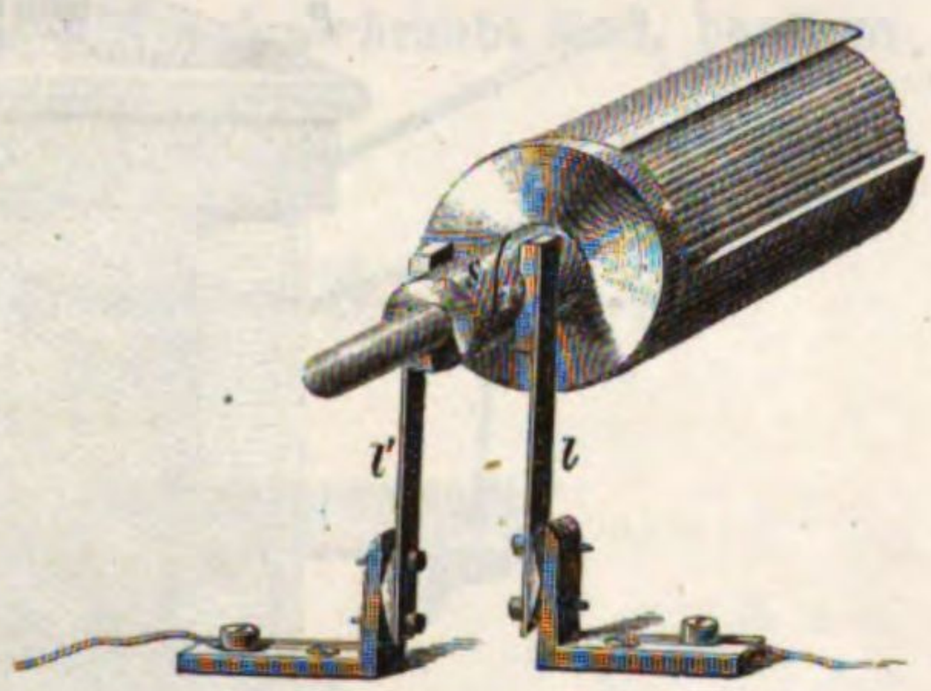
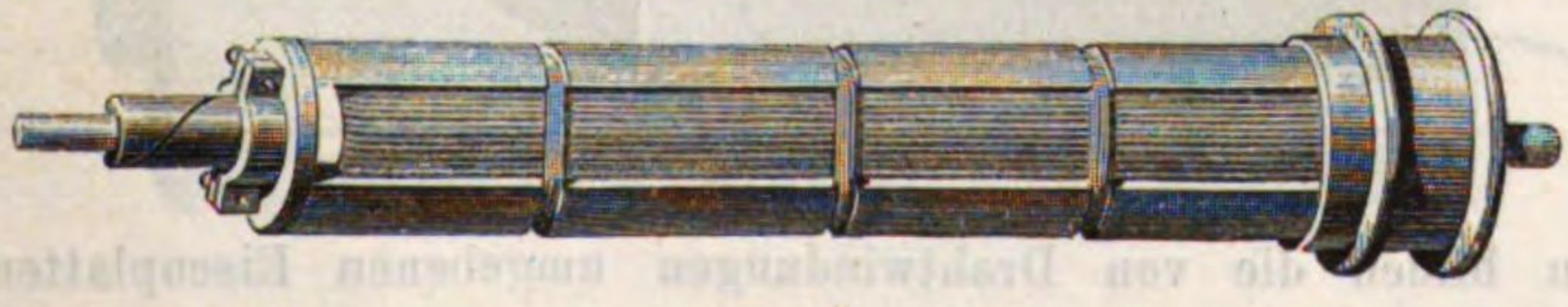


Fig. 405 gibt eine Ansicht der Spuhle, Fig. 404 deutet die Vorrichtung an, durch welche die Inductionsströme, deren Richtung nach jeder halben Umdrehung und zwar im Momente der stärksten Anziehung (in der Stellung a b Fig. 403) wechselt, im äusseren Schliessungsbogen gleichgerichtet werden.

Fig. 405.



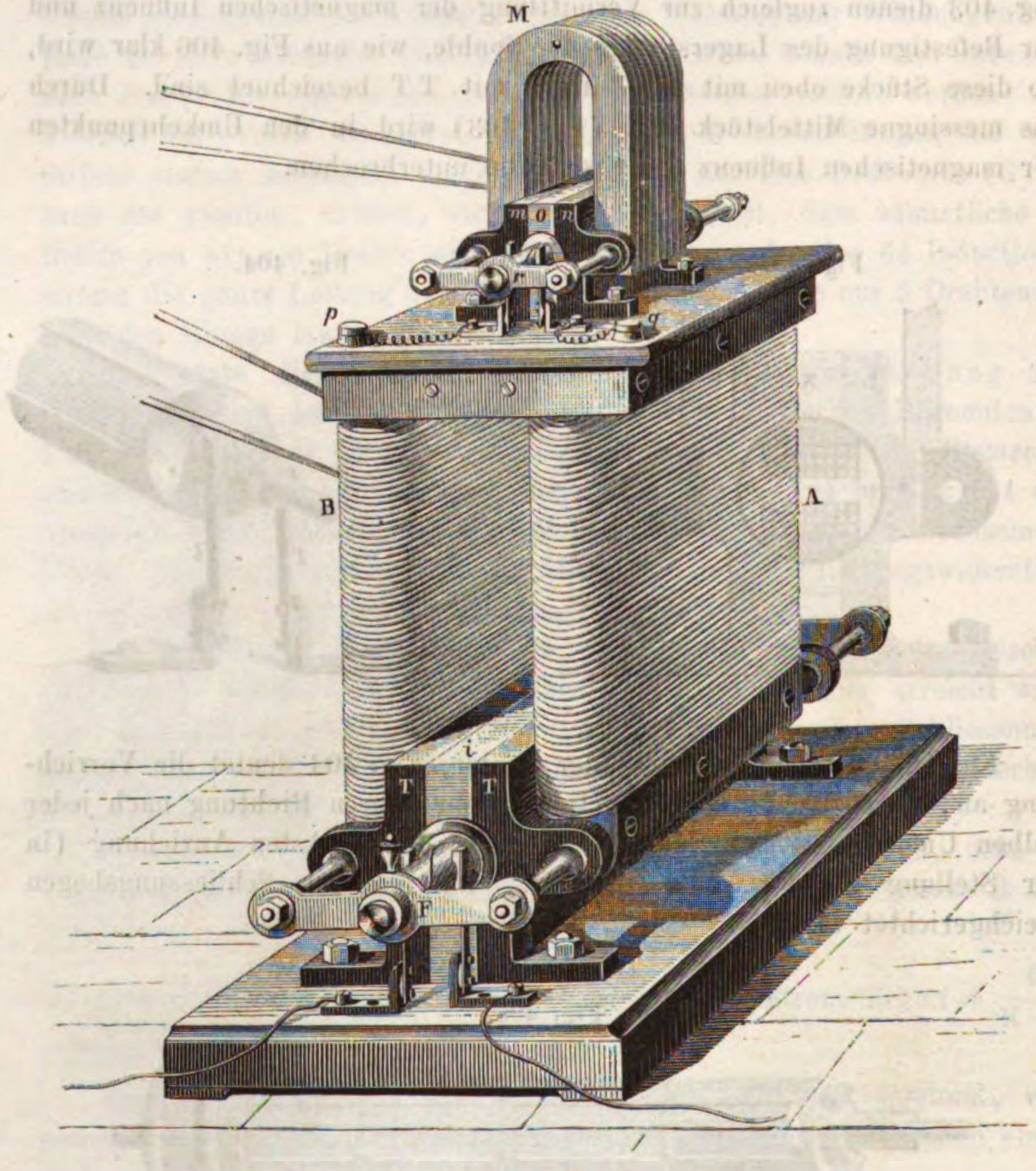
Der obere Theil der Fig. 406 stellt den einfachen magnetischen Inductionsapparat von Siemens dar; in die nach *p* und *q* laufenden Drähte, welche von den schleifenden Federn *l l* (Fig. 404) herkommen, wird der

Gegenstand eingeschaltet, auf welchen man die gleichgerichteten Inductionsströme wirken lassen will.

§. 496.

Da die Ströme gleichgerichtet sind, so können sie unter anderem auch zur Magnetisirung eines Electromagnets verwendet werden. Einen

Fig. 406.



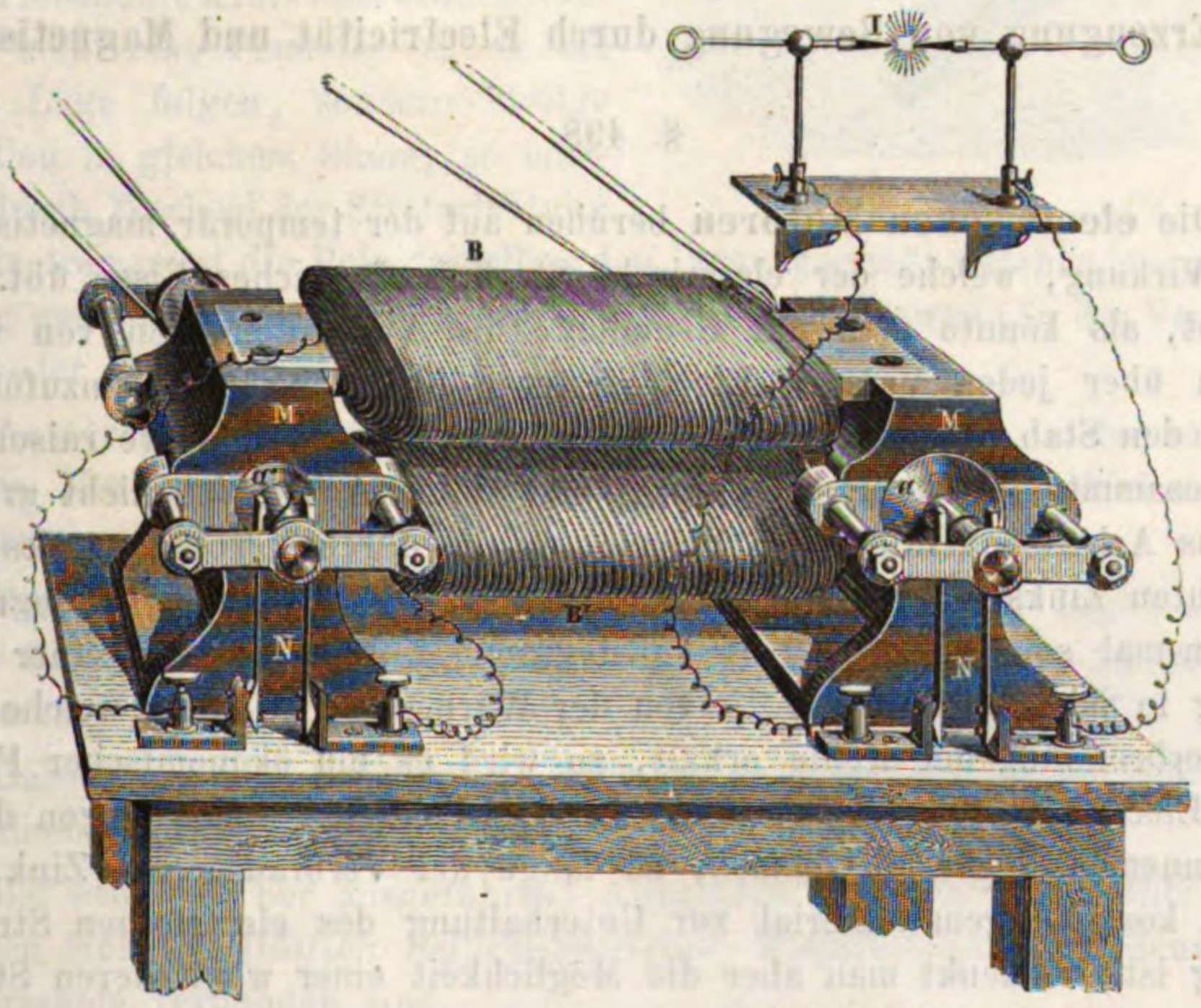
solchen bilden die von Drahtwindungen umgebenen Eisenplatten A B (Fig. 406), welche, durch die Inductionsströme der oberen Spuhle (*r*) magnetisirt, bezüglich der unteren in grösserem Massstab ausgeführten Siemens'schen Inductionsspuhle F dieselbe Rolle spielen, wie der permanente Magnet M bezüglich der oberen.

Man kann noch weiter gehen und die von der Spuhle bei F ausgehenden Ströme zur Magnetisirung eines zweiten noch mächtigeren Electromagnets verwenden... Wilde hat mit einer solchen Maschine, welche drei Siemens'sche Spuhlen enthielt und durch eine Dampfmaschine von 15 Pferdekräften in Bewegung gesetzt wurde, sehr intensives electrisches Licht erzeugt und eine Platinbarre von 2 Fuss Länge und 6^{mm} Dicke geschmolzen.

§. 497.

Noch merkwürdiger ist die ebenfalls von W. Siemens erfundene **dynamo-electrische Maschine,** bei welcher der permanente Magnet ganz fehlt und die magnetisirende Kraft der kleineren Spuhle durch ihre eigenen Inductionsströme multiplicirt wird. Dieser Apparat, welcher im Prinzip mit der Holtz'schen Influenzmaschine grosse Aehnlichkeit hat, ist in Fig. 407 dargestellt. Die beiden Eisenkerne des Electromagnets BB', welche auf die gusseisernen Stücke M N aufgeschraubt sind, besitzen

Fig. 407.



stets so viel rückständigen Magnetismus, dass bei dem Drehen der kleinen Siemens'schen Inductionsspuhle a' (links) in derselben schwache Ströme inducirt werden. Diese Ströme werden gleichgerichtet und durch die von den schleifenden Federn weggeführten und mit den beiden Drahtenden des

Electromagnets B B' verbundenen Drähte um diesen Electromagnet geleitet. Dadurch wird der Magnetismus desselben verstärkt und mit ihm die folgenden Inductionsströme der Spuhle a', und man sieht, dass diese Multiplikation zunächst nur durch die Unmöglichkeit einer weiteren Steigerung der Rotationsgeschwindigkeit beschränkt wird.

Die disponiblen Inductionsströme werden rechts durch die Einwirkung der beiden anderen Pole des Electromagnets auf eine zweite grössere Inductionsspuhle a gewonnen, ganz ähnlich wie in der Wilde'schen Maschine Fig. 403.

In neuester Zeit hat von Hefner-Alteneck eine Construction dieser Maschine angegeben, welche, in der Werkstätte von Siemens und Halske in Berlin ausgeführt und mittelst einer Dampfmaschine von vier Pferdekräften getrieben, einen Lichteffekt gleich 3000 Normalkerzen hervorbringt, während man mit 60 Bunsen'schen Bechern nur den zehnten Theil dieser Leistung erzielt.

II. Erzeugung von Bewegung durch Electricität und Magnetismus.

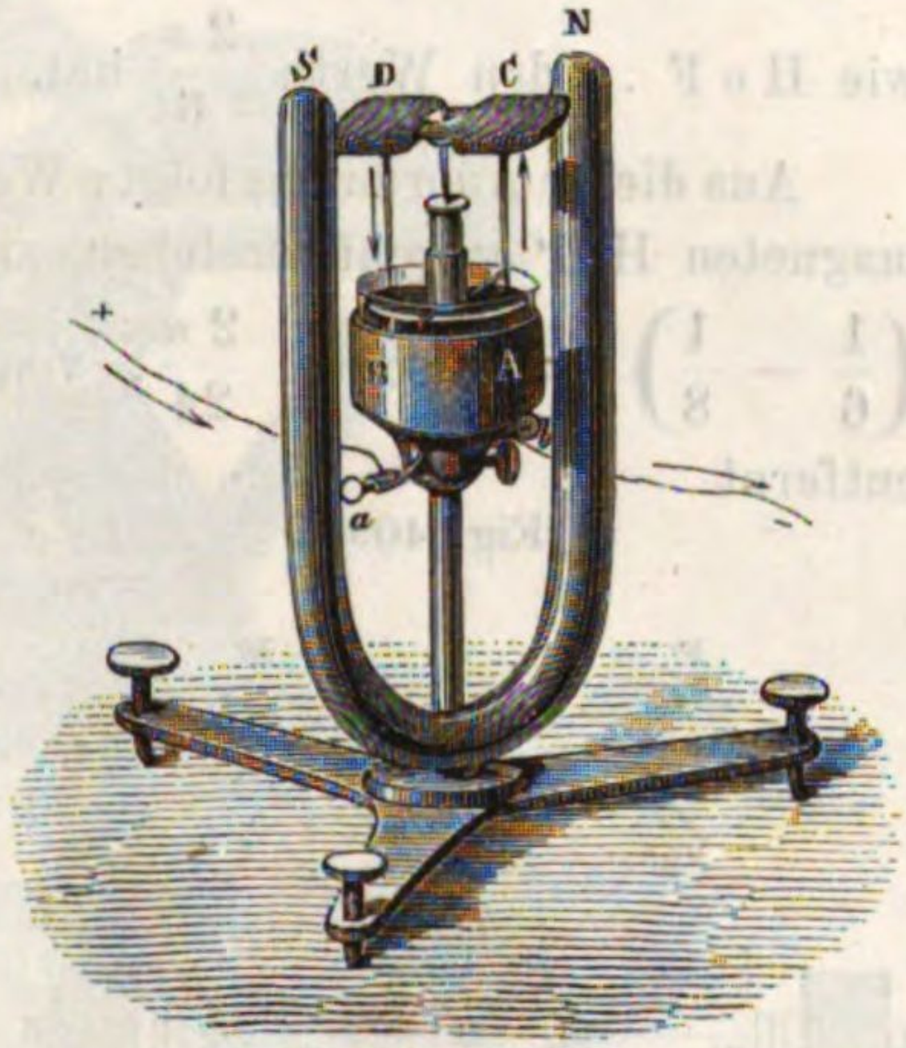
§. 498.

Die **electrischen Motoren** beruhen auf der temporär magnetisirenden Wirkung, welche der electrische Strom auf weiches Eisen übt. Es scheint, als könnte man auf Grundlage des Vorausgehenden von vornherein über jeden Versuch Electromotoren in die Technik einzuführen, sofort den Stab brechen, indem man etwa in folgender Weise raisonnirt. Die gesammte im electrischen Strom disponible Arbeit ist nicht grösser als das Arbeitsäquivalent der Wärme, welche durch Verbindung des verbrauchten Zinks mit Schwefelsäure gewonnen wird. Da nun 1 Kilogramm Zink n-mal so viel kostet als 1 Kilogramm Kohle, und bei seiner Auflösung in Schwefelsäure nur $^1/_9$ von der Wärmemenge liefert, welche man bei Verbrennung der Kohle erhält, so wird es ein ökonomischer Fehler sein, Electromotoren anzuwenden. In der That lässt sich gegen dieses Raisonnement nicht aufkommen, so lange der Verbrauch von Zink oder gleich kostspieligem Material zur Unterhaltung des electrischen Stromes nöthig ist. Bedenkt man aber die Möglichkeit einer wohlfeileren Stromerzeugung und die Thatsache, dass gegenüber den Dampfmaschinen, welche kaum $^1/_{12}$ Nutzeffekt vom verbrauchten Materiale liefern, auch Constructionsvortheile bedeutend in die Wagschale fallen, so kann die vom ökonomischen Standpunkte aus untergeordnete Bedeutung der Electromotoren doch nur relativ zugestanden werden.

§. 499.

Wir beschränken uns auf die Beschreibung einiger weniger Modelle. Fig. 408 stellt einen wohlbekannten Apparat dar. Zwischen den Polen N S eines Hufeisenmagnets ist der Electromagnet D C um eine vertikale Axe drehbar, während die beiden Enden der Spirale in die geschiedenen Hälften eines Quecksilbernapfes tauchen, welche bei *a* und *b* auch die Poldrähte der Batterie aufnehmen. Durch den so geschlossenen Strom wird der Eisenkern in D C magnetisch und erhält durch Einwirkung der Pole des Stahlmagnets ein Drehungsmoment, welches seine Längsaxe zunächst in die Richtung S N führt. In dieser Stellung ist die Maschine auf ihrem todten Punkte, den sie durch lebendige Kraft überwindet. Soll dann nicht eine Pendelbewegung um diese Lage folgen, sondern stetige Rotation in gleichem Sinne, so müssen durch Wechsel der Stromrichtung im Electromagnet die Pole desselben den ihnen gegenüberstehenden gleichnamig gemacht werden, und desshalb muss die Scheidewand in der Vertikalebene der beiden festen Pole N S liegen.

Fig. 408.



Ausserdem ist es zweckmässig, eben diese Ebene so in den magnetischen Meridian zu stellen, dass der Erdmagnetismus die Wirkung des Stahlmagnets unterstützt.

Ferner muss das Niveau des Quecksilbers etwas höher liegen als die obere Kante der Scheidewand, damit die Drähte D C nicht an dieselbe anstossen.

Daraus entsteht zuweilen die Störung, dass das Quecksilber überfliesst und einen neuen Stromschluss bildet.

Bei etwas derber ausgeführten Apparaten schleifen die Drähte C, D auf den isolirten Hälften halbcylindrischer Metallbelege, mit denen die Batteriepole verbunden sind.

Sorgt man dafür, dass die Scheidewand in der Ebene des magnetischen Meridians liegt und dass der Apparat sehr leicht beweglich ist, so wird er auch ohne Stahlmagnet durch den Erdmagnetismus allein bewegt.

§. 500.

Apparat von Froment. — Auf dem Kranze eines um o (Fig. 409) beweglichen Rades sind der Axe parallel 8 Lamellen von weichem Eisen gleichmässig vertheilt, so dass ihre Vertikalprojectionen $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \alpha', \beta', \gamma', \delta'$, und die Winkel wie α o β . . . $\frac{2\pi}{8}$ sind. Um dieses Rad zieht sich auf einem massiven Gestell ein festes System von 6 hufeisenförmigen Electromagneten, deren Projectionen H, F, D . . . sind, so dass jeder der Winkel wie H o F . . den Werth $\frac{2\pi}{6}$ hat.

Aus dieser Anordnung folgt: Wenn zwei Eisenlamellen α, α' den Electromagneten H H' gegenüberstehen, sind die nächsten beiden Anker $\beta\,\beta'$ um $\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8}\right) 2\pi$, also um $\frac{2\pi}{24}$, von den nächsten Electromagneten F F' entfernt.

Fig. 409.

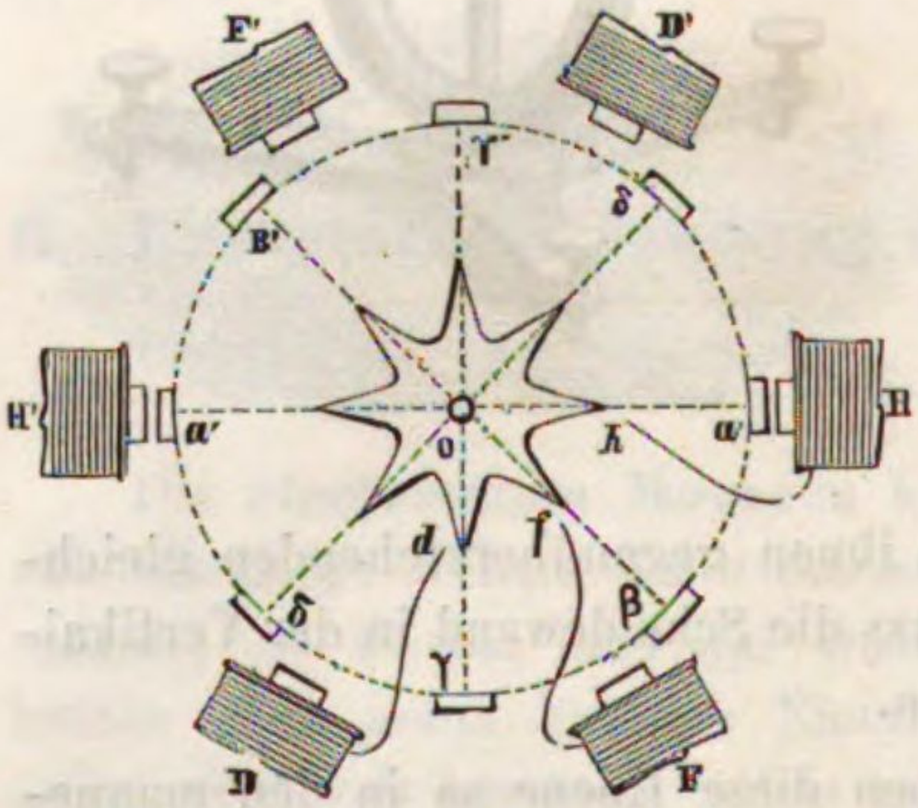
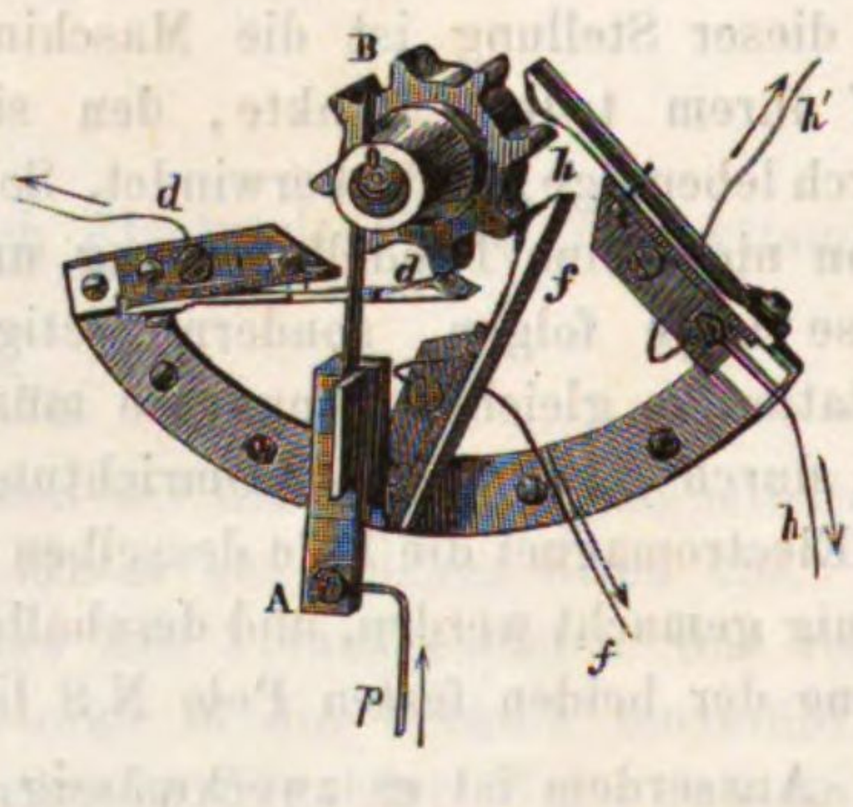


Fig. 410.



Der Apparat ist nun so eingerichtet, dass in dieser Lage der Batteriestrom durch die Electromagnete F F' zu fliessen beginnt, wodurch $\beta\,\beta'$ angezogen und die Rotation auf $^1/_{24}$ einer Umdrehung hin beschleunigt wird. Nachdem dieser Weg zurückgelegt ist, versiegt der Strom in F F' und beginnt in D D', wodurch γ und γ' angezogen werden u. s. f., so dass das Rad während einer Umdrehung 24 Antriebe in gleichem Sinne erhält.

Es ist noch übrig, zu erklären, wie der Uebergang des Stromes aus einer Leitung in die andere rechtzeitig vermittelt wird. Zu diesem Zwecke ist auf die Axe o ein Rad (Fig. 410) aufgesetzt mit 8 Zähnen, welche den Eisenlamellen α, β, γ . . . . entsprechen. Auf diesen Zähnen schleift stets e i n e der drei Metallfedern d, f, h und leitet den Strom, der durch die schleifende Feder A B in die Axe eingetreten ist, in e i n e s der Electromagnetenpaare D D', F F' oder H H'. Die schleifende Feder berührt den Zahn während $^1/_{24}$ der Umdrehungszeit, und während dieser Zeit

geht an jeder der beiden anderen Federn die Hälfte einer Lücke vorbei, weil eine Lücke doppelt so breit ist als ein Zahn. So finden während einer Umdrehung 24 Contacte statt, wobei sich die drei Federn stets in gleicher Reihenfolge ablösen.

Fig. 411.

Fig. 411 zeigt eine Gesammtansicht des Apparates, in welcher der Deutlichkeit halber die beiden oberen Electromagnete F'D' weggelassen sind.

III. Electrische Telegraphie.

§. 501.

Man darf die actuelle Energie des electrischen Stromes vergleichen mit der lebendigen Kraft einer kleinen Masse, die sich mit sehr grosser Geschwindigkeit bewegt.

Damit erkennen wir, dass die vortheilhafteste Verwendung der Electricität weniger in Umsetzung ihrer lebendigen Kraft in relativ langsame Bewegung grosser Massen zu suchen ist, sondern vielmehr in der raschen Fortpflanzung einer kleinen Kraft in grosse Entfernungen.

Es geschieht dieses bei der electrischen Telegraphie, deren Wesen darin besteht, dass Jemand, der am Orte A den electrischen Strom schliesst

oder öffnet, in dem entfernten Orte B, nach welchem die Leitung des Stromes führt, eine der Wirkungen hervorbringt oder unterbricht, welche wir im Vorausgehenden als Wirkung des Stromes kennen gelernt haben: die Ablenkung einer Magnetnadel, die Magnetisirung eines Kerns von weichem Eisen oder chemische Zersetzung.

Somit besteht jeder electrische Telegraph aus drei Theilen: dem Zeichengeber (Manipulateur) auf der Station A, der Leitung von A nach B und dem Zeichenempfänger (Recepteur) auf der Station B.

§. 502.

Die **Stromleitung** geht etwa vom positiven Pole der in A aufgestellten Batterie durch den Zeichengeber nach dem Zeichenempfänger der Station B. Statt dieselbe aber von hier nach A zum negativen Pole der

Fig. 412.

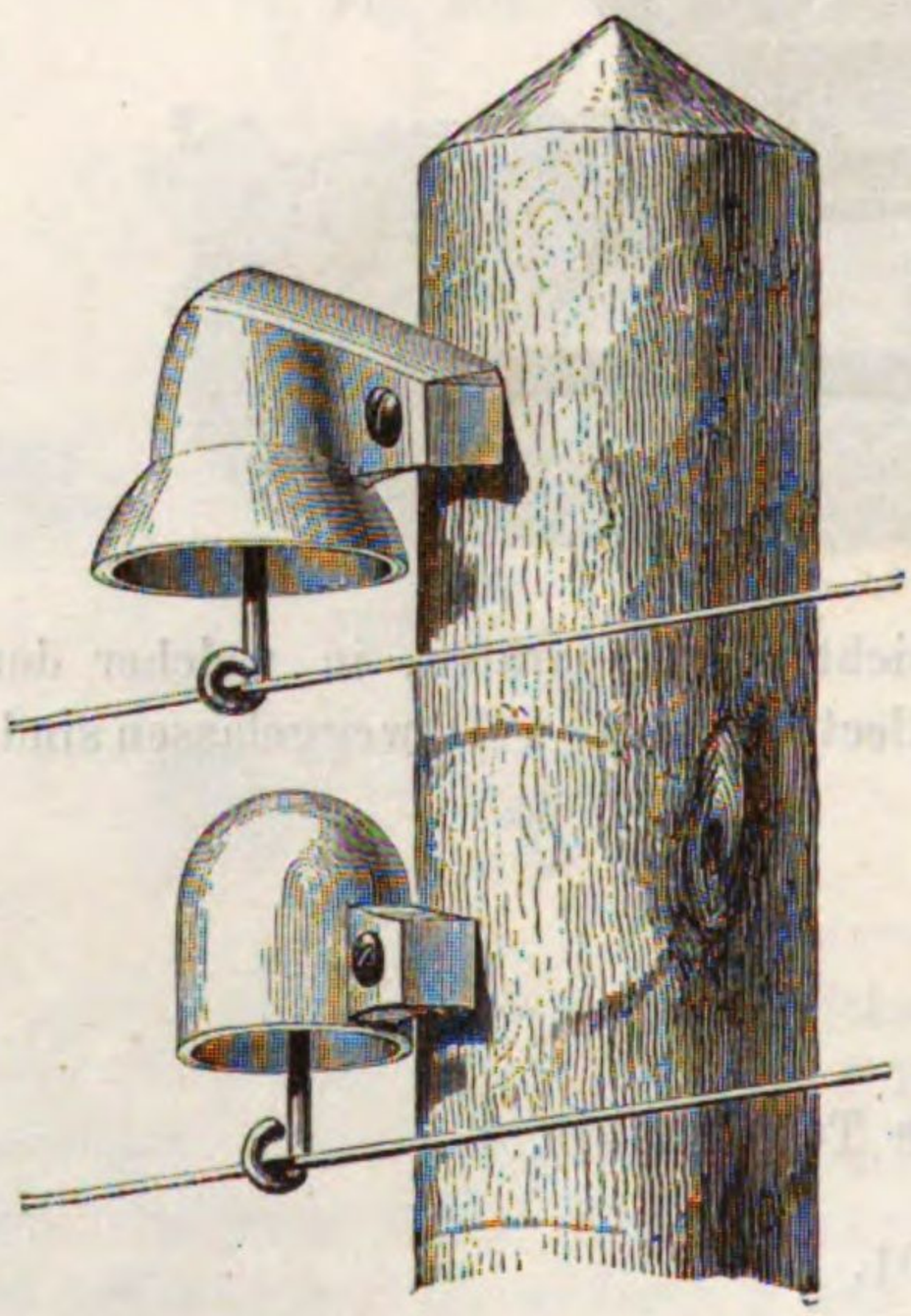
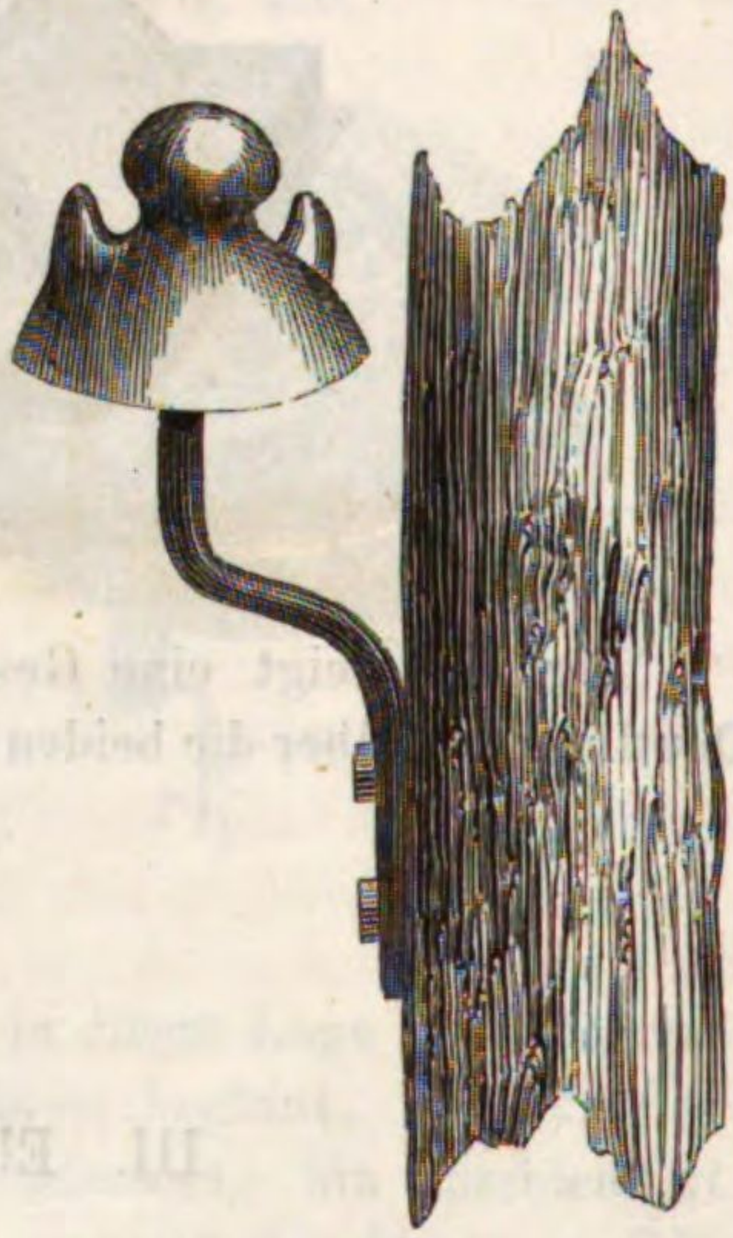


Fig. 413.



Batterie zurückzuführen, genügt es, den Draht mit einer im feuchten Boden der Station B versenkten Metallplatte zu verbinden und so die positive Electricität nach der Erde abzuleiten, während eine ebenso eingerichtete Ableitung in A vom negativen Pole nach dem Boden führt. Vermöge dieser wichtigen Erfindung Steinheils (1837) wird die stetige Thätigkeit der electrischen Kraft nicht direkt durch Ausgleich, sondern durch Ableitung der entwickelten Electricität ermöglicht und dadurch die Hälfte der Kosten für die Anlage einer Telegraphenleitung erspart.

Die Ausführung der Leitung ist davon abhängig, ob dieselbe durch die Luft oder unterirdisch durch den Boden, oder durch das Meer (submarin) führen soll.

Da die Luft selbst ein Isolator ist, so hat man im ersten Falle nur dafür zu sorgen, dass die Stützpunkte des Drahtes, der gewöhnlich aus verzinktem Eisen besteht, von der Erde isolirt sind. Es geschieht dieses durch Hütchen von glasirtem Porzellan, welche an den Leitstangen festgeschraubt werden und den Leitungsdraht entweder in Oesen von Eisendraht (Fig. 412) oder zwischen einem Knopf und Vorsprüngen halten (Fig. 413).

Zuweilen sind an diesen Leitungen in grösseren Distanzen Metallrollen (Fig. 414) mit Sperrkegeln und metallischem Verbindungsstück angebracht, durch deren Drehung die an ihnen befestigten Leitungsdrähte strammer angezogen werden können.

Fig. 414.

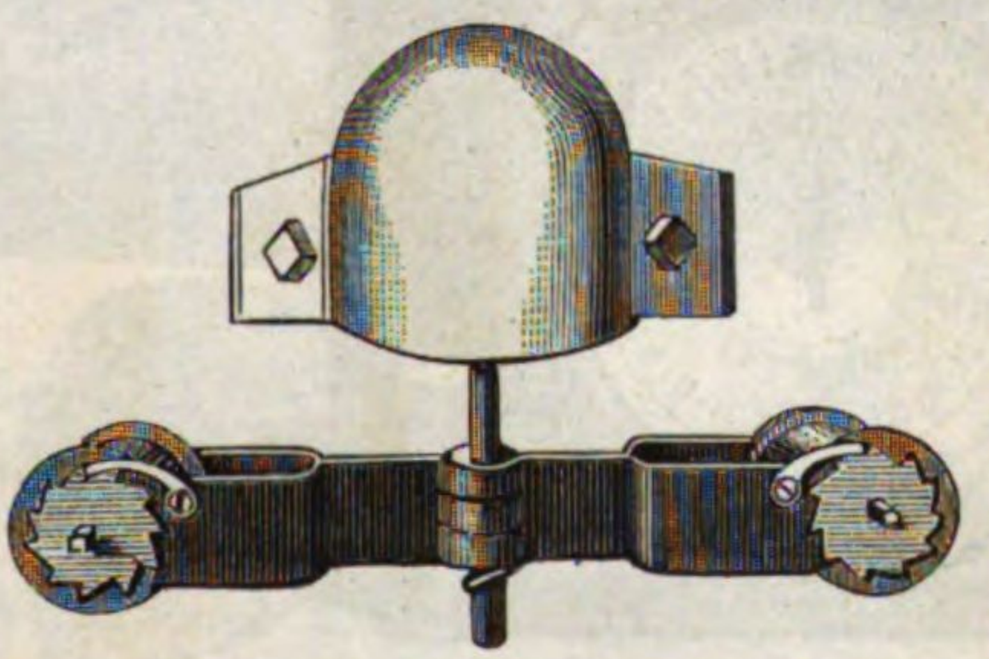
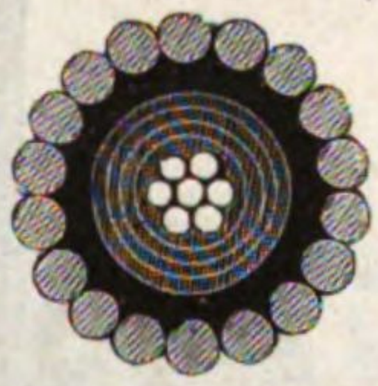


Fig. 415.



Unterirdische Leitungsdrähte werden durch eine Umhüllung von Guttapercha oder Harz von der Erde isolirt. Die submarinen Kabel (Fig. 415) bestehen aus einem Kern von mehreren (7) Kupferdrähten, welche den eigentlichen Leiter bilden und zunächst in einem Kautschukrohr stecken; dann folgt eine filzige Schichte von lederartiger Beschaffenheit, welche mit einem Kranze von Eisendrähten umgeben ist. Die äusserste Umhüllung bildet eine spiralförmig aufgewundene Lage von getheerter Hanfschnur. Auf solche Art sucht man diese Leitungen vom Wasser zu isoliren und ihnen hinreichende Widerstandsfähigkeit gegen dessen Bewegungen zu verleihen.

Es liegen mir Abschnitte von submarinen Kabeln vor, von welchen der grösste, der dem ersten transatlantischen Kabel als Küstenende angehört haben soll, 7 Kupferdrähte von je 1^{mm} Durchmesser enthält. Der sie umgebende Kautschuk hat 8^{mm} äusseren Durchmesser, durch einen ersten Kranz von zwölf je 4^{mm} dicken Eisendrähten wächst die Dicke des Kabels auf 22^{mm} an. Die folgende Filzschichte und ein zweiter Kranz von zwölf je 10^{mm} dicken Eisen-

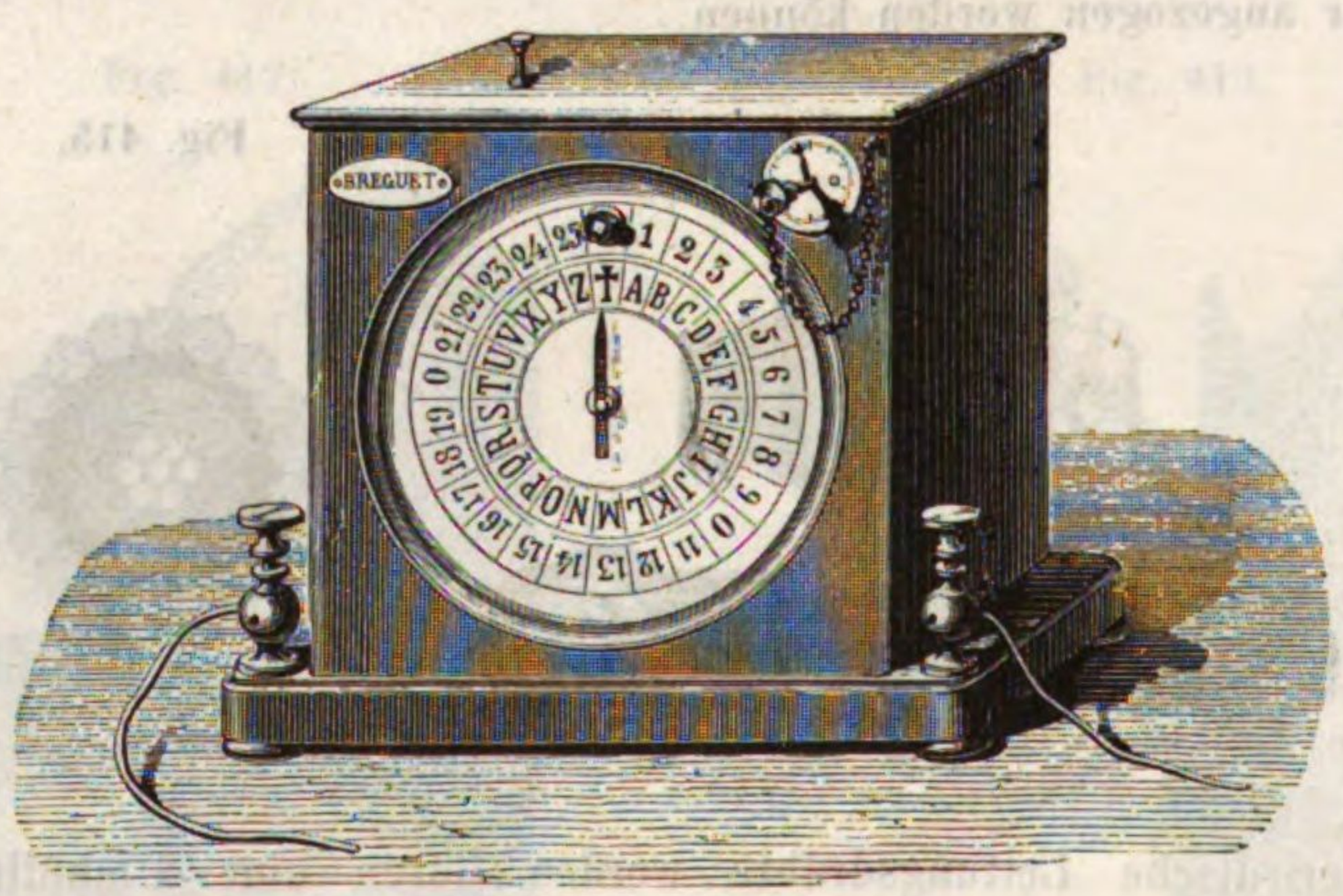
drähten mit der äussersten Hülle von getheerter Hanfschnur geben dann dem ganzen Querschnitt einen Durchmesser von mehr als 5^{zm}, während das Gewicht des laufenden Meters 9 Kilogramm beträgt.

Die übrigen Theile der telegraphischen Apparate sind sehr verschieden eingerichtet, je nachdem man von ihnen verlangt, dass die Depesche dem beobachtenden Auge des Empfängers vermittelt oder dass sie aufgezeichnet werden soll. Von der ersten Art ist der Zeigertelegraph.

§. 503.

Der Zeigertelegraph. — Von dem Recepteur des Zeigertelegraphen gibt Fig. 416 die vordere Ansicht, Fig. 417 die innere Einrichtung. Ein

Fig. 416.



Zifferblatt zeigt in zwei concentrischen Kreisringen je 26 Felder, von welchen die äusseren die Ziffern von 1—25, die inneren die Buchstaben des Alphabets enthalten. Zwei indifferente Felder, welche den Anfang des Zahlen- und Buchstabencyclus vom Ende scheiden, sind mit Kreuzen bezeichnet. Der Zeiger ist wie der Zeiger einer Uhr durch ein Räderwerk geführt, welches durch Federkraft oder ein fallendes Gewicht in Bewegung gesetzt wird. Die Rolle des Steigrades der Uhr, in dessen Bewegung das Pendel regulirend eingreift, spielt hier das gezahnte Doppelrad O (Fig. 417), welches Fig. 418 in grösserem Maassstabe zeigt.

Jedes der beiden auf eine Axe fest aufgesetzten Räder hat 13 Zähne und ist so gestellt, dass die Vertikalprojection des Systems als ein Rad mit 26 Zähnen erscheint. Zwischen beiden Rädern geht der Daumen *i* hin und her, indem er sich in seinen extremen Lagen hemmend vor die Zähne stellt und nur während seines Ueberganges dem Doppelrade Bewegung gestattet. Die Bewegung des Daumens *i* erfolgt vermöge der

Drehung der Axe ab, und diese wird in wechselndem Sinne dadurch hervorgebracht, dass in die Gabel d der Stift c eingreift, welcher die Drehung des Ankers A (Fig. 417) um die Axe vv' mitmacht. Vor diesem

Fig. 417.

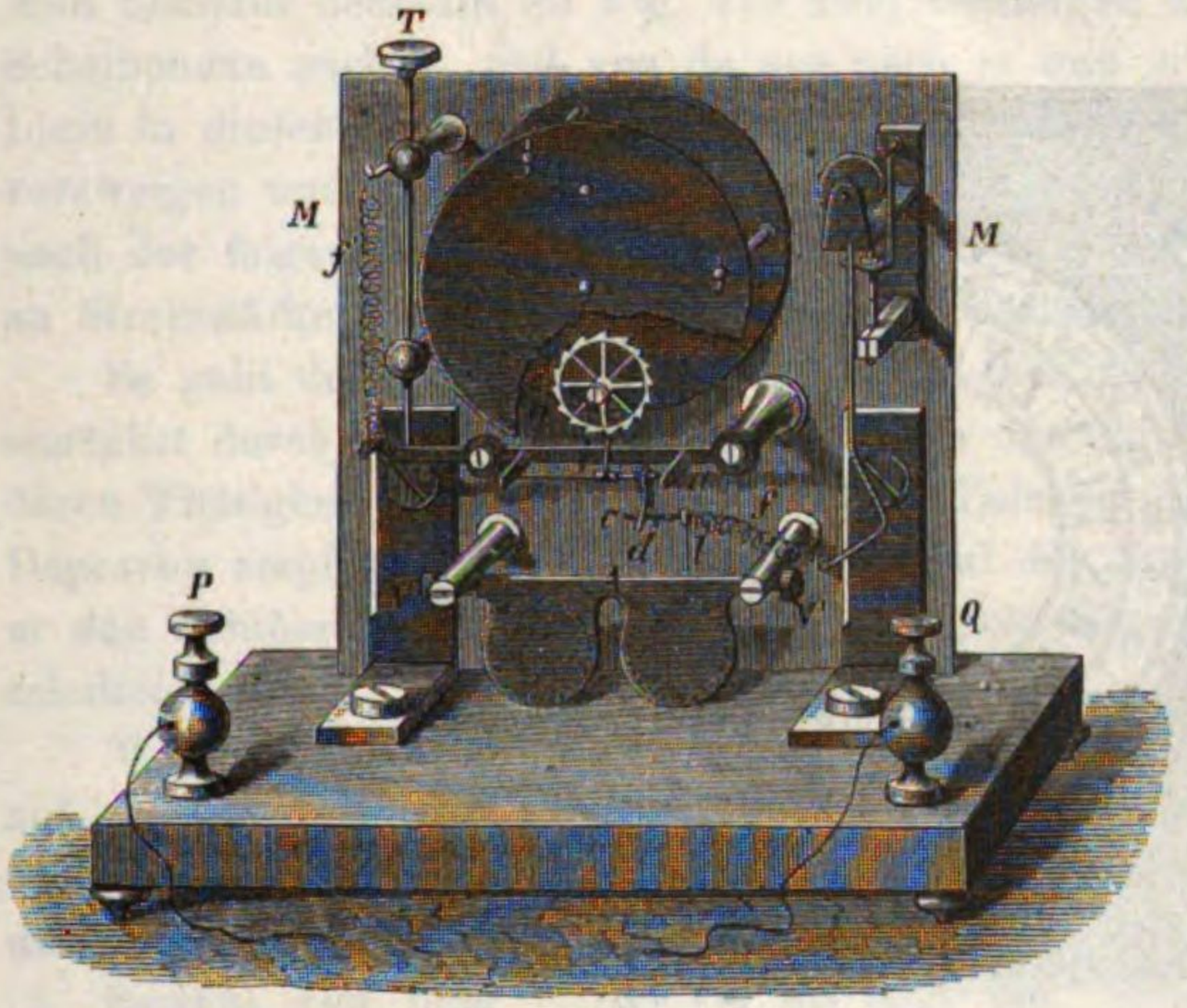
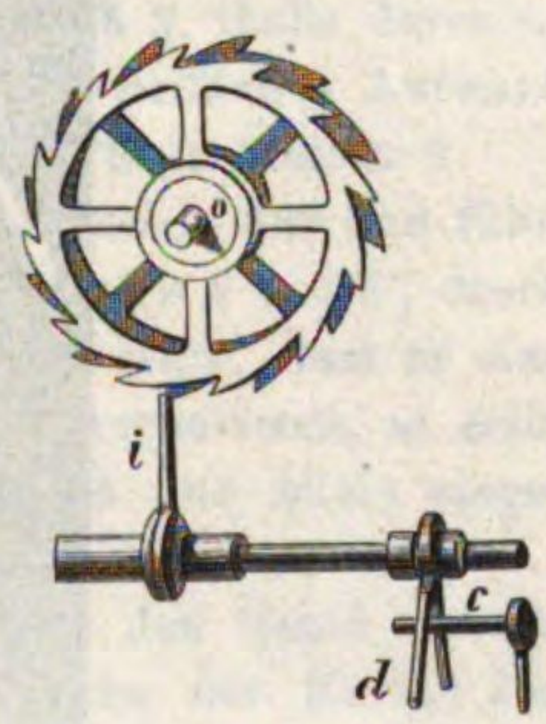


Fig. 418.



Anker liegt ein Electromagnet (in der Figur weggelassen), der, durch den Stromschluss auf der entfernten Station 1 magnetisch geworden, den Anker anzieht und dadurch den Daumen i vor einen Zahn des vorderen Rades legt. Wird dann der Strom in Station 1 unterbrochen, so zieht die Feder f den Stift c nach vorn und der Daumen i legt sich vor den folgenden Zahn des hinteren Rades. . . .

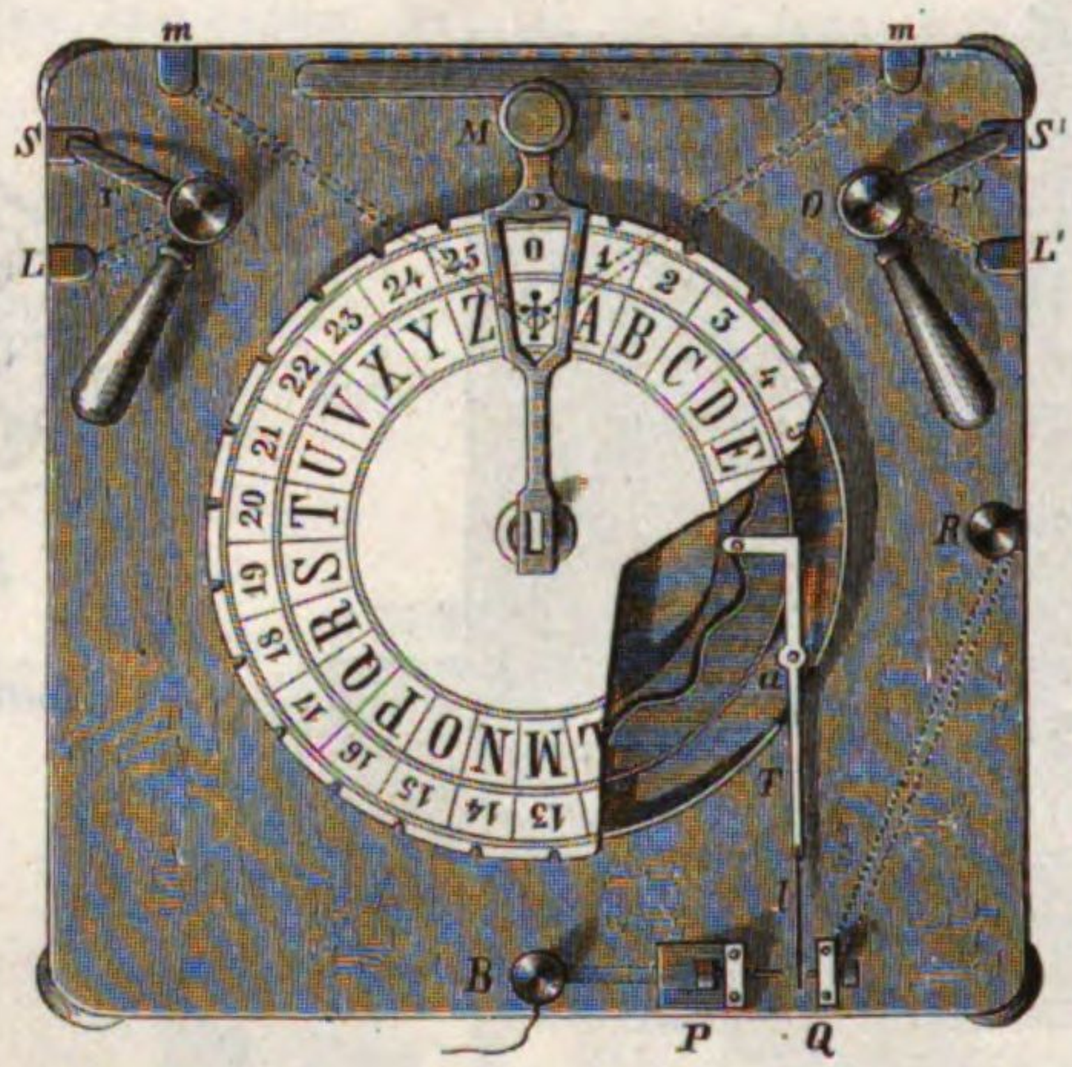
Da der Zeiger auf dem Zifferblatte jedesmal um ein Feld weiter rückt, wenn das Steigrad um einen Zahn geht, so ist klar, dass man mittelst dieser Vorrichtung, die sich auf Station 2 befindet, und eines einfachen Unterbrechers auf Station 1, z. B. durch 3 Schliessungen und Oeffnungen, den Zeiger auf den sechsten Buchstaben F führt, und indem man die einzelnen Buchstaben eines Wortes nach einander einstellt, und durch längeres Anhalten markirt, dieses Wort selbst von A nach B berichtet.

Es würde demnach als Zeichengeber in Station 1 eine mit 13 Zinken versehene vertikale Metallscheibe genügen, auf deren Rand die 25 Buchstaben und das Kreuz stehen und welche durch Eintauchen der Zinken in Quecksilber oder Anstossen derselben an eine Metallfeder den Batteriestrom schliesst.

Deutet beim Beginn des Telegraphirens der Zeiger des Recepteurs auf denselben Buchstaben, der in Station 1 an einer festen Marke steht, so wird auch für die Folge der Zeiger in Station 2 auf den Buchstaben deuten, welcher in Station 1 die Marke passirt.

In der That ist damit das Prinzip des Zeichengebers erläutert, den Fig. 419 darstellt. Die besondere Form der Ausführung verdankt er Rücksichten auf Sicherheit, Geschwindigkeit und Bequemlichkeit.

Fig. 419.



Der Unterbrecher besteht aus einer horizontal liegenden Metallscheibe, welche mittelst der Kurbel M gedreht wird. Da ihr Rand eine Wellenlinie von 13 Bergen und ebensoviel Thälern bildet, auf welcher das eine Ende des zweiarmigen Hebels T durch Federdruck schleift, so wird das andere Ende *l* des Hebels abwechselnd an die Spitzen P und Q angedrückt. Nur in der ersten Stellung geht der Batteriestrom der Station 1 durch B P T und die Scheibenaxe nach *m*, wo sich die Telegraphenlinie anschliesst, wird aber unterbrochen, sobald *l* die Spitze P verlässt.

So ist leicht verständlich, dass durch Drehen der Kurbel M über das feste zwischen Kurbel und Scheibe eingelegte Zifferblatt hinweg der Zeiger des Recepteurs in Station 2 über ebensoviele Felder bewegt wird. Um das Anhalten der Kurbel an bestimmten Buchstaben zu sichern, ist dieselbe unten mit einem federnden Stifte versehen, welcher in Ausschnitte am Rande der festen Scheibe einschnappt und so an jedem Buchstaben eine besondere Steigerung der drehenden Kraft veranlasst.

Wir haben bisher angenommen, die Depeschen werden auf Station 1 abgegeben. Soll diese Station eine Depesche empfangen, dann bleibt die Kurbel M in der indifferenten Lage, welche sie in der Figur einnimmt, *l* liegt an Q an und hiemit ist die Leitung *m* + Q R nach dem Recepteur R unserer Station 1 hergestellt.

§. 504.

Hilfsapparate. — Bildet die einzelne Station weder den Anfang noch den Schluss der gesammten Telegraphenleitung, so muss sie Depeschen von zwei Seiten her empfangen und nach zwei Richtungen hin abgeben können. Man bemerkt desshalb an Fig. 419 zwei Leitungen angedeutet, welche von der Scheibenaxe nach + und von da aus nach *m* und *m'* führen. Schlösse sich die Linie in diesen Punkten an, so würde der Strom, der in *m* eintritt, sich in + verzweigen und theils nach dem Recepteur R unserer Station 2, theils durch *m'* nach der folgenden Station 3 fliessen, und es wäre ohne zweifachen Aufwand an Stromstärke der Effekt in Station 2 zweifelhaft, ebenso wie in Station 3.

Es geht desshalb die Hauptleitung von den Punkten L und L' aus und führt zunächst durch die Schlüssel *r* und *r'* nach den Signalapparaten S und S', durch deren Thätigkeit dem Telegraphisten das Zeichen gegeben wird, dass er eine Depesche empfangen soll. Hat er das Signal der Station 1 vernommen, so stellt er den Schlüssel *r* von S ab auf *m*, und sein Recepteur ist nun allein eingeschaltet.

Will er selbst nach Station 1 telegraphiren, so dreht er den Hebel *r* von S auf *m* und setzt zunächst durch einige ganze Umdrehungen der Kurbel den Signalapparat der Station 1 in Bewegung, bis ihm von dieser Station die Meldung der Bereitschaft wird.

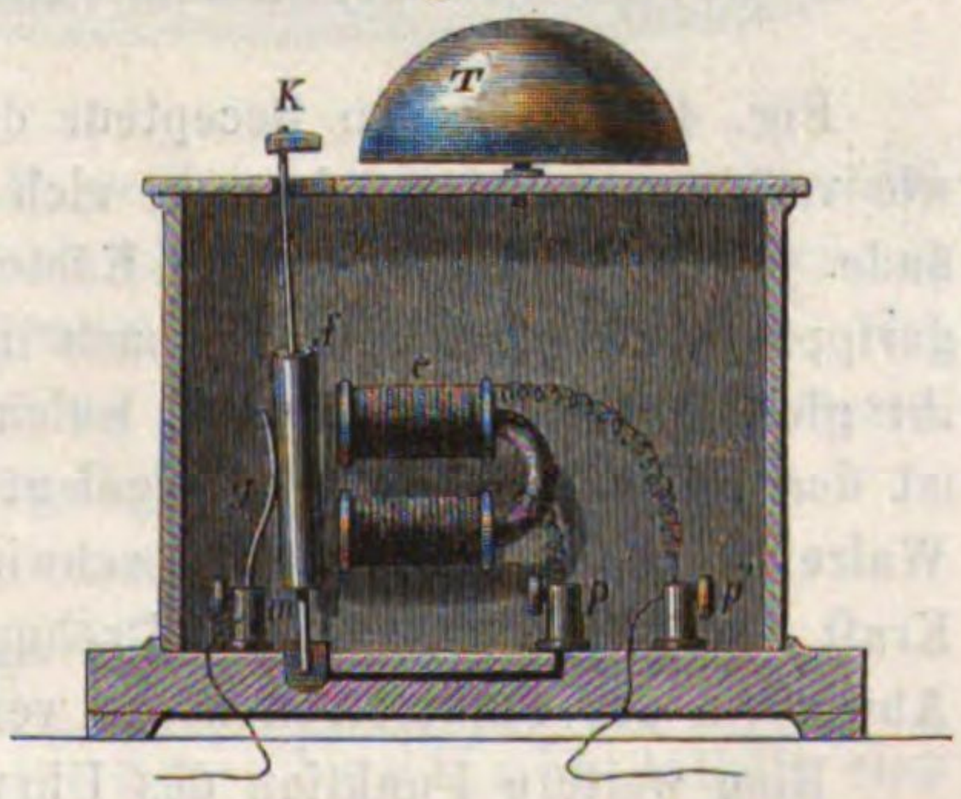
Sowohl von dem Recepteur als von den beiden Signalapparaten führen Leitungen nach dem Erdboden. Es bietet keine Schwierigkeit, den Recepteur der Station 2 ganz aus der Linie auszuschalten. Man legt dann die beiden Hebel bei *m* und *m'* an und unterbricht die Leitung T Q.

Bei Einschaltung aller Recepteure einer Linie in die Hauptleitung und Anwesenheit des Beamten im Locale des Recepteurs werden die Signalapparate entbehrlich. Ueber Relais siehe §. 507.

§. 505.

Ein **Signalapparat** in Form eines electrischen Läutwerks ist in Fig. 420 dargestellt. Der Strom tritt bei *m* in die Feder *g* ein und fliesst durch das Eisenstück *f* nach der Klemme *p*, von wo er um den Electromagnet *e* herumläuft und bei *p'* den Apparat verlässt. Das Eisenstück *f* ist im Stiele eines Hammers K angebracht, der, so oft *f* von *e* angezogen wird, an die Glocke T schlägt. Dabei verlässt zugleich *f* die Feder *g*, der Strom ist unterbrochen und der Hammer schnellt durch die Federkraft seines äussersten Stielendes zurück, worauf sich in Folge des eingetretenen Stromschlusses das Spiel wiederholt.

Fig. 420.



§. 505.

Schreibtelegraph von Morse. — Die Anwendung der eben beschriebenen Zeigertelegraphen ist zur Zeit eine beschränkte, sie sind im Allgemeinen durch den Schreibtelegraphen von Morse verdrängt, welcher mit grosser Einfachheit der Construction den Vortheil urkundlicher Aufzeichnung der Depesche verbindet. Seine Unvollkommenheit besteht in der Einführung einer neuen, aus nur zwei Zeichen — Punkten und Strichen — zusammengesetzten und desshalb langwierigen Schrift, welche neu erlernt werden muss und in der Hand des weniger Geübten leicht fehlerhaft wird.

Fig. 421.

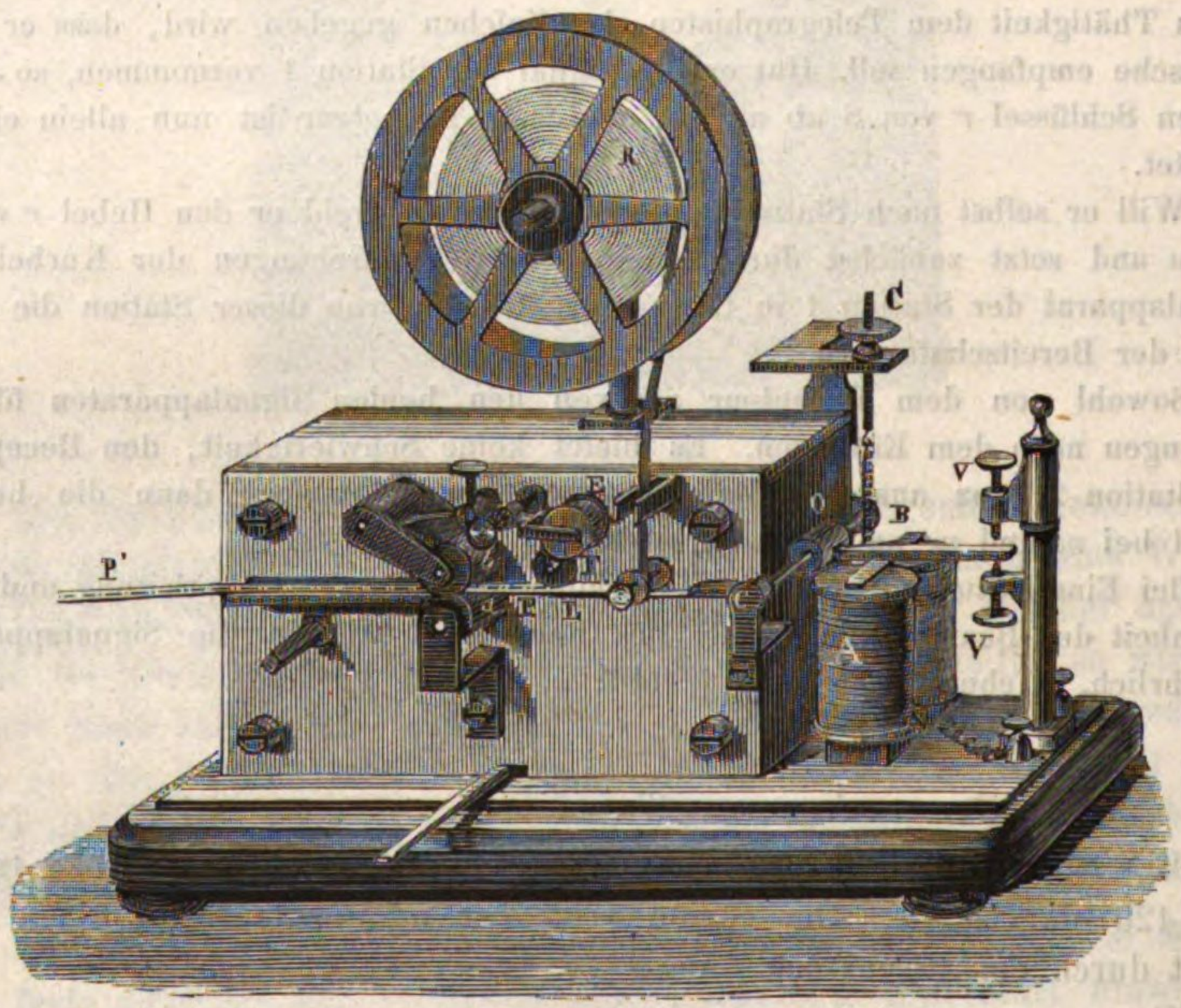


Fig. 421 stellt den Recepteur dieses Telegraphen dar, von dem wir wie vorhin annehmen, dass er sich auf der empfangenden Station 2 befinde. Ein (in dem gedeckten Kästchen befindliches) Uhrwerk dreht die gerippte Walze *a* von rechts nach links. Zwischen diese und eine zweite ihr gleiche drehbare Walze *b*, welche durch eine Feder angedrückt wird, ist der Papierstreifen P P′ eingelegt und wird durch die Drehung der Walze *a* mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortgeschoben. Die treibende Kraft reicht hin, zugleich die Drehung der Rolle R und damit ein stetiges Abwickeln des Papierstreifens zu veranlassen.

Eine weitere Funktion des Uhrwerks besteht in Drehung der Walze E, auf welche ein mit Farbe getränkter Tuchstreifen aufgewickelt ist.

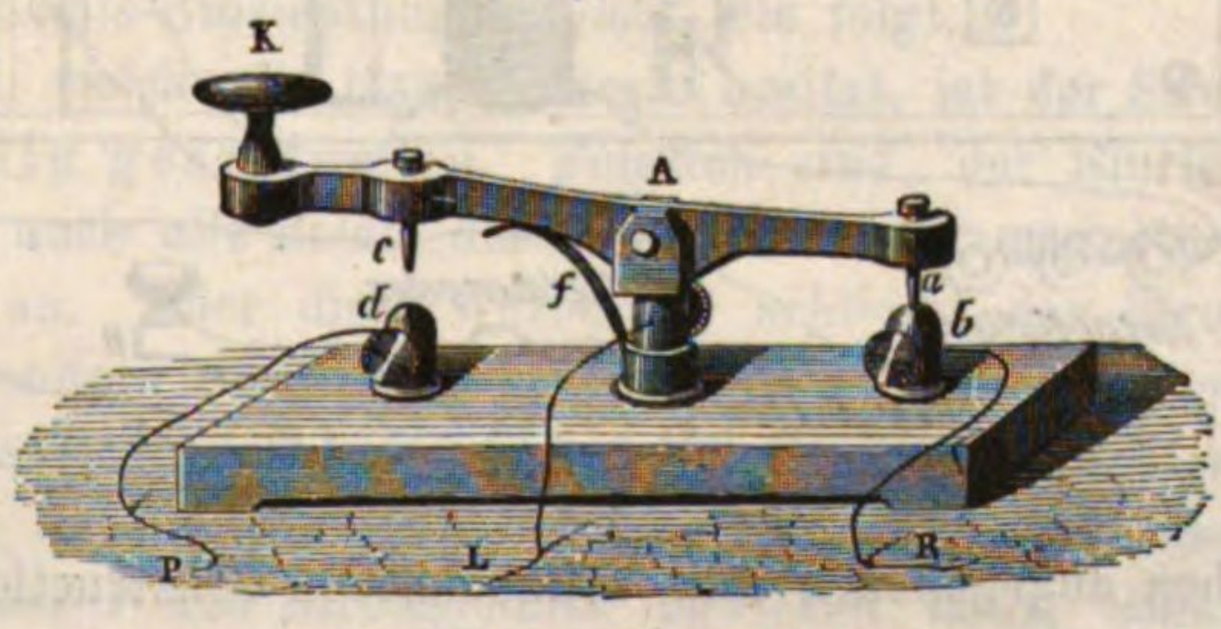
Diese Walze nimmt das Rädchen F durch Reibung mit. Der Papierstreifen zieht sich in geringer Entfernung von der Peripherie des Rädchens F hin und wird nur dadurch mit demselben in Berührung gebracht, dass durch Anziehen des Ankers B, der über dem Electromagnet A durch die Feder C gehalten ist, der Hebelarm L um C′ gedreht, also emporgeschnellt wird. Ein kurzer Stromschluss wird einen Punkt oder doch sehr kurzen Strich erzeugen, während durch einen längeren Stromschluss ein längerer Strich entsteht. Aus solchen Punkten und Strichen ist aber das Morse'sche Alphabet so zusammengesetzt, wie die folgende Tabelle zeigt.

·—	—···	—·—·	—··	·	··—·	——·	····	··	·———	—·—	·—··
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
——	—·	———	·——·	——·—	·—·	···	—	··—	···—	·——	
M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	
—··—	—·——	——··									
X	Y	Z									

Man sieht, dass diejenigen Buchstaben (*e*, *t*, *i*, *n*, *a*, *m*), welche am häufigsten vorkommen, die einfachsten Zeichen haben. Die einzelnen Buchstaben eines Wortes werden durch kleinere, die Wörter selbst durch grössere Zwischenräume getrennt.

Auch der Zeichengeber (Fig. 422), der, auf der Station 1 aufgestellt, nur die Aufgabe hat, kürzer oder länger dauernde Stromschlüsse hervorzubringen, ist hier von ausnehmender Einfachheit. Er ähnelt einer Thürklinke. Ein metallener Hebel ist um die Axe A drehbar, in welche die Hauptleitung L einmündet, und wird durch die Feder *f* in der abgebildeten Stellung erhalten, wobei der Stift *a* an der Klemme *b* anliegt und den Strom der entfernten Station (2) nach dem Recepteur (in 1) leitet. Soll von Station 1 nach Station 2 telegraphirt werden, so drückt der Telegraphist auf K, wodurch *a* von *b* getrennt, hingegen *c* mit *d* in Verbindung gebracht und der Strom der Batterie B nach dem Electromagnet der empfangenden Station 2 geleitet wird. Hat von beiden Stationen jede einen Recepteur, einen Taster und eine Batterie, so wird die Möglichkeit und Art ihres Verkehrs wohl verständlich.

Fig. 422.



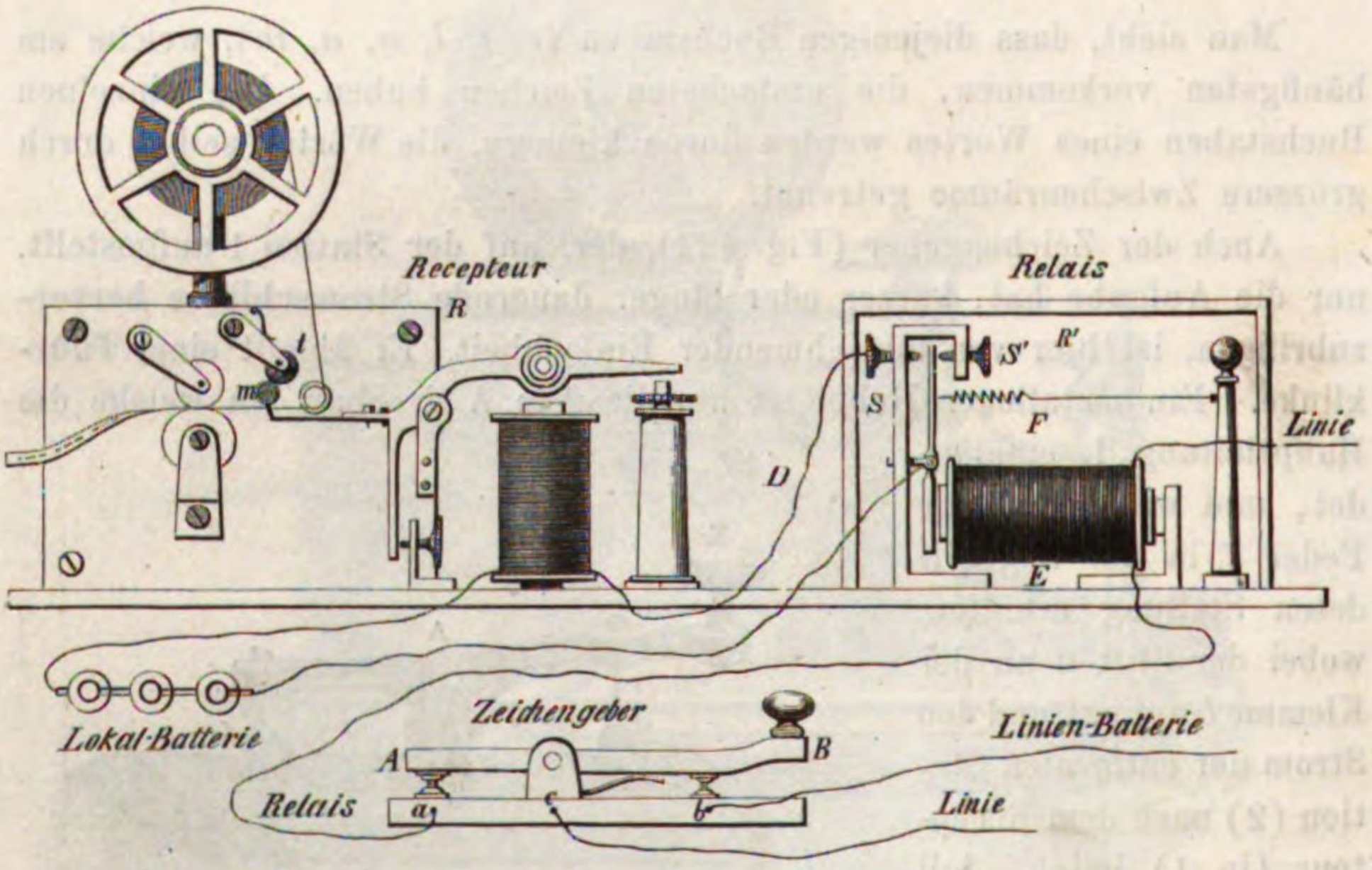
§. 507.

Relais. — Eine grössere Telegraphenlinie enthält eine Reihe von Stationen, deren jede mit jeder soll in Verkehr treten können.

Es lässt sich dieses dadurch erreichen, dass man die Electromagnete aller Stationen in die Hauptleitung einschaltet. Dann befördert die Batterie der aufgebenden Station die Depesche nicht nur an ihre Adresse, sondern auch an sämmtliche übrigen Stationen der Linie, und die Aufmerksamkeit des Adressaten wird dadurch erregt, dass zunächst der Name seiner Station angerufen wird. Er erkennt ihn aus dem Takte seines Recepteurs, setzt durch Aufziehen der Hemmung das Uhrwerk desselben in Gang und gibt mit dem Taster das Zeichen der Bereitschaft.

Bei dieser Anordnung kommt die Batterie einer Station nur dann in Wirksamkeit, wenn auf dieser Station eine Depesche aufgegeben wird und muss stark genug sein, sämmtliche Recepteure der Linie in Gang zu setzen. Da die magnetische Kraft in einem Recepteur selbst bei der

Fig. 423.



oben angegebenen sehr vollkommenen Construction des Farbschreibers, der Präcision und Sicherheit der Wirkung wegen nicht unter ein gewisses Maass herabsinken darf, so ist der erforderliche Aufwand an Stromstärke beträchtlich.

Es wird desshalb aus ökonomischen Rücksichten in der Regel mit dem Recepteur ein Relais verbunden. Man versteht darunter einen electromagnetischen Apparat, der statt des eigentlichen Recepteurs in die Linie eingeschaltet wird und lediglich den Zweck hat, den Stromkreis einer Lokalbatterie zu schliessen. In diese ist dann der Electromagnet des Recepteurs eingeschaltet.

Fig. 423 zeigt die Einschaltung des Relais auf Station 2. Die Hauptleitung geht von C über A *a* um den Magnet E und von da wieder in

die Linie fort. Bei jedem Stromschluss, den der aufgebende Telegraphist auf Station 1 macht, wird der vor E liegende Anker, welcher mit dem einen Pole der Lokalbatterie in Verbindung steht, angezogen. Er stösst dadurch gegen die Schraube S und schliesst die Lokalbatterie, die dann ihrerseits den Electromagnet des Recepteurs magnetisirt. Hört der Stromschluss in Station 1 auf, so unterbricht die Feder F den Stromschluss der Lokalbatterie.

Da man die Amplitude der Hebelbewegung im Relais beliebig vermindern kann, so genügt ein schwacher Strom in wenigen Windungen zur Bewegung des Relais, was der Hauptbatterie auf Station 1 zu gute kommt, und auch die Lokalbatterie der Station 2 kann schwach sein (2—3 Léclancher), da sie nur den einen Electromagnet derselben Station zu bedienen hat.

Obwohl demnach jede Station 2 Batterien nöthig hat, erstlich die Lokalbatterie für ihren Recepteur und zweitens eine Batterie für die Linie, welche (bei B*b*) eingeschaltet wird, sobald in der Station selbst eine Depesche aufgegeben wird, so sind dennoch die Unterhaltungskosten bedeutend vermindert, weil die Batterie der Linie nur die Relais, nicht die eigentlich wirksamen Apparate zu bedienen hat.

Man ist indessen noch um einen Schritt weiter gegangen und hat es ermöglicht, mit einer einzigen Batterie die Relais aller (n) Stationen einer grösseren Linie in Bewegung zu setzen, so dass an (n—1) Stationen nur Lokalbatterien aufgestellt sind. Dieser Vortheil wird durch eine Art von Umkehrung der älteren Relais-Einrichtung erreicht wie folgt.

Auf der Hauptstation, welche die Hauptbatterie besitzt, ist der Strom dieser Batterie beständig geschlossen. Folglich sind, der Einrichtung der Taster gemäss, auch alle Relais der Linie beständig magnetisch und ziehen ihre Anker an. Aber diese Anziehung schliesst den Strom der Lokalbatterie nicht, sondern unterbricht ihn, was auf das einfachste dadurch erreicht wird, dass man den Leitungsdraht D (Fig. 423) nicht an die Schraube S, sondern an die von ihr isolirte Schraube S' anschliesst und somit durch die Feder F den Stromschluss bewirken lässt, sobald der Hauptstrom an irgend einer Stelle unterbrochen ist. Dieses kann aber auf jeder Station geschehen, indem man auf den Taster B drückt und dadurch *a* von A entfernt. Die bei *b* eingeschaltete Linie und Batterie fällt dann weg. Die Hauptbatterie kann übrigens auch auf verschiedene Stationen vertheilt sein.

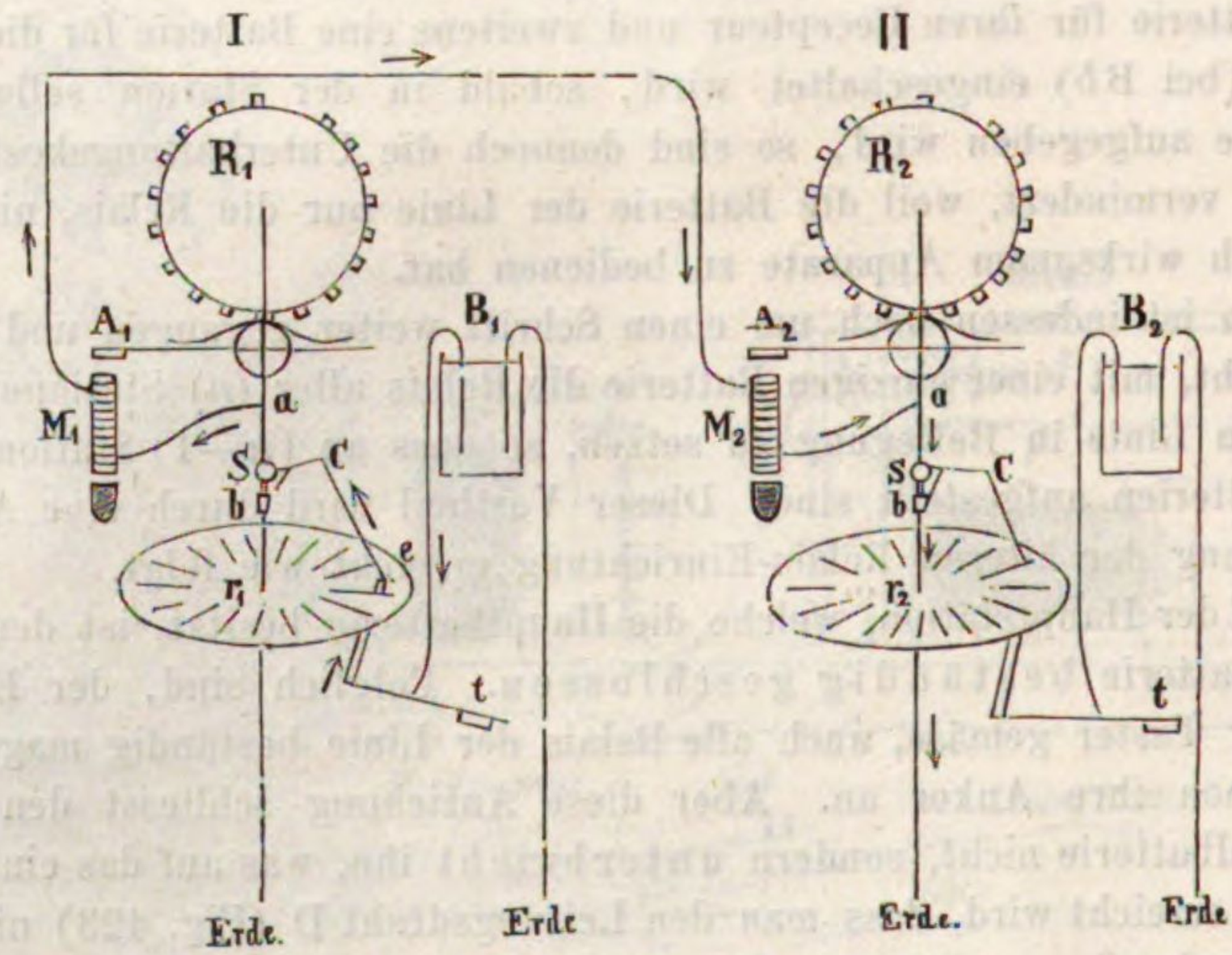
§. 508.

Typendrucker. — In neuester Zeit (1859) hat der Amerikaner Hughes einen Typendrucktelegraphen (Fig. 424) construirt, dessen Recepteur die Depesche in gewöhnlicher Schrift auf einen Papierstreifen druckt. Statt des Rädchens F am Farbschreiber läuft das Typenrad,

auf dessen Umfang sich Zahlen und die Buchstaben des grossen lateinischen Alphabets befinden und an welches der Papierstreifen in dem Momente angedrückt wird, in welchem der zu telegraphirende Buchstabe die unterste Stelle einnimmt.

Dieses wird auf folgende Weise erreicht. Genau ebenso rasch wie das Typenrad R_1 dreht sich vermöge einer Uebersetzung durch Winkelräder die metallische Axe *a b* und der auf ihr befestigte, nur in vertikaler Ebene ein wenig um das Scharnier *s* drehbare Metallhebel *c*, welcher auf der Empfangsstation (II) das nicht leitende Zwischenstück *s b* der Axe leitend überbrückt. Das Ende dieses Hebels *c* bewegt sich ganz nahe über die feste horizontale Scheibe *r* hinweg, welche ebensoviele Lücken hat, als das Typenrad Zeichen. Passirt der Hebel die Lücke K zu der

Fig. 424.



Zeit, wo der Buchstabe K des Typenrades unten ist, so geht der Hebel auch künftig jedesmal dann, wenn ein Zeichen des Typenrades unten ist, über die ihm entsprechende Lücke hinweg.

In jede Lücke der Scheibe *r* ragt von unten ein Metallstift hinein, welcher durch Aufdrücken auf die Taste *t* einer Claviatur gehoben wird, wenn man wünscht, dass das entsprechende Zeichen gedruckt werde. Indem dann der rotirende Hebel *c* durch den vorstehenden Stift *e* etwas gehoben wird, wird zugleich die Erdleitung ($a\,b\,r_1$ Erde) unterbrochen und derjenige Strom geschlossen, welcher von der Batterie B aus über *e c a* um den Electromagnet M_1 und von da in die Hauptleitung übergeht, um in Station 2 auf den Electromagnet M_2 dieser Station zu wirken. Diese Electromagnete sind durch Influenz permanenter Stahlmagnete magnetisch und werden

durch die Gegenwirkung des Stromes soweit geschwächt, dass sie den durch eine Feder aufwärts gedrückten Anker $A_1 A_2$ nicht mehr zu halten vermögen. Die Anker schnellen nach oben und drücken den Papierstreifen einen Augenblick gegen das Typenrad. Durch den Mechanismus des Uhrwerks werden darauf die Papierstreifen um eine Buchstabenbreite fortgeschoben, und es kann der Druck eines folgenden Zeichens stattfinden.

Wie man sieht, wird die Depesche auf beiden Stationen gedruckt, aber nur dann übereinstimmend, wenn die beiden Typenräder (welche c. 2 Umdrehungen in der Secunde machen) im Gange vollkommen übereinstimmen.

Dieser Telegraph, der die dreifache Geschwindigkeit des Morse'schen ermöglicht, ist an den sogenannten internationalen Stationen eingeführt, wird aber voraussichtlich durch den neuesten Typendrucktelegraphen von W. Siemens verdrängt werden, der mit noch grösserer Geschwindigkeit arbeitet und von der Forderung synchronistischer Mechanismen frei ist.*)

§. 509.

Bei dem **transatlantischen Telegraphen** hat man einen Recepteur von ausserordentlicher Empfindlichkeit nöthig. Man wendet zu diesem Zweck nach der Angabe von Thomson eine Einrichtung an, wie sie Gauss und W. Weber schon um 1833 zu telegraphischen Mittheilungen zwischen dem physikalischen Cabinet und der Sternwarte zu Göttingen benützt haben. Der gedämpfte astatische Magnet eines Multiplikators ist mit einem kleinen Hohlspiegel versehen, welcher das Bild einer Lichtspalte auf einen weissen Schirm projicirt. Der Empfänger beobachtet die Bewegungen des Bildes, welche durch östliche oder westliche Ablenkungen des Magnets hervorgebracht werden.

Der Zeichengeber besteht in einem Commutator. Das Alphabet ist wie das der Morseschrift aus zwei Zeichen, der östlichen und westlichen Ablenkung, zusammengesetzt.

Die von einem Pole der Batterie in die submarine Leitung einströmende Electricität wirkt influenzirend auf das Wasser und wird durch die Anziehung der Influenzelectricität erster Art am Abströmen nach dem Recepteur gehindert. Dadurch wird die Ankunft der Zeichen verzögert. Dieser Missstand wird nach Thomson dadurch beseitigt, dass die Electricität der Batterie nicht direct nach Station 2, sondern nach einer auf Station 1 befindlichen Collectorplatte geleitet wird, welcher eine Condensatorplatte gegenüber steht. An letztere Platte schliesst sich das Kabel an. Somit wird der Recepteur durch Influenzelectricität zweiter Art bewegt.

§. 510.

Bei den chemischen **Pantelegraphen** von Caselli und Meyer, die nicht nur Buchstaben, sondern auch andere Zeichnungen telegraphiren,

*) Siehe Zetsche in Schlömilchs Zeitschrift für Mathematik und Physik.

bewegen sich an den beiden Stationen zwei gleiche Walzen mit gleicher Geschwindigkeit. Die Walze der aufgebenden Station 1 ist von Metall, auf welches die Zeichnung mittelst einer nicht leitenden Substanz aufgetragen ist. Ein schleifender Metallstift, der sich wie der Support einer Drehbank stetig parallel verschiebt, schliesst den Strom, so lange er auf Metall gleitet, hingegen ist der Strom unterbrochen, wenn der Stift über einen Strich der Zeichnung hinweggeht.

Die Walze auf Station 2, welche die Zeichnung empfangen soll, ist mit präparirtem Papier überzogen, welches den Strom leitet. Durch Unterbrechung des Stromes in Station 1 wird durch das Relais und den auf das Papier drückenden Stift der Strom der Lokalbatterie der Station 2 geschlossen und es findet (bei Caselli) an dem gerade berührten Punkte eine chemische Action auf das Papier statt.

Statt dessen kann man dem rotirenden Cylinder der Empfangsstation zugleich auch die fortschreitende Bewegung in der Richtung seiner Axe geben und ganz wie bei dem Morse'schen Apparate einen Hebel, der durch den Electromagnet der Empfangsstation regiert wird, auf den ihm gerade zur Zeit gegenüberliegenden Punkt des rotirenden Cylinders eine farbige Marke drücken lassen.

Sechster Abschnitt.

Vom Schalle.

Erstes Kapitel.

Entstehung des Schalls.

I. Die Luftwelle.

§. 511.

Unter dem Worte »Schall« begreifen wir die Wahrnehmungen unseres Gehörorganes. Dieses Organ ist nach aussen durch eine zarte elastische Membrane, das Trommelfell, abgeschlossen, dessen Schwingungen durch Vermittelung einer Reihe von eigenthümlich gestellten Knorpelchen, von Membranen, Flüssigkeiten und Faserschichten, welche eine ununterbrochene Verbindung herstellen, zu den Gehörnerven fortgepflanzt werden. Wir erkennen daraus, dass Bewegungen, welche Schall erzeugen sollen, das Trommelfell in Schwingungen versetzen müssen.*) Das Trommelfell bildet den Abschluss des äusseren Gehörganges gegen die Paukenhöhle, welche ebenso wie das äussere Ohr mit Luft gefüllt ist. Die Paukenhöhle steht nämlich durch die Eustachische Röhre, welche sich beim Schlingen öffnet, mit der Mundhöhle in Verbindung, und dadurch ist der Luft, die sich in der Paukenhöhle befindet, Gelegenheit gegeben, sich mit der äusseren in Verbindung zu setzen.

Wird dieses Gleichgewicht dadurch gestört, dass z. B. die Luft im äusseren Gehörgange plötzlich verdünnt wird, so wird das Trommelfell

*) Die Möglichkeit einer Ausnahme wird unten klar werden, wo auf die Einrichtung des Ohres näher eingegangen werden wird.

von innen nach aussen getrieben, und da seine elastischen Kräfte die eingeleitete Bewegung allmählig zum Stillstande bringen und dann die Membrane nach der entgegengesetzten Seite über ihre Gleichgewichtslage hinaus führen müssen, so erkennt man, dass schon eine einzige Luftverdünnung im äusseren Gehörgange die Ursache einer Reihe von Schwingungen des Trommelfelles wird, welche mit abnehmender Grösse der Amplitude verlaufen. Erfolgen rasch genug neue Verdünnungen, mit Verdichtungen abwechselnd, so wird das Trommelfell in stetige Vibriation versetzt werden.

Demnach haben wir die äusseren Ursachen des Schalles zunächst in solchen Bewegungen zu suchen, welche Verdichtungen oder Verdünnungen der Luft des äusseren Gehörganges hervorbringen.

Da es unmöglich ist, einen festen oder flüssigen Körper in einem mit Luft erfüllten Raume vorwärts zu bewegen, ohne dass vor demselben die Luft aufgehäuft, hinter demselben ein Raum leer wird, welchen die Luft der Umgebung nur allmählig wieder ausfüllt, da ferner jede verdünnte oder verdichtete Stelle der Luft vermöge der Spannungsdifferenz an ihrer Grenze Veranlassung zu Bewegungen, also Verdünnungen und Verdichtungen der umliegenden Luftschichte wird, die sich rasch bis zu einem in der Nähe befindlichen Ohre fortpflanzen, so sieht man leicht, dass auch ohne unser Zuthun Ursachen zu Gehörwahrnehmungen in grosser Zahl auftreten.

Diese Wahrnehmungen sind in der That ausserordentlich mannichfaltig, wie schon der grosse Reichthum an Wörtern beweist, welche unsere Sprache zur Bezeichnung verschiedener Arten von Schall besitzt.

Eine wissenschaftliche Behandlung ist indessen nur den musikalischen Klängen zu Theil geworden, welche als Mittel, Seelenstimmungen in wohlgefälliger Weise auszudrücken und zu erregen in der That das Interesse der Menschen vorzugsweise in Anspruch nehmen.

§. 512.

Man besitzt viele Mittel, Klänge so hervorzubringen, dass zugleich die periodische Bewegung, durch welche sie entstehen, deutlich wird. Versetzt man eine Metallscheibe (Fig. 425), welche am Rande mit gleichmässig vertheilten Löchern versehen ist, in rasche Rotation, während man an einer Stelle p einen Luftstrom gegen die durchlöcherte Zone bläst, so entsteht, so oft eine Oeffnung die Stelle p passirt, hinter der Scheibe eine Luftverdichtung, welche sich bis zur Ankunft der nächsten Oeffnung eine Strecke mit fortgepflanzt hat. Es entsteht demnach eine regelmässige Folge von dichteren und dünneren Luftschichten, welche bei ihrer weiteren Ausbreitung auch im äusseren Gehörgange eine regel-

mässige Aufeinanderfolge von Verdichtungen und Verdünnungen der Luft und demnach Tonempfindung erzeugen.

Ferner hören wir einen Klang, wenn wir ein elastisches Blatt (Fig. 426) dadurch in Schwingung versetzen, dass wir es gegen die Zähne eines rasch rotirenden Rades halten. Durch die hin- und hergehende Bewegung des Blattes wird die Luft zu beiden Seiten in gleichen Zwischenräumen abwechselnd verdichtet und verdünnt.

Fig. 425.

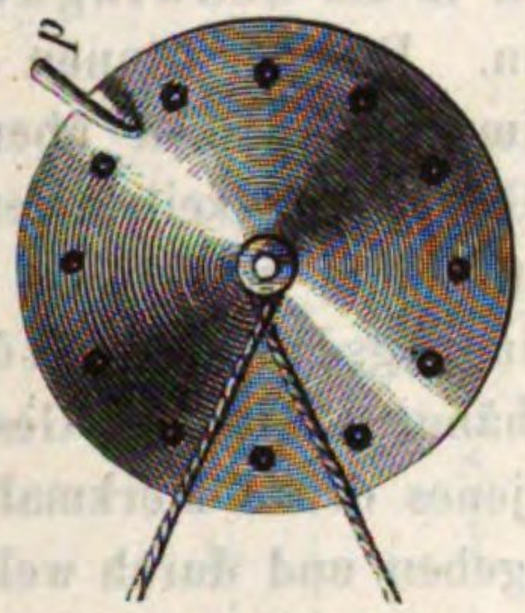
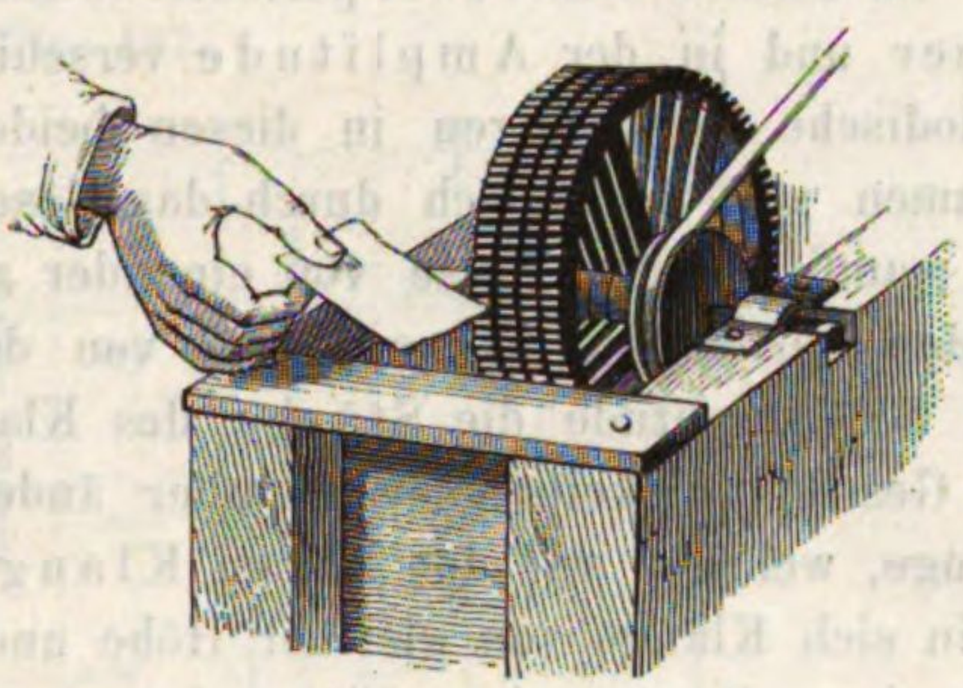


Fig. 426.



Bedienen wir uns eines Instrumentes der Musiker, indem wir mit einem Fiedelbogen den Rand einer Glocke von Metall oder Glas streichen, so hören wir einen Ton und sehen zugleich an den hüpfenden Bewegungen eines Klöpels, der in der Glocke liegt, dass dieselbe während des Tönens lebhaft vibrirt.

Verhindert man, dass die Schwingungen, welche den Ton erzeugen, sich der Luftschichte, welche sich zwischen dem tönenden Körper und unserem Ohre befindet, mittheilen, so wird kein Ton gehört. Man hängt, um dieses zu zeigen, ein Schlagwerk unter dem Recipienten einer Luftpumpe an Fäden auf und überzeugt sich, dass mit abnehmender Dichtigkeit der Luft auch der Ton sich abschwächt und schliesslich nicht mehr gehört wird, obwohl man sieht, dass die Schläge des Hammers wie vorher die Glocke treffen.

§. 513.

Die Klänge sind im Allgemeinen aus mehreren Tönen zusammengesetzt, welche in Höhe und Stärke von einander verschieden sind.

Wenn wir zunächst als wesentliche Bedingung für die Entstehung eines Klanges nichts weiter als periodische Bewegung des klingenden Körpers (und der von ihm im Gehörgange in Bewegung gesetzten Luft) verlangen, so bleibt noch ein grosser Spielraum für Unterschiede zwischen den Klängen. Eine periodische Bewegung eines Punktes mag dadurch charakterisirt sein, dass nach Verlauf der Zeiten t, $2t$, $3t$ .... der Punkt am gleichen Orte die gleiche (Richtung und Grösse der) Geschwindigkeit

besitzt. Wir wollen der Kürze des Ausdruckes wegen die Bewegung des Punktes während der Zeit t eine Schwingung, t die Schwingungsdauer und die Strecke, welche die am weitesten von einander entfernten Punkte der Bahn des schwingenden Theilchens mit einander verbindet, die Amplitude seiner Schwingung nennen.

Es ist bemerkenswerth, dass hier unter der Schwingungsdauer das Doppelte desjenigen verstanden ist, was in §. 11 als Schwingungsdauer des Pendels bezeichnet wurde.

Es können somit zwei periodische Bewegungen in der Schwingungsdauer und in der Amplitude verschieden sein. Endlich können zwei periodische Bewegungen in diesen beiden Bestimmungsstücken übereinstimmen und doch noch durch das Gesetz der Geschwindigkeitsänderung auf mannichfaltige Weise von einander abweichen. Wir werden im Folgenden nachweisen können, dass von der Schwingungsdauer die Höhe, von der Amplitude die Stärke des Klanges abhängt. Mit dem Gesetze der Geschwindigkeitsänderung aber ändert sich jenes dritte Merkmal der Klänge, welchem wir den Namen Klangfarbe geben und durch welches allein sich Klänge von gleicher Höhe und Stärke unterscheiden, je nachdem sie z. B. von einer Flöte oder einer Violine hervorgebracht werden.

§. 514.

Fortpflanzung einer Luftwelle. — Bewegt sich in einer ruhenden Luftsäule von anfangs durchaus gleicher Dichtigkeit die feste Grenzfläche A (Fig. 427) nach irgend einem Gesetze von der Ruhe aus in der Zeit t_1 bis a, wo sie zur Ruhe kommt, so findet nothwendig eine Verdichtung der ersten Schichte A B statt und zwar: Nach welchem Gesetze die Bewegung der Grenzfläche vor sich gehen mag, es wächst die Dichtigkeit der Schichte so lange, bis die Lufttheilchen in B ihre Bewegung nach rechts beginnen. Wir nehmen an, die Abgrenzung B sei so gewählt, dass die Bewegung der Theilchen in B beginnt t_1 Secunden nachdem die Grenze A ihre Bewegung begonnen hat, also gerade dann, wenn A in a angekommen ist.

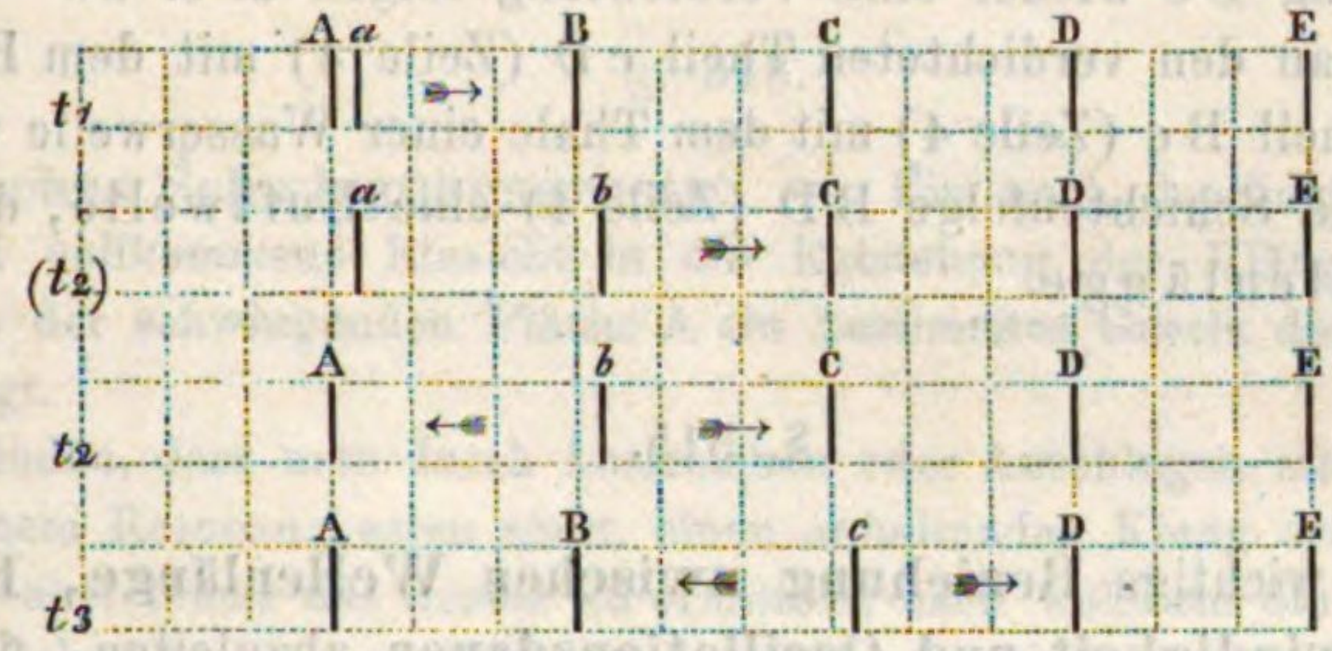
Zu dieser Zeit haben alle Lufttheilchen zwischen a und B nach rechts gerichtete Geschwindigkeiten, und ihr gesammter Ueberschuss an Energie (lebendiger Kraft) ist der Arbeit gleich, welche aufzuwenden war, um die Compression der Schichte A B auszuführen.

Damit beginnt nun die Grenzfläche B ihre Bewegung nach rechts, und es erfolgt in dem folgenden Zeitabschnitt $t_2 = t_1$ eine Compression der zweiten Schichte B C = A B, indem zugleich die Lufttheilchen ihre Geschwindigkeit an die Theilchen dieser zweiten Schichte abgeben. Am Ende der Zeit $2t_1$ ist somit die durch die anfängliche Arbeit gestiftete

Energie in der zweiten Schichte B C aufgespeichert, und wäre während der Zeit t_2 die Grenzfläche in a stehen geblieben, so wäre die erste Schichte wieder im anfänglichen Zustande der Dichtigkeit, nur um das Stück A a verschoben, wie es die zweite Zeile der Figur darstellt.

Man sieht nun sofort, wie die Verdichtung in den folgenden Zeiten t_3, t_4 . . . in die dritte, vierte Schichte fortschreitet, während die vorausgehenden Schichten in ihren ursprünglichen Dichtigkeitszustand zurückkehren.

Fig. 427.



Denken wir uns hingegen, in der Zeit t_2 kehre die Grenzfläche von a nach A zurück, so folgen ihr zunächst die nächstliegenden Lufttheilchen mit links gerichteter Geschwindigkeit, es vergeht aber die ganze Zeit t_2 bis die eben in ihrer Bewegung nach rechts zur Ruhe kommende Grenze b etwas davon verspürt, so dass durch diese rückgängige Bewegung von a nach A die Verdichtung der Schichte B C nicht gestört werden kann. Es reiht sich demnach jetzt an diese verdichtete Schichte $b\,c$ links eine verdünnte A b an, wie die dritte Zeile es darstellt, und sämmtliche Lufttheilchen dieser verdünnten Schichte haben links gerichtete Geschwindigkeiten.

Mit dem Beginn der folgenden Zeit $t_3 = t_2 = t_1$ beginnt die Compression der dritten Schichte C D, indem die zwischen b und C befindlichen Theilchen ihre rechts gerichtete Geschwindigkeit an die Theilchen der dritten Schichte abgeben und die Grenze C sich bis c vorbewegt. Die Geschwindigkeitsabgabe hat man sich so zu denken, dass von b nach C hin fortschreitend ein Querschnitt nach dem andern zur Ruhe kommt, zuletzt C selbst in c. Zugleich mit der Zeit t_3 beginnt aber auch das eben zur Ruhe gekommene b seine Bewegung nach links, da während der Zeit t_2 die links gerichtete Geschwindigkeit der Grenzfläche A sich bis nach b hin fortgepflanzt hat, und kehrt nun in derselben Weise wie A in seine ursprüngliche Lage B zurück. Diese rückgängige Bewegung pflanzt sich während der Zeit t_3 auch auf die übrigen Quer-

schnitte zwischen *b* und C fort, so dass sie, nachdem sie ihre rechts gerichtete Geschwindigkeit abgegeben haben, sofort eine Bewegung nach links beginnen.

Die vierte Zeile der Figur zeigt den Zustand am Ende der Zeit t_3, während welcher die Grenzfläche A in Ruhe war, und es wird klar, dass sich nicht nur die Verdichtung, sondern auch die Verdünnung der Luft nun nach rechts regelmässig fortpflanzen wird, während die von ihr verlassenen Schichten in den neutralen Zustand zurückkehren.

Würde sich hingegen A in t_3 wieder vorbewegt haben, so würde auf die Verdünnung B *c* wieder eine Verdichtung folgen u. s. w.

Indem man den verdichteten Theil *c* D (Zeile 4) mit dem Berge, den verdünnten Theil B *c* (Zeile 4) mit dem Thale einer Wasserwelle vergleicht, nennt man die Schichtenfolge B D (Zeile 4) eine Luftwelle, die Strecke B D die Wellenlänge.

§. 515.

Um die wichtige **Beziehung zwischen Wellenlänge, Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Oscillationsdauer** abzuleiten, überblicken wir nochmals die Entstehung der Welle: Die Grenzfläche A hat in der Zeit $2t$ eine Schwingung gemacht, durch diese ist die Luftwelle erzeugt worden, indem sich die Geschwindigkeit, welche die schwingende Fläche A während der Schwingungsdauer $2t$ besass, während eben dieser Zeit auf die einzelnen Querschnitte der Luftsäule A C (Zeile 3) übertragen hat, so dass nach Vollendung der Schwingung der Zustand der Luftschichte A C in ihren einzelnen Theilen ein Momentbild aller der Geschwindigkeiten gibt, welche die schwingende Fläche A während der Zeit $2t$ nach und nach hatte.

Die Molekularschichten der Luft C, *b*, A sind in Ruhe, entsprechend den drei Ruhelagen von A; der verdichtete Theil (*b* C) hat rechts gerichtete, der verdünnte links gerichtete Geschwindigkeiten, entsprechend den Geschwindigkeiten, welche A während t_1 und t_2 besass.

Die Amplitude der Lufttheilchen sind der Amplitude A *a* der schwingenden Fläche A gleich, wie an der Molekularschichte B ersichtlich ist, welche in *b* die äusserste Grenze ihrer Bewegung nach rechts erreicht hat und in der nächsten Zeit nach B (Zeile 4) zurückkehrt. Somit entspricht auch die Schwingungsdauer der Lufttheilchen der Schwingungsdauer der erregenden Fläche.

Da wir die Strecke, auf welche hin sich die Bewegung innerhalb einer Oscillationsdauer ($2t = \delta$) fortpflanzt, eine Wellenlänge (*l*) und diejenige Strecke, über welche diese Bewegung in einer Secunde fortschreitet, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit (*c*) des Schalles (in Luft) nennen, so folgt, dass (bei anhaltender Wellenerregung in A) auf der Strecke *c*

so viele Wellenlängen (l) liegen als Oscillationen in einer Secunde gemacht werden, d. h. es ist

$$\frac{c}{l} = \frac{1}{\delta} \text{ oder } l = c\,\delta.$$

Diese wichtige Gleichung entspringt unmittelbar den Definitionen der Wellenlänge, der Oscillationsdauer und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Von den drei in ihr enthaltenen Grössen ist nur c der Luft allein eigenthümlich, δ hängt allein von der Geschwindigkeit der Bewegungen des Schallerregers ab, l muss sich beiden anpassen.

§. 516.

Einfaches Schwingungsgesetz. — Ein noch deutlicheres Bild einer Welle und vollkommene Einsicht in die Entstehung der Klänge erhält man, wenn man der schwingenden Fläche A ein bestimmtes Gesetz der Bewegung zu Grunde legt.

Wir finden, dass man durch Anstreichen oder Anschlagen einer Stimmgabel, die auf einem Resonanzkasten steht, einen anhaltenden Klang erregen kann.

Es ist aber leicht das Gesetz zu ermitteln, nach welchem die Schwingungen eines elastischen Stabes vor sich gehen, welcher durch irgend eine Kraft gebogen, dann der Wirkung seiner inneren Kräfte überlassen wird, wenn wir eine in §. 34 gegebene Gleichung zu Rathe ziehen.

Dieser Gleichung gemäss ist die Kraft P, mit welcher ein Punkt, der durch Biegung um die Strecke s aus seiner Gleichgewichtslage entfernt wurde, nach derselben zurückgezogen wird, von der Grösse $k\,\mathrm{M}\,s$, wobei M der Elasticitätsmodulus der Substanz ist und k nur von den Dimensionen des Stabes abhängt. Dividiren wir beiderseits durch die Masse μ des betrachteten materiellen Punktes, so folgt

$$\frac{\mathrm{P}}{\mu} = \frac{k}{\mu}\,\mathrm{M}\,s.$$

Aus diesem Ausdrucke für die Beschleunigung des Punktes μ lässt sich das Gesetz, nach welchem die Bewegung desselben erfolgt, ableiten.

Aus den Betrachtungen des §. 6 folgt nämlich, dass die Beschleunigung (als Geschwindigkeitszuwachs in der Secunde) allgemein durch den nach der Zeit genommenen Differenzialquotienten der Geschwindigkeit dargestellt ist, welche ihrerseits (als virtueller Wegzuwachs in der Secunde) den ersten Differenzialquotienten des Weges nach der Zeit zum Ausdruck hat. Somit ist

$$\frac{\mathrm{P}}{\mu} = \frac{d^2 s}{d\,t^2} = -\,\varepsilon^2 s,$$

wenn man der Kürze wegen die Constante $\frac{\mathrm{k}}{\mu}\,\mathrm{M}$ durch das Zeichen ε^2 ersetzt und das negative Vorzeichen dadurch rechtfertigt, dass die Kraft zur Verminderung des Abstandes s wirkt.

Die erste Integration gibt

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = -\,\varepsilon^2 s^2 + \text{Constante}.$$

Wenn man nun die Constante aus der Erwägung bestimmt, dass für $s = a$ (halbe Amplitude) die Geschwindigkeit $\frac{ds}{dt}$ Null ist, so erhält man

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \varepsilon^2 (a^2 - s^2)$$

und erkennt sofort, dass der Punkt seine Gleichgewichtslage ($s = o$) mit dem Maximum ($\pm \varepsilon a$) der Geschwindigkeit passirt und zu beiden Seiten derselben symmetrische Bewegungen ausführt [$f(s) = f(-s)$].

Die zweite Integration gibt

$$t = \frac{1}{\varepsilon} \text{ arc sin } \frac{s}{a} + \text{Const.}$$

oder

$$s = a \sin (t\varepsilon - \text{Const.})$$

Zählt man die Zeit t von dem Momente an, wo der Punkt seine Gleichgewichtslage passirt, so kann, damit zugleich mit t auch $s = o$ wird, die Constante nur ein ganzes Vielfaches von π sein. Setzt man desshalb $const = n\pi$, wobei n Null sein und alle ganzzahligen Werthe haben kann, so wird

$$s = a \sin (t\varepsilon - n\pi),$$

und man sieht, dass der schwingende Punkt seine Gleichgewichtslage zu den Zeiten $0, \frac{\pi}{\varepsilon}, \frac{2\pi}{\varepsilon}, \frac{3\pi}{\varepsilon} \ldots$ passirt. In den ungeraden Intervallen ist seine Ablenkung positiv, in den geraden negativ.

Die Oscillationsdauer (δ) umfasst zwei dieser Intervalle, so also dass

$$\delta = \frac{2\pi}{\varepsilon},$$

und demnach von der Amplitude unabhängig ist. Fasst man t als aliquoten Theil (q) der Oscillationsdauer ($t = q\delta$), so kann man einfacher schreiben

$$s = a \sin 2\pi \frac{t}{\delta},$$

ohne dass dadurch die Allgemeinheit der Gleichung beeinträchtigt wird.

Will man auch die Geschwindigkeit u als Function der Zeit darstellen, so erhält man

$$u = \varepsilon a \cos 2\pi \frac{t}{\delta}.$$

§. 517.

Graphische Darstellung der Wellen. — Denkt man sich, es durchlaufe ein Punkt mit constanter Geschwindigkeit den über $2a$ (Fig. 427) beschriebenen Kreis, indem er in der Zeiteinheit den Winkel $\frac{2\pi}{\delta}$ zurücklegt, so hat seine Projection auf den Durchmesser zu jeder Zeit den gleichen Abstand (s) von der Gleichgewichtslage A wie der schwingende Punkt, während zugleich seine Geschwindigkeit u der Ordinate (y) proportional und von der Grösse εy ist.

Fig. 427.

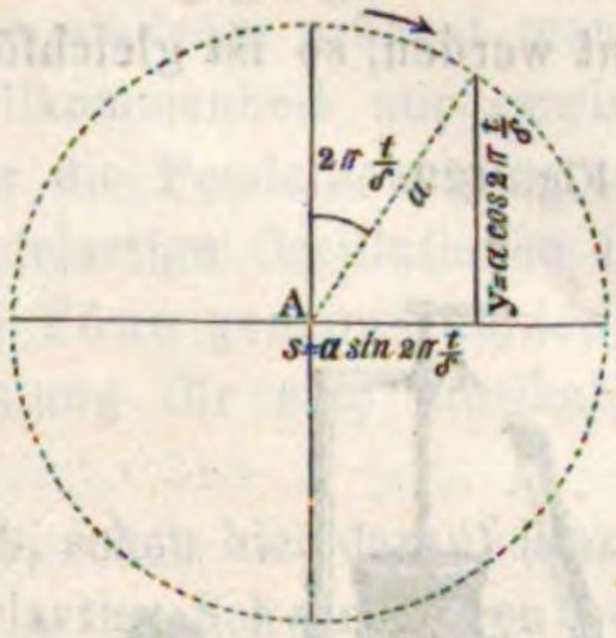
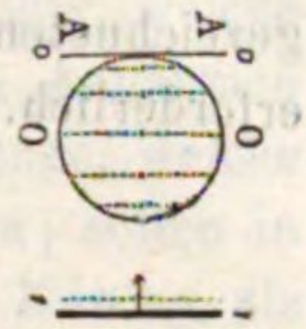
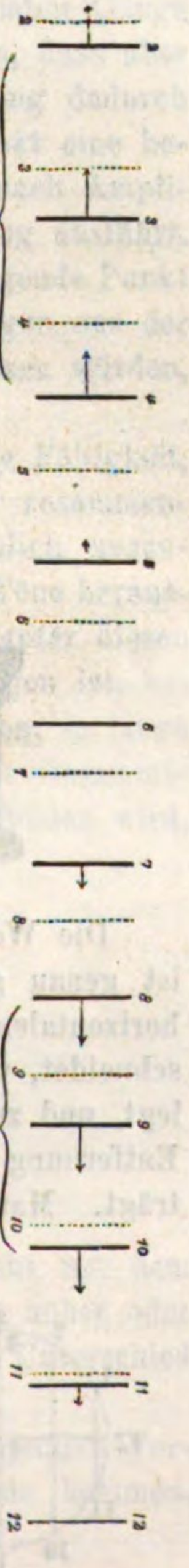


Fig. 428.





Zeichnet man nach dieser Constructionsmethode die Lagen von 12 Querschnitten einer Luftwelle, die nach Vollendung einer Oscillation des schwingenden Flächenelementes A*) auf der einen Seite desselben entstanden ist, so erhält man folgende Uebersicht (Fig. 428), wobei zugleich die Geschwindigkeit der gerade in den Querschnitten befindlichen Lufttheilchen durch die ihr proportionale Länge der Pfeile angegeben ist. Die punktirten Linien deuten die Gleichgewichtslagen der gleich numerirten Luftschichten an, die ausgezogenen Linien geben die augenblicklichen Lagen derselben.

Pflanzt sich wie hier die Welle in derselben Richtung fort, in welcher die vibrirenden Theilchen hin und hergehen, so heissen die Schwingungen longitudinal. Von dieser Art sind stets die Schwingungen der Lufttheilchen, welche eine Schallwelle fortleiten.

Die Schwingungen des erregenden Körpers können auch senkrecht oder transversal zur Richtung seiner Hauptausdehnung sein.

Die Fig. 429 u. 430 zeigen Vorrichtungen, die (nahezu) geradlinigen Vibrationen elastischer Stäbe aus einander zu ziehen, wodurch sowohl der Charakter dieser Schwingungen anschaulich, als auch ihre Dauer bestimmbar wird.

In Fig. 429 wird der berusste Cylinder D in die Höhe geschraubt, während ihn die Metallspitze der schwingenden Lamelle berührt. Soll die Schwingungsdauer gemessen werden, so muss die Drehung des Cylinders durch ein Werk erfolgen, welches die während der Drehung verflossene

---

*) Man kann sich dieses Element an dem einen Zinkenende einer Stimmgabel denken, welches zuerst in der aus seiner Gleichgewichtslage O O abweichenden Stellung A A gehalten und dann plötzlich losgelassen wird.

Zeit abzulesen gestattet. Soll das Schwingungsgesetz aus der Form der gezeichneten Linie deutlich erkannt werden, so ist gleichförmige Umdrehung erforderlich.

Fig. 429.

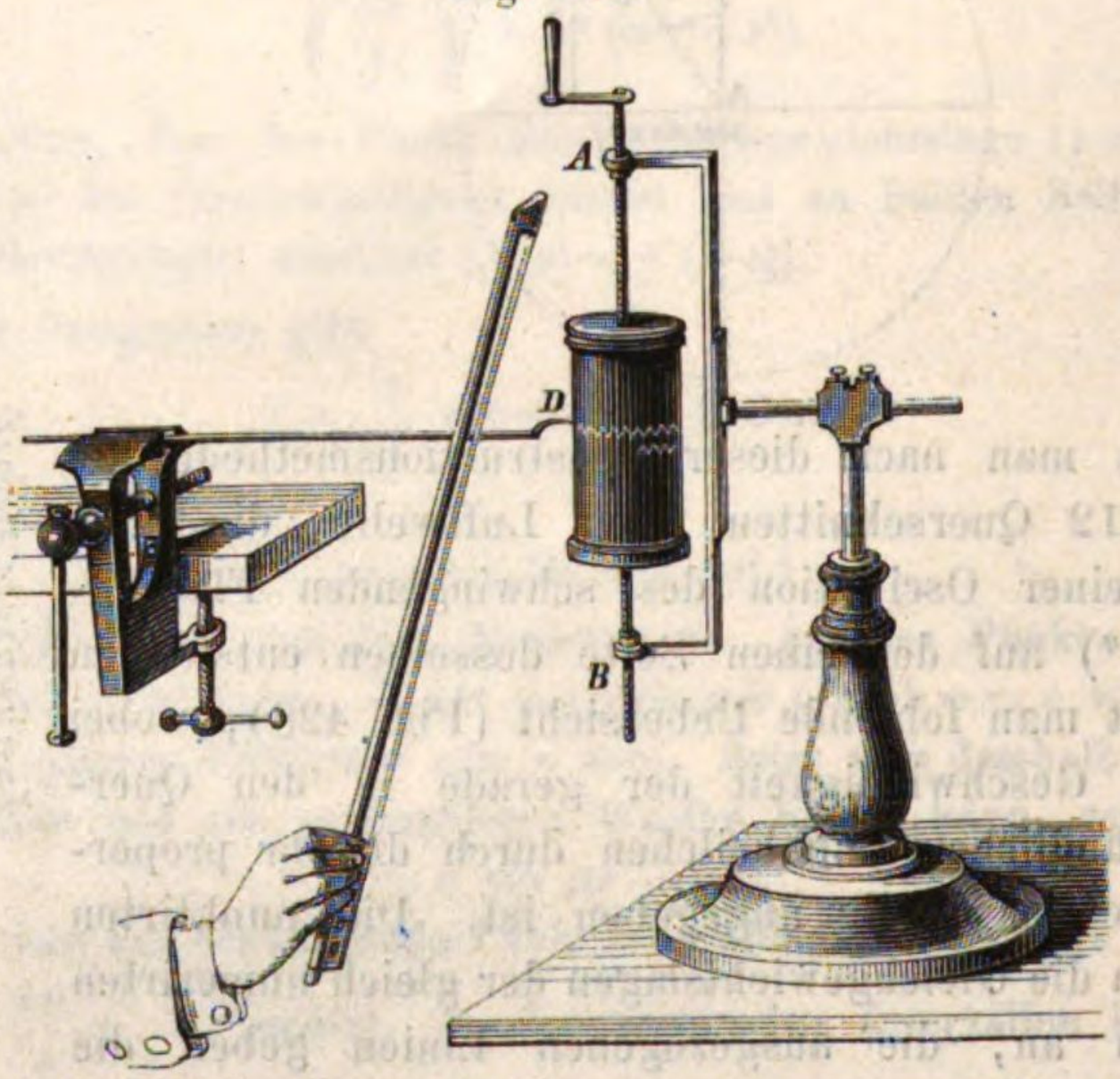
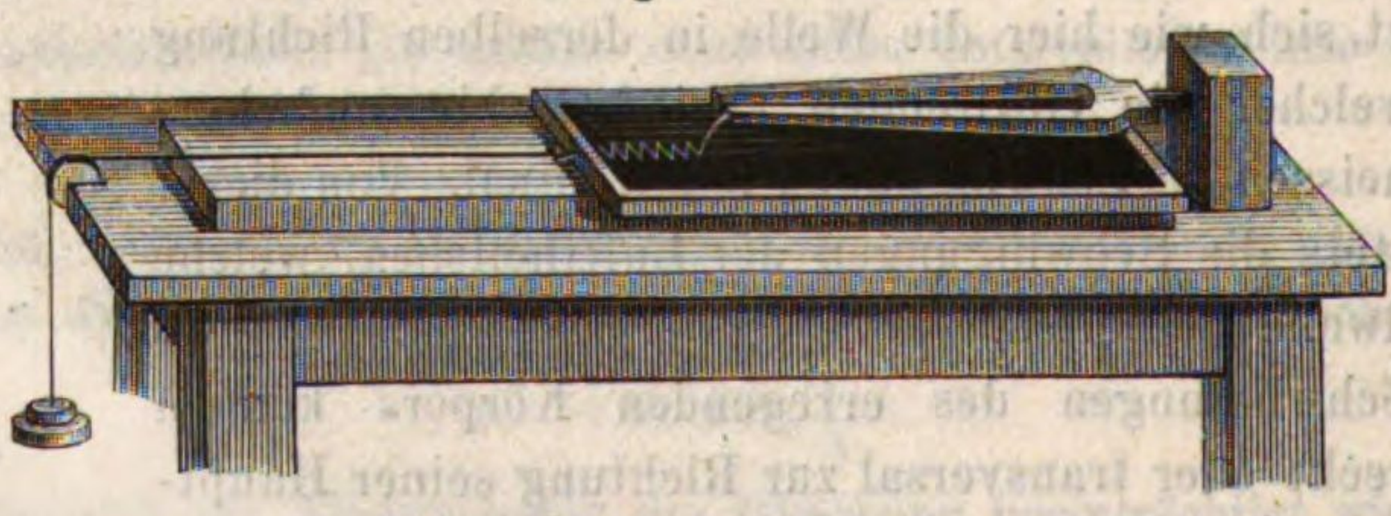
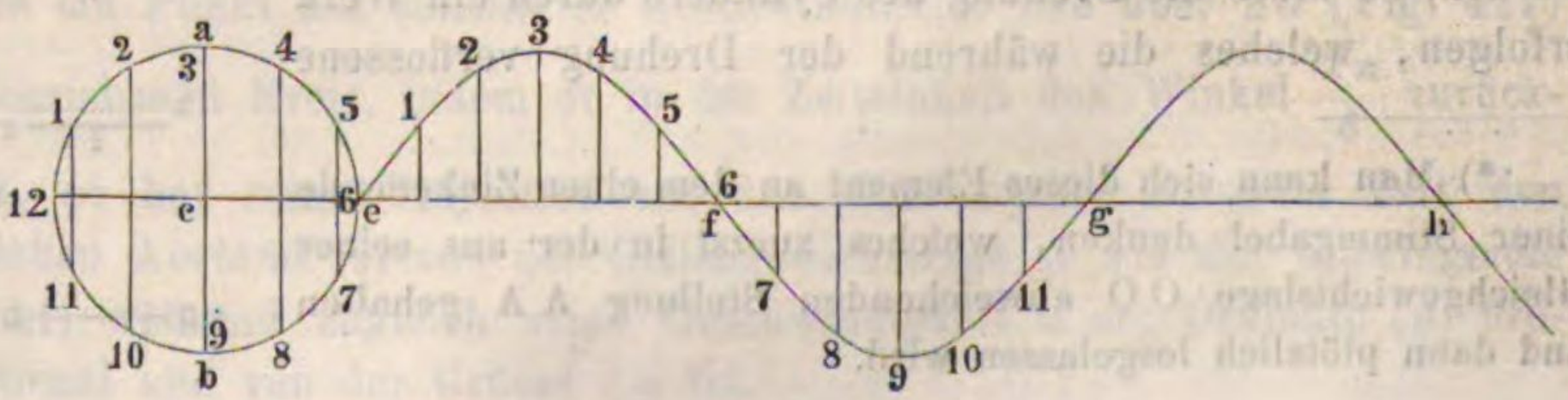


Fig. 430.



Die Wellenlinie, welche durch einen solchen Apparat erhalten wird, ist genau gleich der Curve, welche man erhält, wenn man auf einer horizontalen Geraden als Abcisse den der Zeit proportionalen Weg abschneidet, welchen ein Punkt am Umfange des rotirenden Cylinders zurücklegt, und zu jeder Abcisse die aus der obigen Formel (§. 516) berechnete Entfernung des Punktes von seiner Gleichgewichtslage als Ordinate aufträgt. Man erhält dann folgendes Bild.

Fig. 431.



Durch Vergleich dieser Schwingungsgesetze mit dem in §. 11 für das einfache Pendel abgeleiteten erkennt man eine Uebereinstimmung, welche indessen ihre Vollkommenheit nur gewissen vereinfachenden Annahmen verdankt, die über die Pendelbewegung gemacht wurden. Klänge, welche durch solche pendelartige Oscillationen hervorgebracht werden, sollen in Zukunft (einfache) Töne genannt werden, während das Wort Klang als allgemeine Benennung für eine musikalisch definirbare Empfindung gebraucht wird.

Es ist nützlich, schon hier darauf hinzuweisen, dass die meisten Klänge nicht durch pendelartige Schwingungen hervorgebracht werden, dass aber jede nach irgend einem Gesetze vor sich gehende Schwingung dadurch entstanden gedacht werden kann, dass der schwingende Punkt eine bebestimmte Anzahl von pendelartigen Schwingungen, welche nach Amplitude, Oscillationsdauer oder Phase verschieden sind, gleichzeitig ausführt.

Diese Gleichzeitigkeit ist so zu verstehen, dass der schwingende Punkt zu jeder Zeit die (algebraische) Summe derjenigen Entfernungen aus der Gleichgewichtslage besitzt, welche zu dieser Zeit Punkte besitzen würden, die einzeln die zusammentreffenden Schwingungen ausführen.

Das Ohr besitzt, wie Helmholtz nachgewiesen hat, die Fähigkeit, diese (nach Fourier) mathematisch denkbare Zerlegung einer zusammengesetzten Schwingung in Elementar-Schwingungen thatsächlich auszuführen, d. h. es ist im Stande, aus jedem Klange die einzelnen Töne herauszuhören, aus denen er zusammengesetzt ist. Der tiefste unter diesen Tönen, der in der Regel den übrigen auch an Stärke überlegen ist, bestimmt die Höhe des Klanges, während von den übrigen Tönen, so lange man ihnen nicht besondere Aufmerksamkeit widmet, nur die Gesammtwirkung und zwar als jene Modification des Grundtons empfunden wird, welche wir seine Klangfarbe nennen.

II. Die Tonhöhe.

§. 518.

Das endgiltige Urteil über die Merkmale der Klänge steht nur dem vergleichenden Ohre zu. Das Ohr entscheidet, ob ein Klang höher oder tiefer, stärker oder schwächer ist als ein anderer und ob ein Unterschied in der Klangfarbe besteht.

Die Wissenschaft hat zu untersuchen, durch welche objective Vorgänge diejenigen Empfindungen des Gehörorganes zu Stande kommen, welche die Grundlage jenes Urteils bilden.

Nun hat, lange bevor die Wissenschaft eine Akustik schuf, die musikalische Kunst in dem Bestreben, durch eine Reihe dem Ohre angenehmer Klänge Empfindungen und Stimmungen auszudrücken oder zu erregen, die Töne nach ihrer Höhe unterschieden und Tönen von bestimmter Höhe bestimmte Namen und Zeichen beigelegt. In Deutschland z. B. bezeichnet man mit *c* die Höhe eines Tones, welchen eine Bassstimme an der Grenze der mittleren und tiefen Lage hat und welcher auf dem Fagott hervorgebracht wird, wenn man die oberen drei Löcher schliesst.

Setzen wir die Scheibe (Fig. 424) in so rasche Rotation, dass sie 11 Umdrehungen in der Secunde macht, während wir an einer Stelle gegen dieselbe blasen, so hören wir dieses *c* und erkennen somit, dass 11mal 12 oder 132 in der Secunde regelmässig auf einander folgende Verdichtungen dem Ohre den Eindruck der mit *c* bezeichneten Klanghöhe machen.

Drehen wir nun rascher, so wird der Klang höher, lassen wir in der Geschwindigkeit nach, so sinkt die Klanghöhe.

Ich besitze eine Scheibe von Zink, auf welcher Apunn acht concentrische Kreise, den innersten mit 24 und die folgenden der Reihe nach mit 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48 gleichmässig vertheilten Löchern versehen hat.

Versetzt man diese Scheibe in gleichförmige und so rasche Rotation dass sie 5½ Umdrehungen in der Secunde macht, so erhält man durch successives Anblasen der folgenden Löcherreihen die ganze *c*-dur Scala: *c, d, e, f, g, a, h, c'*. Eine Scheibe von dieser Einrichtung (Sirene von Seebeck) zeigt uns nicht nur, dass die Tonhöhe wächst mit der Anzahl der Luftwellen, welche in der Zeiteinheit erzeugt werden, sondern sie belehrt uns auch über das Verhältniss, in welchem die Anzahl dieser Wellen stehen muss, damit die entsprechenden Töne ein bestimmtes in der Musik definirtes Intervall haben.

Die Musik nennt die Tonerhöhung von *c* auf *d*, ebenso von *f* auf *g* und von *a* auf *h* ein Steigen um einen ganzen Ton. Suchen wir, was die Wellenzahlen der Töne, deren Intervall die Musiker einen ganzen Ton nennen, Gemeinsames haben, so ist es nicht etwa die Differenz dieser Zahlen 5½ (27—24); 5½ (36—32); 5½ (45—40), sondern vielmehr ihr Verhältniss $\frac{27}{24}, \frac{36}{32}, \frac{45}{40}$, welches einen gemeinsamen Werth hat, und wir erkennen, dass Töne, deren Höhe um einen ganzen Ton verschieden ist, entstehen, wenn die Zahl der in der Secunde am Ohre ankommenden Wellen sich wie 8 : 9 verhalten. Ebenso erkennt man, indem man die Schwingungszahl des 3., 4., 5., 6., 7., 8., Tones durch die des Grundtones *c* dividirt, dass das Intervall der (grossen) Terz durch das Verhältniss 4 : 5, die Quarte durch 3 : 4, die Quinte durch 2 : 3, die Sexte durch 3 : 5, die Septime durch 8 : 15, die Octave endlich

durch das Verhältniss 1 : 2 charakterisirt ist. Dem Intervall des halben Tones (*e-f*, *h-c*) entspricht das Verhältniss 15 : 16, der kleinen Terz [*a c'*] 5 : 6.

Es ist somit nicht nur die Höhe eines jeden Tones durch eine bestimmte Anzahl, nämlich durch die Anzahl der von dem Tonerreger in der Secunde gemachten Schwingungen gegeben, sondern es ist auch jedes in der Musik fixirte Intervall physikalisch durch eine Zahl bestimmt, nämlich durch das Verhältniss der Schwingungszahlen, welche den beiden, das Intervall begrenzenden Tönen angehören.

§. 519.

Einige Intervalle sind musikalisch nicht vollkommen eindeutig bestimmt. So nennt man z. B. ausser den oben aufgeführten Intervallen $\frac{d}{c}$, $\frac{g}{f}$, $\frac{\text{h}}{\text{a}}$ auch diese $\frac{e}{d}$, $\frac{\text{a}}{\text{g}}$ ganze Töne, während die den letzteren entsprechenden Schwingungsverhältnisse nicht $\frac{9}{8}$, sondern $\frac{10}{9}$ sind. Nun ist $\frac{10}{9} = \frac{9}{8} \cdot \frac{80}{81}$ und der Bruch $\frac{80}{81}$, welcher die Verminderung des Verhältnisses $\frac{10}{9}$ gegen das grössere $\frac{9}{8}$ angibt, heisst ein Komma. (Dasselbe entspricht etwa $\frac{1}{10}$ eines ganzen Tones.) Es gibt demnach in der Musik grosse und kleine ganze Töne, und sie sind physikalisch um ein Komma verschieden.

Das Intervall $\frac{16}{15}$ des halben Tones ist physikalisch mehr als halb so gross wie das des ganzen Tones. Da $\frac{10}{9} = \frac{16}{15} \cdot \frac{25}{24}$, zerlegt sich der kleine ganze Ton in das Intervall $\frac{16}{15}$, den grossen halben Ton, und in das kleinere Intervall $\frac{25}{24}$, welches ein kleiner halber Ton genannt wird. Beide sind um mehr als ein Komma von einander verschieden.

Geht man von anderen als von dem Grundton *c* auf den dritten, vierten, fünften, sechsten, siebenten Ton der *c*-dur Scala über, so erhält man im Allgemeinen andere Intervalle und Verhältnisse der Schwingungszahlen. Die Terzen sind grosse mit dem Verhältniss $\frac{5}{4}\left(\frac{a}{e}\right)$ oder kleine mit dem Verhältniss $\frac{6}{5}\left(\frac{c'}{a}\right)$, welche sich, da $\frac{5}{4} = \frac{6}{5} \cdot \frac{25}{24}$,

um einen kleinen halben Ton unterscheiden. Die kleinste Terz, noch um ein Komma geringer als $\frac{6}{5}$, ist $\frac{f}{d}$.

Die Quarten sind bis auf ein Komma $\left(\frac{d'}{a} = \frac{4}{3} \cdot \frac{81}{80}\right)$ gleich $\left(\frac{4}{3}\right)$, nur die Folge der drei ganzen Töne *f*, *g*, *a*, *h* geben eine Quarte, welche um einen kleinen halben Ton und ein Komma grösser ist als die übrigen $\left(\frac{h}{f} = \frac{4}{3} \cdot \frac{25}{24} \cdot \frac{81}{80}\right)$.

Die Quinten sind bis auf ein Komma $\frac{a}{d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{80}{81}$ gleich $\left(\frac{3}{2}\right)$.

Die Sexten unterscheiden sich in grosse Sexten $\left(\frac{5}{3}\right)$ und kleine Sexten $\left(\frac{8}{5}\right)$, die um einen kleinen halben Ton differiren

$$\left(\frac{5}{3} = \frac{8}{5} \cdot \frac{25}{24}\right).$$

Am unregelmässigsten sind die Septimen. Den grossen entspricht $\frac{15}{8}$, den kleinen $\frac{9}{5}$, die um einen kleinen halben Ton abweichen

$$\left(\frac{9}{5} = \frac{15}{8} \cdot \frac{24}{25}\right).$$

Ausserdem sind drei kleine Septimen noch um ein Komma zu klein.

Da die Harmonie selbst gegen ein Komma empfindlich ist, so genügt es demnach für reine Stimmung (z. B. des Gesanges) nicht einmal, innerhalb der Scala kleine und grosse Terzen, Sexten, Septimen zu unterscheiden und mit Abschätzung dieser Intervalle von einem beliebigen Ton der Scala auf den anderen überzugehen. Man entledigt sich indessen aller dieser Verwickelungen, wenn man jedes Tonintervall auf den Grundton (die Tonica) bezieht.

§. 520.

Transponiren in eine andere Tonart. — Will man einen anderen Ton zu Grunde legen, z. B. aus *f*-dur, *e*-dur oder *d*-dur spielen, so hat man die Intervalle der *c*-dur Scala in derselben Grösse und Ordnung von dem neuen Grundton aus zu rechnen, so dass also z. B. die Secunde, Terz, Quarto, Quinte, Sexte, Septime der Tonica in allen Tonarten genau das gleiche bedeutet. Daraus folgt, dass bei dem Uebergang von *c*-dur in eine andere Tonart eine solche Verlegung der halben Töne $\frac{f}{e}$, $\frac{c'}{h}$ an eine andere Stelle stattfinden muss, dass die

Folge: Tonica, 2 ganze Töne, 1 halber Ton, 3 ganze Töne, 1 halber Ton oder genauer

$$\begin{array}{cccccccc} (c) & (d) & (e) & (f) & (g) & (a) & (h) & (c') \\ \text{Tonica } \frac{9}{8}, & \frac{10}{9}, & \frac{16}{15}, & \frac{9}{8}, & \frac{10}{9}, & \frac{9}{8}, & \frac{16}{15} & \end{array}$$

unverändert beibehalten bleibt. So liegt z. B. für *g*-dur der halbe Ton $\frac{c'}{h}$ richtig, während die Folge *e'*, *f'*, *g'* falsch wäre. Erhöht man aber *f* um einen kleinen halben Ton (auf *f'is*), so ist die Scala soweit geordnet.

Andererseits kann es vorkommen, dass zur Ordnung der Scala des neuen Grundtones die Erniedrigung eines oder mehrerer Töne der *c*-dur Scala nöthig wird. So erfordert z. B. *f*-dur die Erniedrigung des Tones *h* um einen kleinen halben Ton, wodurch der Ton *b* entsteht.

Ebenso leicht sieht man, dass *d*-dur die Erhöhung von zwei (*fis*, *cis*), *e*-dur von vier Tönen (*fis*, *cis*, *gis*, *dis*) der *c*-dur Scala erfordert u. s. f. Man pflegt dieses in der Notenschrift dadurch anzudeuten, dass man zu Anfang des betreffenden Musikstückes auf die Zeile der zu erhöhenden Note ein ♯, auf die Zeile einer zu erniedrigenden Note *b* setzt und beim Wechsel der Tonart durch direct vor die Note gesetzte Kreuze und Be oder ♮ (Auflösungszeichen) nachhilft.

Bedenkt man, dass in der neuen Tonart auch die grossen und kleinen ganzen Töne nicht entsprechend liegen, so erkennt man wie oben, dass für die Harmonie die Berücksichtigung der halben Töne allein noch nicht vollkommen ausreicht.

§. 521.

Gleichschwebende Temperatur. — Bildet der Musicirende nicht selbst die Klanghöhe, ist er vielmehr auf fertig gebildete Höhen angewiesen, wie z. B. der Klavier- und Orgelspieler, so wäre reine Stimmung nur in einer Tonart möglich. Man verzichtet desshalb für diese Instrumente auf die (reine) Stimmung nach obigen Intervallen und stellt durch mechanisches Rechnen eine Universalscala nach dem System der gleichschwebenden Temperatur her. Die Octave wird in 12 gleiche Intervalle von halben Tönen eingetheilt, so dass einem halben Tone das constante Schwingungsverhältniss $\sqrt[12]{2}$ entspricht, welches sehr nahe $\frac{147}{148} \cdot \frac{16}{15}$ ist.

Aus dieser Anordnung folgt, dass alle Quinten und Quarten nahezu vollkommen rein werden $\left(\sqrt[12]{2^7} = \frac{3}{2} \cdot \frac{885}{886}, \sqrt[12]{2^6} = \frac{4}{3} \cdot \frac{886}{885}\right)$, während

die Terzen und Sexten um weniger als ein Komma von den reinen Intervallen abweichen: grosse Terz $\sqrt[12]{2^4} = \frac{5}{4} \cdot \frac{127}{12}$, kleine Terz $\sqrt[12]{2^3} = \frac{6}{5} \cdot \frac{121}{122}$

grosse Sexte $\sqrt[12]{2^3} = \frac{5}{3} \cdot \frac{122}{121}$, kleine Sexte $\sqrt[12]{2^3} = \frac{8}{5} \cdot \frac{126}{127}$.

§. 522.

Sirene von Cagniard Latour. — Zur bequemen Messung der absoluten Höhe eines beliebigen Tones ist die durchlöcherte Scheibe nur dann geeignet, wenn sie mit einem Zählwerk versehen ist, welches nach Belieben ein- und ausgeschaltet werden kann und wenn ein leistungsfähiger Mechanismus die Regulirung der Rotationsgeschwindigkeit und das Anblasen ermöglicht, ohne dabei die Thätigkeit des Beobachters in allzuhohem Grade in Anspruch zu nehmen.

Diese Bedingungen erfüllt die Sirene von Cagniard Latour, von welcher Fig. 433 einen Schnitt, Fig. 432 eine perspectivische Ansicht gibt.

Fig. 432.

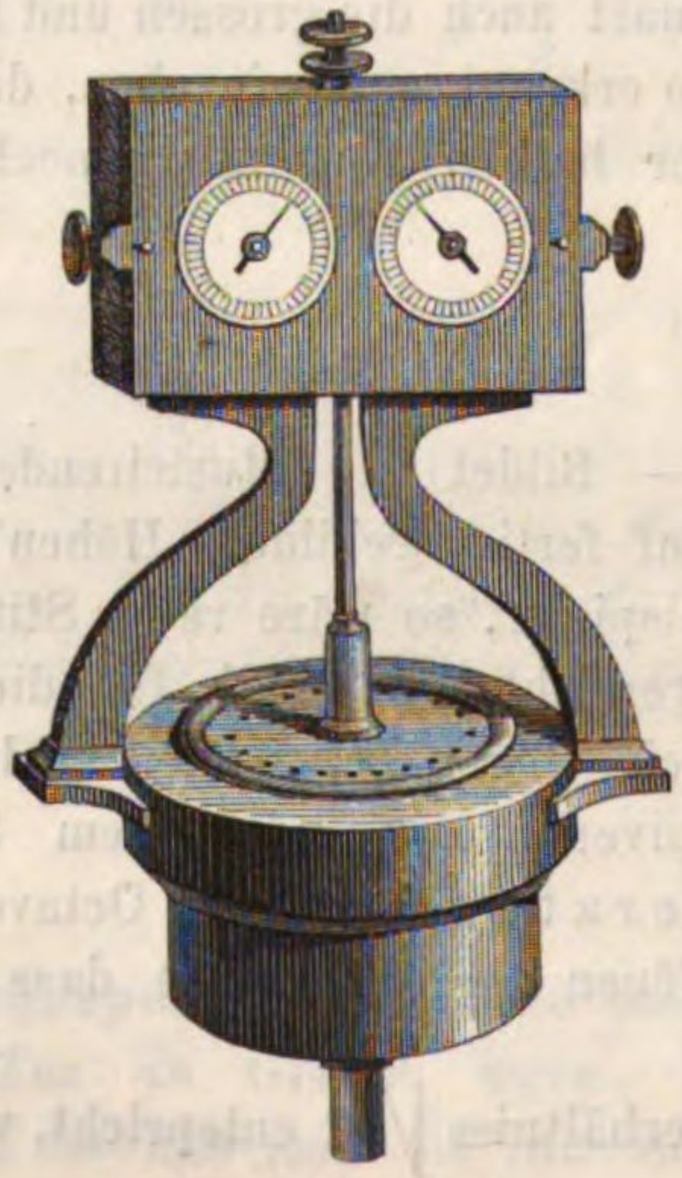
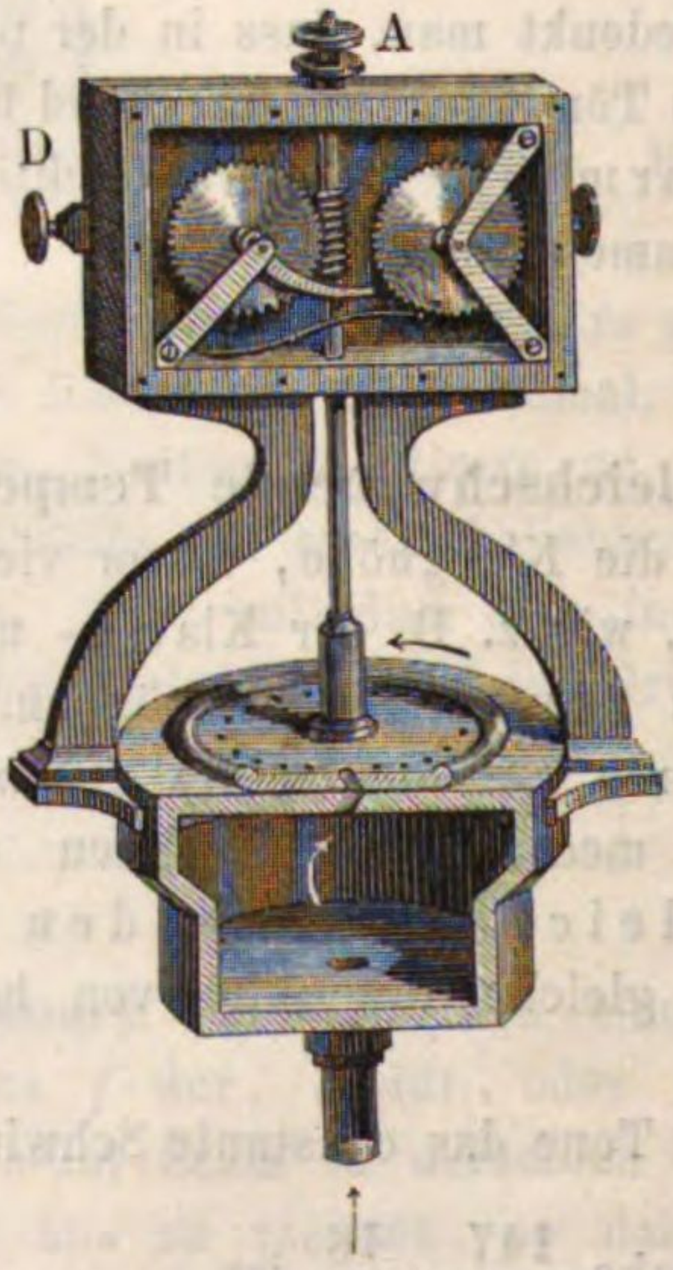


Fig. 433.



Die in vertikaler Axe drehbare durchlöcherte Metallscheibe ist in möglichst geringer Entfernung über einer festen mit gleichviel Löchern versehenen Metallscheibe angebracht, welch letztere den Deckel eines Windkastens bildet. Die Löcher beider Scheiben sind schräg gebohrt und die Bohrungen

bilden einen stumpfen Winkel mit einander, so dass die in den Windkasten gepresste Luft, indem sie durch die Löcher entweicht, die obere bewegliche Scheibe nach rechts treibt.

Von den konischen Axenlagern der beweglichen Scheibe befindet sich das eine in der Mitte der ruhenden Scheibe, das andere ist bei A durch eine versicherte Schraube gebildet. Die Axe selbst hat eine Schraube ohne Ende, welche bei jeder Umdrehung das links angebrachte durch den Drücker D ein- und ausschaltbare Zahnrad um einen Zahn weiter schiebt. Ein an diesem Rade angebrachter Hebel greift dann bei jeder Umdrehung einmal in das rechts stehende Zahnrad ein, um dort die vollen Umdrehungen des ersteren zu markiren.

Die ganze Vorrichtung wird auf einen Blastisch aufgesetzt, so dass der Beobachter nur den Blasbalg tritt, die Hände aber frei hat. Hat der Ton der Sirene die Höhe des zu messenden Tones erreicht, so sucht man die Rotationsgeschwindigkeit constant zu erhalten und schaltet mit dem Schlage des Chronometers den Zählapparat ein. Wurde dasselbe nach t Secunden wieder ausgeschaltet und ergab die Ablesung n Umdrehungen, während l Löcher auf dem Umfange sitzen, so ist

$$\frac{n\,l}{t}$$

die gesuchte Schwingungszahl.

Die Sicherheit und Bequemlichkeit dieser Messungen ist nicht soweit befriedigend, dass der Wunsch nach feineren Methoden unberechtigt wäre. Apunn hat durch Fixirung von 64 Tönen der eingestrichenen Octave einen Tonmesser construirt, welcher die Messung der Tonhöhe auf eine Schwingung genau gestattet. Derselbe wird unten nochmals in Betracht gezogen, sobald das Prinzip seiner Einrichtung dargelegt werden kann.

Ein Tonmesser, welcher zugleich die Schwingungszahl und die Schwingungsform beliebiger Klänge durch eine graphische Methode gibt, ist der von Scott und Koenig construirte Phonautograph.

Glattes Blech ist der Form eines Rotationsparaboloides angepasst, der Scheitel aber mittelst eines durch den Focus zur Axe senkrecht geführten Schnittes entfernt. Im Focus ist eine kleine zarte Membrane ausgespannt, an deren Aussenseite ein Stiftchen befestigt ist. Gesetz und Zahl der Schwingungen des Schallerregers werden durch die Luft auf die Membrane übertragen und durch das Stiftchen auf einen berussten Cylinder aufgezeichnet, den ein Uhrwerk mit grosser und gleichförmiger Geschwindigkeit dreht.

III. Stärke des Schalls.

§. 523.

Ein Urteil über die Stärke der Töne kann dem Ohre nur insofern zugemuthet werden, dass es unterscheidet, welcher von zwei gleich hohen Tönen, die unmittelbar nach einander gehört werden, der stärkere ist. Hiedurch erkennt man, dass die Tonstärke mit der Amplitude der Schwingungen wächst. Zahlenverhältnisse von Tonstärken kann das Ohr nicht bestimmen. Hier muss demnach die Theorie zu Hilfe kommen.

Macht man die Hypothese, dass die Stärke eines Tones der in der Zeiteinheit mittleren lebendigen Kraft proportional ist, welche die Bewegung der an dem Trommelfell anliegenden Luftschichte besitzt, so folgt, dass die Stärke zweier Töne von gleicher Höhe sich wie die Quadrate ihrer Amplituden verhalten.

Allgemein wird das mittlere Quadrat der Geschwindigkeit

$$\frac{1}{\delta}\int_0^{\delta} e^2 a^2 \sin^2\left(2\pi\frac{t}{\delta}\right) dt = \frac{\pi e^2}{\delta} a^2.$$

Drückt man ε durch die Schwingungsdauer δ aus, deren Werth $\frac{2\pi}{\varepsilon}$ ist, so folgt, dass die Tonstärke dem Ausdrucke $\frac{a^2}{\delta^3}$ proportional ist. Ersetzt man noch $\frac{1}{\delta}$ durch seinen Werth n, die Schwingungszahl, welche der Tonhöhe proportional ist, so erhält man $a^2 n^3$, woraus folgt, dass bei gleicher Amplitude die höheren Töne bedeutend stärker sind und dass z. B. ein Wellenzug, welcher die tiefere Octave eines andern in gleicher Stärke geben soll, eine $(2\sqrt{2} =)$ 2, 83 mal so grosse Amplitude haben muss.

Diese Betrachtungsweise ist jedenfalls nicht allgemein giltig, da Grenzen der Hörbarkeit bestehen und schon aus diesem Grunde anzunehmen ist, dass das Ohr vermöge seiner Construction für verschieden hohe Töne verschiedene Empfindlichkeit besitzt.

§. 524.

Abnahme der Tonstärke mit der Entfernung. — Breitet sich die Schallbewegung von einem schwingenden Punkte allseitig ungehindert in einem Raume aus, welcher mit homogener Masse erfüllt ist, so bleibt mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Oscillationsdauer auch die Wellenlänge l unverändert. Dieselbe lebendige Kraft k der Bewegung aber, welche in der Kugelschale zwischen den Radien r_1 und $r_1 + l$ enthalten war, ist später auf die grössere Masse übergegangen, welche sich in der

Kugelschale zwischen den Radien r_2 und $r_2 + l$ befindet. Daraus folgt, dass die mittlere Geschwindigkeit und mithin auch die ihr proportionale Amplitude der Oscillationen mit wachsender Entfernung abnimmt.

Die in einer Schallwelle enthaltene lebendige Kraft kann ersetzt werden durch die während einer Oscillation mittlere lebendige Kraft der in der Entfernung r_1 und r_2 an den entsprechenden Kugelflächen anliegenden Lufttheilchen, weil sie durch diese der folgenden Welle vermittelt wird.

Liegt nun die Fläche f (z. B. des Trommelfells) einmal in der Kugelfläche $4 r_1^2 \pi$, dann in der Kugelfläche $4 r_2^2 \pi$, so erhält sie im ersten Falle $\frac{k}{4 r_1^2 \pi} f$, im zweiten Falle $\frac{k}{4 r_2^2 \pi} f$ von der lebendigen Kraft k der Schallbewegung und die derselben proportionalen Schallstärken S_1 und S_2 stehen im Verhältniss

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2},$$

d. h. bei allseitig ungehinderter Ausbreitung des Schalles in einem homogenen Medium verhalten sich die Stärken desselben in verschiedener Entfernung vom Schallerreger umgekehrt wie die Quadrate dieser Entfernungen.

§. 525.

Prinzip von Huyghens. — Da jedes einzelne in einem Wellenzuge schwingende Theilchen ebenso wie der Schallerreger selbst innerhalb einer Oscillationsdauer die Phasen*) seiner Bewegung auf die Theilchen seiner Umgebung dadurch überträgt, dass in einem elastischen Medium, wo das Gleichgewicht des Ganzen durch eine bestimmte Lage jedes Theilchens bedingt ist, die Verschiebung eines Theilchens nach allen Richtungen hin elastische Kräfte weckt und so allseitig zur Ursache von Bewegung wird; so müssen wir uns die Ausbreitung einer Wellenbewegung in einem homogenen elastischen Medium so denken, dass von jedem continuirlich schwingenden Theilchen eine Kugelwelle ausgeht und sich mit der dem Medium eigenthümlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Raume ausbreitet. Dabei kann die Summe der mittleren lebendigen Kraft aller an

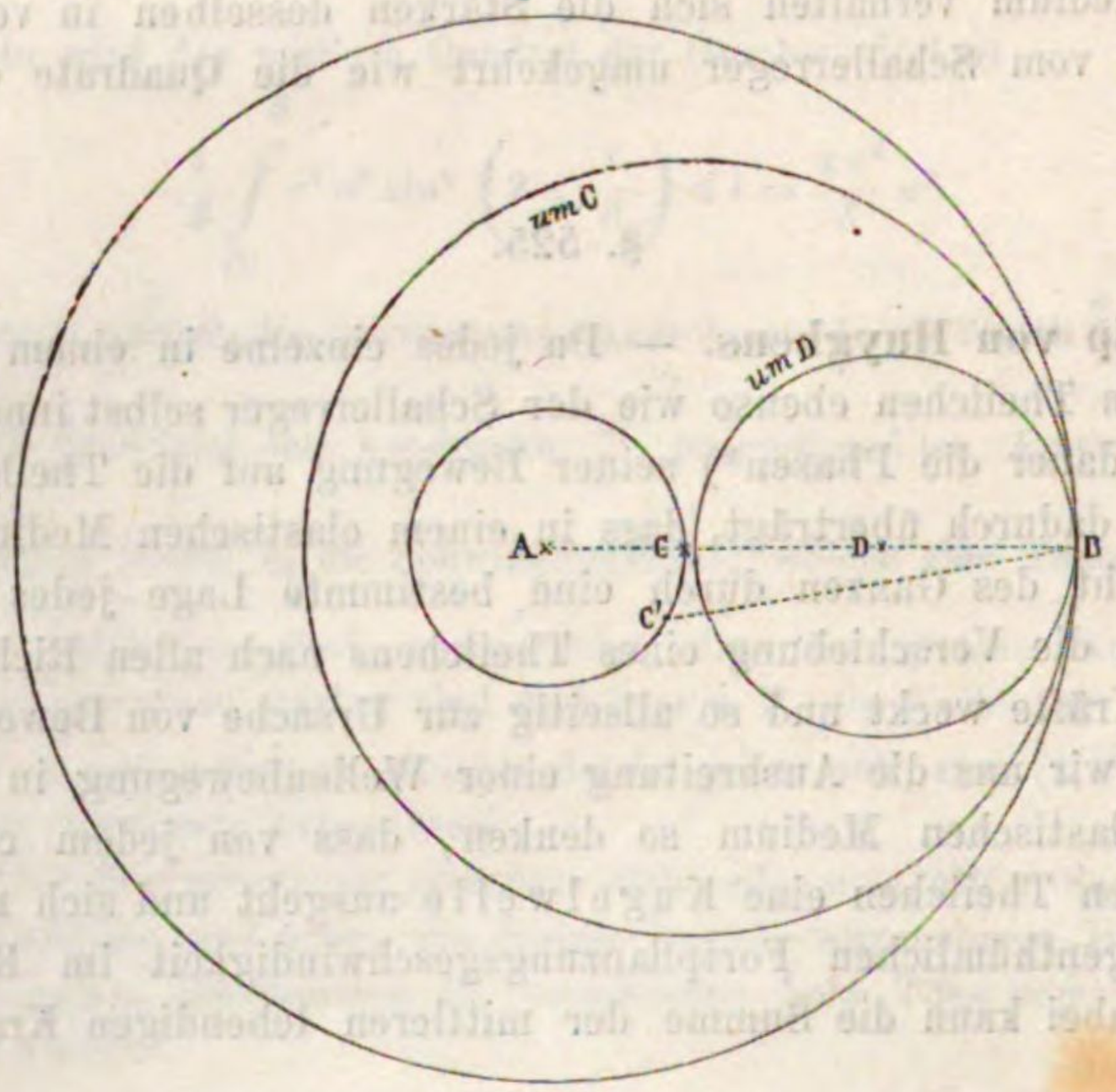
---

*) Mit dem Worte „Phase“ bezeichnet man den augenblicklichen Schwingungszustand eines materiellen Punktes, der durch seine Entfernung von der Gleichgewichtslage und seine Geschwindigkeit bestimmt ist. Von zwei Punkten (auch von Wellenzügen, die in einem Punkte zusammentreffen), sagt man, sie stimmen in der Phase überein, wenn beide gleichzeitig um gleiche aliquote Theile ihrer Amplituden von der Gleichgewichtslage entfernt sind und zugleich gleiche aliquote Theile ihrer Maximalgeschwindigkeit besitzen. Dabei ist jedesmal auch Uebereinstimmung der Vorzeichen erforderlich.

einer Kugelschale anliegenden schwingenden Theilchen nicht grösser sein, als die mittlere lebendige Kraft des anregenden Theilchens, woraus folgt, dass die Schallwirkung einer solchen elementaren Kugelwelle nur sehr gering sein kann und dass erst das Zusammenwirken einer sehr grossen Anzahl derselben hörbar wird (Prinzip von Huyghens). Elementare Wellenbewegungen wirken aber nur an einer solchen Stelle vollkommen zusammen, wo sie alle das daselbst befindliche Theilchen in die gleiche Schwingungsphase zu bringen suchen.

Wählen wir zwei beliebige Punkte C D (Fig. 434) aus, welche mit dem Schallerreger A in gerader Linie liegen. Es beginnt das Theilchen C nach Verlauf der Zeit $t_1 = \frac{A\,C}{c}$, das Theilchen D nach der Zeit $t_2 = \frac{A\,D}{c}$ seine Bewegung, d. h. es wird am Ende dieser Zeit zum Mittelpunkte einer Kugelwelle, welche sich mit der Geschwindigkeit c im Raume aus-

Fig. 434.



breitet. Betrachten wir beide Kugelwellen am Ende der beliebigen Zeit $t_3 > t_2$. So ist $c\,(t_3 - t_1)$ der Radius der Welle um C und $c\,(t_3 - t_2)$ der Radius der Welle um D, und da die Differenz ihrer Radien $c\,(t_2 - t_1)$ $= CD$, d. h. gleich der Centrallinie ist, so berühren sich beide Kugelflächen von innen. Es haben somit alle Elementarwellen, welche vom Punkte eines durch A gezogenen Strahles ausgehen, nach Verlauf der beliebigen Zeit t_3, nachdem die Bewegung von A ausgegangen ist, einen inneren Berührungspunkt, der auf diesem Strahle um die Strecke

$c\,t_3$ von A entfernt liegt, d. h. ein Lufttheilchen B wird gleichzeitig von allen Elementarwellen, welche ihren Mittelpunkt auf der Strecke zwischen B und dem Schallerreger haben, (in gleichem Sinne) erregt.

Was hier von der ersten Erregung gesagt ist, gilt auch für die Fortpflanzung jeder anderen Phase.

Andere Elementarwellen als die von der Strecke A B ausgehenden können zur Zeit t_3 in B noch nicht angekommen sein. Es tritt aber in der auf t_3 folgenden Schwingungszeit δ das Theilchen B nach und nach in alle Schwingungsphasen, und die Ankunft der von einem abseits gelegenen Punkte C′ ausgehenden Elementarwelle trifft mit irgend einer dieser Phasen zusammen. Es hängt dann von der Wegdifferenz C′B — CB ab, ob und in welchem Grade die von C′ ausgehende Elementarwelle die Wirkung in B verstärkt oder schwächt. Weicht diese Wegdifferenz um weniger als ¼ Wellenlänge von einer ganzen Anzahl von Wellenlängen ab, so verstärkt sie, ausserdem schwächt sie die Wirkung in B.

Mit Rücksicht auf den Satz von der Abnahme der Wirkung mit der Entfernung erkennt man daraus leicht, dass auch die resultirende Wirkung aller von der Kugelfläche C ausgehenden Elementarwellen Verstärkung in B ist. Es lässt sich auf jeder Kugelfläche C′ symmetrisch um C herum eine Zone abgrenzen, welche diese resultirende Verstärkung nach B sendet.

Aus dieser elementaren Betrachtung folgt:

1) Diejenigen Stellen, an welchen sich zu irgend einer Zeit die Wirkungen unzähliger Elementarwellen durch Gleichheit oder geringen Unterschied der Phase verstärken, liegen auf einer Kugelfläche, welche den Schallerreger zum Mittelpunkte hat.

2) Somit findet eine wirksame Fortpflanzung der Wellenbewegung nur in der Richtung der Normalen einer Kugelfläche statt, welche unzählige elementare Kugelwellen berührend umhüllt.

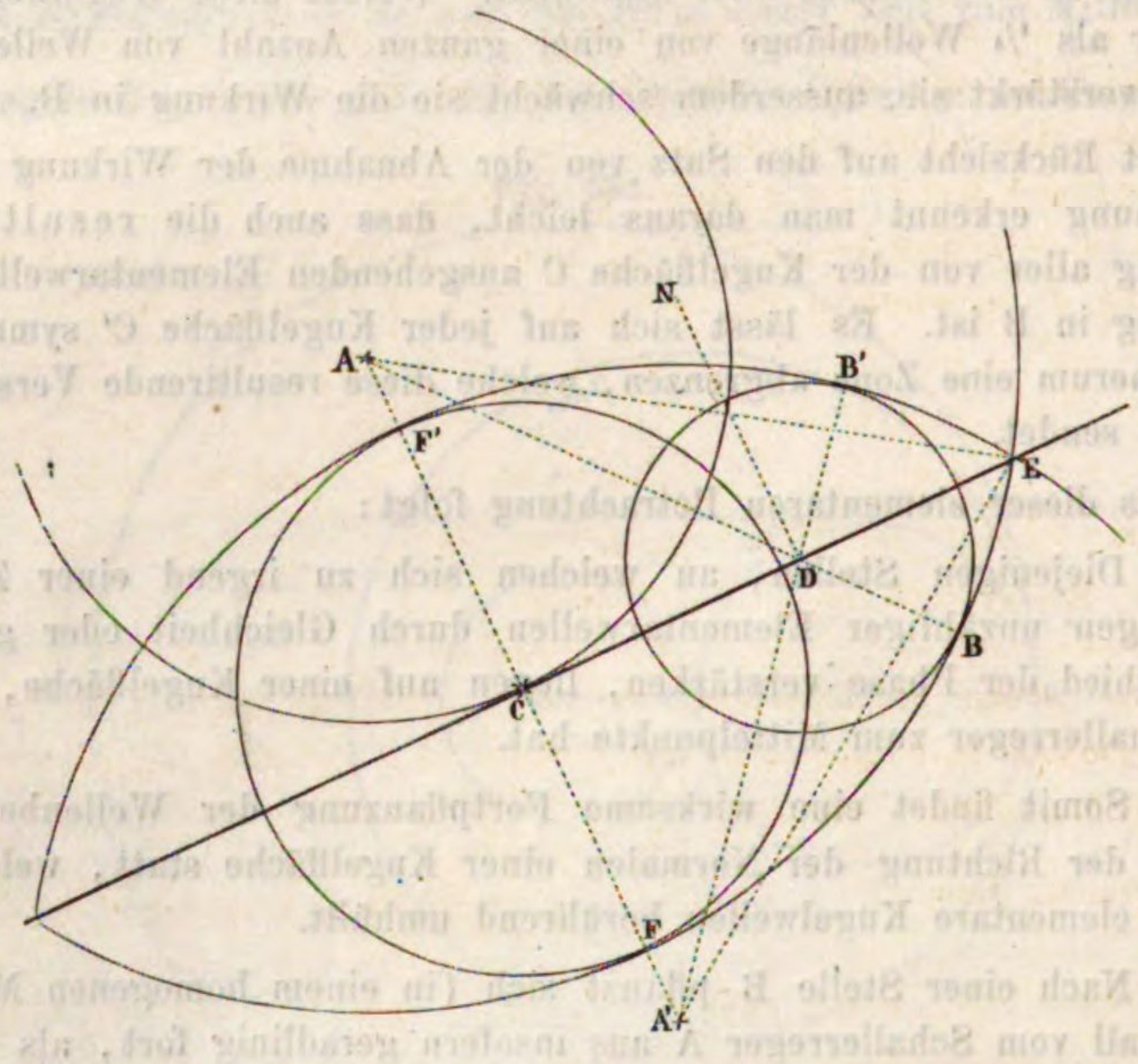
3) Nach einer Stelle B pflanzt sich (in einem homogenen Medium) der Schall vom Schallerreger A aus insofern geradlinig fort, als an der Stelle B nur die Wirkung derjenigen Elementarwellen wahrgenommen wird, deren Centra in der nächsten Nähe der geraden Verbindungslinie B A liegen.

4) Geht die Wellenbewegung nicht von einem einzelnen Punkte (wie A) aus, sondern von einer gegen die Dimension der Welle kleinen schwingenden Ebene (n Punkten), so bemerkt man, dass der mittlere Phasenunterschied der n Wellensysteme in der Richtung der Normale am geringsten ist, in dieser Richtung muss demnach die Intensität ein Maximum sein.

§. 526.

Reflexion der Wellen. — Der Satz 2 des vorigen §. setzt uns in den Stand, die Wirkung von Wellen zu finden, welche durch eine feste Fläche oder ein zwischengelegtes Medium an der radialen Ausbreitung gehindert werden. Wir haben nur jedesmal die Hauptwelle zu suchen, welche die von den Flächen ausgehenden Elementarwellen einhüllt. Es sei z. B. A C (Fig. 436) eine Kugelwelle, welche von A ausgeht und in C auf die feste ebene Wand C E trifft. In der Zeit $t = \frac{CF}{c}$ würde sich die Welle bis F B E ausgebreitet haben.

Fig. 436.



Construirt man sowohl in C als in einem beliebigen zwischen C und E gewählten Punkte D die Elementarwelle in der Ausdehnung, die sie nach Ablauf der Zeit t hat, also mit den Radien C F, D B, so bemerkt man, dass diese und mithin alle von C E ausgehenden Elementarwellen von einer mit dem Radius A E aus dem Punkte A' beschriebenen Kugelfläche berührend umhüllt werden, wenn A' C = A C, also der Punkt A' ebensoweit hinter C E gewählt wird als A vor der Ebene liegt.

Denn zieht man unter dieser Voraussetzung (A' C = A C) A' D und verlängert diese Strecke bis zur Peripherie des Kreises um D, den sie in B' treffen mag, so ist wegen A' D = A D auch A' B' = A B = A E, ebenso

$A'F' = AF = AE$ und $A'E = AE$. Somit geht eine mit dem Radius AE um A' beschriebene Kugel durch die Punkte B' und F' der aus B und C kommenden Elementarwellen, und da diese Punkte auf den Centrallinien $A'C$, $A'D$ liegen, so sind sie innere Berührungspunkte.

Daher pflanzt sich die von A ausgehende Welle, nachdem sie die Ebene CE getroffen hat, in den vor dieser Ebene liegenden Raum so fort, als wenn sie von dem hinter der Ebene gelegenen Punkte A' ausginge, der mit A die gleiche Projection und Entfernung von der Ebene hat.

In B' wird von DB' her die Wirkung verspürt, die ohne das Hinderniss CE in B von DB her stattgefunden hätte.

Der Schall weicht somit von dem geradlinigen Wege AB in der Weise ab, dass die beiden Theile AD, DB' der gebrochenen Linie mit der Ebene CE, also auch mit der Normale DN gleiche Winkel bilden. Nennt man AB einen Schallstrahl, so erhält man das Gesetz: Ein Schallstrahl wird an einem Flächenelemente so reflectirt, dass der einfallende und reflectirte Theil mit der im Flächenelemente errichteten Normale gleiche Winkel bilden.

§. 527.

Echo. — Auf der Reflexion des Schalles beruht das Echo. Man pflegt die Möglichkeit eines Echos und die Anzahl der von ihm wiederholten Silben aus der Schallgeschwindigkeit c (= 332 Meter), aus der Entfernung a der reflectirenden Wand vom Schallerreger und aus der Geschwindigkeit zu berechnen, mit welcher die zu wiederholenden Silben ausgesprochen werden können.

Gebraucht Jemand $\frac{1}{n}$ Secunde, um eine Silbe auszusprechen, so entsteht ein einsilbiges Echo, wenn $\frac{c}{n} = 2a$, ein zweisilbiges, wenn $\frac{2c}{n} = 2a$, b Silben wiederhallen, wenn $\frac{bc}{n} = 2a$.

Bei dieser Rechnung darf man nicht übersehen, dass der Schall, indem er den Weg $2a$ zurücklegt, durch Ausbreitung geschwächt wird und dass der Redende somit von einer ebenen Wand, die ihm in der Entfernung a senkrecht gegenüber steht, im besten Falle nur ebenso laut Antwort erhält, wie sein eigener Ruf in der Entfernung $2a$ gehört würde. Laute Echo verdankt man daher in der Regel einer Sammlung der Schallstrahlen durch concave Configurationen. Auch scheint es günstig, dass der Rufende von der reflectirenden Wand durch einen Abgrund getrennt sei. Das Echo der Wälder ist nicht hinreichend erklärt.

§. 528.

Das **Sprachrohr** ist ein Instrument, welches durch Verhinderung der allseitigen Ausbreitung des Schalles dessen Schwächung verhüten soll. Soll das Sprachrohr Mittheilungen zwischen zwei Räumen eines Gebäudes möglich machen, so wählt man dazu eine cylindrische Metallröhre, deren Weite um so grösser sein muss, je länger sie ist. Will man hingegen das Sprachrohr im Freien gebrauchen, um Worte auf grosse Entfernungen hin verständlich zu machen, so sucht man durch Anwendung des Reflexionsgesetzes dem Rohre eine solche Form zu geben, dass die vom Munde ausgehenden Schallstrahlen aus dem Rohre parallel austreten.

Somit verlangt die Theorie für das Sprachrohr die Form eines Rotationsparaboloides, in dessen Focus der Schall erregt wird. Länge und Weite desselben müssen so gewählt sein, dass eine möglichst grosse Anzahl von Schallstrahlen an den Wänden zur Reflexion kommen. Lambert gab dem Paraboloid ein ellipsoidisches Mundstück, dessen einer Brennpunkt mit dem Focus des Paraboloides zusammenfällt, während der andere als Mundort dient. Je vollkommener das Sprachrohr construirt ist, desto genauer muss seine Axe nach dem Angeredeten gerichtet werden. Aus der Theorie des Mittönens folgt, dass jedes Sprachrohr in einer bestimmten Tonhöhe am kräftigsten wirkt.

§. 529.

Das **Höhrröhr** soll in seiner trichterförmigen Erweiterung eine grössere Anzahl von Schallstrahlen sammeln als die Ohrmuschel und dieselben dann in den äusseren Gehörgang leiten. Schwerhörigen erleichtert dasselbe die Conversation überdiess dadurch, dass es mittelbar die Entfernung des Ohres vom Munde des Sprechenden vermindert.

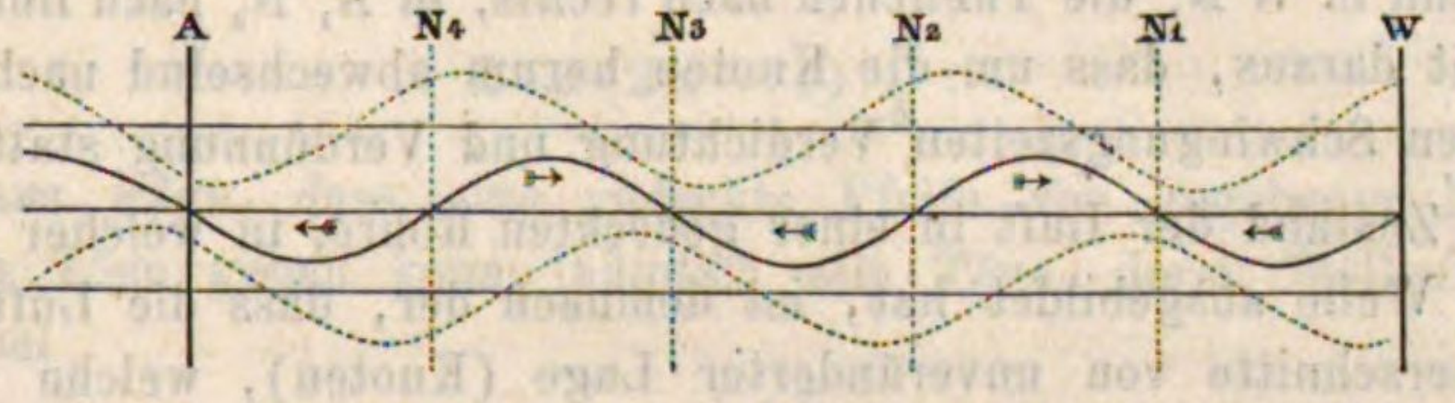
IV. Interferenz der reflectirten und directen Schallwellen.

§. 530.

Entstehung stehender Wellen. — Wir denken uns eine einseitig geschlossene mit Luft erfüllte Röhre, an deren offenem Ende in regelmässigen Intervallen Verdichtungen der Luft erzeugt werden. Dann entsteht in der abgeschlossenen Luftsäule eine Wellenbewegung. Nehmen

wir an, dass die an der hinteren Wand W (Fig. 437) anliegenden Luftschichten t Secunden nachher, nachdem am Anfange A irgend eine Phase, z. B. die grösste Verdichtung stattgefunden hat, erregt werden, so breiten sich von dieser Zeit an Wellen von W nach A hin aus, so dass nach der

Fig. 437.



Zeit $2t$ die Röhre zugleich von einem directen und einem reflectirten Wellenzuge ausgefüllt ist. Betrachten wir den Zustand der Luft in der Röhre in irgend einem Zeitpunkte $(2t + \tau)$, so ist zunächst offenbar die reflectirte Welle derjenigen congruent, welche bei fehlender Wand W die Verlängerung der Röhre über W hinaus ausfüllen würde, nur haben alle Geschwindigkeiten das entgegengesetzte Vorzeichen.

Stellen wir die Wellenbewegung durch die momentanen Geschwindigkeiten der Lufttheilchen dar, indem wir die links gerichteten Geschwindigkeiten nach unten, die rechts gerichteten nach oben als Ordinaten auftragen, und tragen wir die directe Welle auf der obersten, die reflectirte Welle auf der untersten Zeile der Figur auf, so erhalten wir das auf der mittleren Zeile anfgetragene Bild der resultirenden Welle für die Zeit $2t + \tau$ d. h. für einen beliebigen Zeitpunkt nach der Zeit $2t$.

Man bemerkt, dass an der Wand W die Geschwindigkeiten gleich und entgegengesetzt sind und dass sich dieses in jedem Punkte wiederholt, der um eine ganze Anzahl von halben Wellenlängen von W entfernt ist.

Die Rechnung gibt uns genau dasselbe Resultat. Es ist aber nicht nöthig, dieselbe anzustellen. Denn man erkennt, dass durch die Reflexion an Orten, welche um eine ganze Anzahl halber Wellenlängen von der Wand entfernt liegen, stets solche Geschwindigkeiten zusammentreffen, welche in dem ungehinderten Wellenzuge um eine ganze Anzahl von Wellenlängen auseinander liegen, also genau gleiche Grösse und Richtung haben. Da durch die Reflexion die Geschwindigkeiten umgekehrt werden, so folgt an allen diesen Stellen die Geschwindigkeit Null. Die Punkte N, welche zu jeder Zeit die resultirende Geschwindigkeit Null besitzen, heissen Knotenpunkte, und eine Welle, welche Knotenpunkte besitzt, heisst eine stehende Welle. Die zwischenliegenden Theilchen haben resultirende Geschwindigkeiten, welche abwechselnd in jeder halben Wellenlänge entgegengesetzte Richtung haben, also ganz ebenso wie in der

gewöhnlichen, ohne Reflexion fortschreitenden Welle. In unserer Figur resultirt zur Zeit links gerichtete Geschwindigkeit auf der Strecke W N, rechts gerichtete auf N_1 N_2, und so fort abwechselnd. Um den Zustand nach Verlauf der Zeit $\frac{\delta}{2}$ darzustellen, ist die Zeichnung um $\frac{1}{2}$ Wellenlänge nach rechts gegen die feste Wand W zu verschieben, und es gehen dann in W N_1 die Theilchen nach rechts, in N_1 N_2 nach links u. s. f. Man sieht daraus, dass um die Knoten herum abwechselnd nach Verlauf von halben Schwingungszeiten Verdichtung und Verdünnung stattfindet.

Der Zustand der Luft in einer gedeckten Röhre, in welcher sich eine stehende Welle ausgebildet hat, ist demnach der, dass die Luft um gewisse Querschnitte von unveränderter Lage (Knoten), welche von dem Deckel W um eine ganze Anzahl von halben Wellenlängen abstehen, sich in der Weise bewegt, dass sie während einer halben Oscillationsdauer nach den ungeraden Knoten von beiden Seiten aus hinströmt, um in der nächsten halben Oscillationsdauer von diesen abzufliessen und die Verdichtung um die geraden Knoten zu erzeugen.

§. 531.

Gedeckte Pfeifen. — Versieht man eine einseitig gedeckte Röhre am offenen Ende mit einem Mundstück, welches die daselbst befindliche Luftschichte intermittirend in Bewegung zu setzen im Stande ist, so erhält man eine gedeckte Pfeife.

Man erkennt leicht, dass die Entfernung des Mundstückes von dem Deckel der Pfeife nicht gleichgiltig ist, wenn das Mundstück entweder selbst eine bestimmte Schwingungsdauer δ hat, oder durch die Pfeife ein Ton von bestimmter Höhe hervorgebracht werden soll.

Denn ein Ton von bestimmter Höhe hat in Luft eine ganz bestimmte Wellenlänge und soll die Pfeife stehende Wellen von bestimmter Länge geben, so müssen die Knoten, indem sie die halbe Wellenlänge abgrenzen, völlig bestimmte Lagen haben.

Würde man das Mundstück an einer Stelle anbringen, wo der zu erzeugende Ton einen Knoten verlangt, so würde der Ton nicht entstehen, da das Mundstück an der Stelle, wo beharrliche Ruhe sein soll, die Lufttheilchen von Zeit zu Zeit in Bewegung setzen würde.

Die richtige Stelle des Mundstückes ist vielmehr in der Mitte zwischen zwei Knoten, wo die Theilchen schon vermöge der bestehenden Welle abwechselnd Geschwindigkeiten in der einen oder anderen Richtung haben, also Bewegungen ausführen, welche von dem Mundstücke ständig oder intermittirend unterstützt werden. Somit ist die Entfernung des

Mundstückes vom Deckel eine viertel Wellenlänge mehr oder weniger als eine ganze Anzahl von halben Wellenlängen, oder, was dasselbe ist, eine ungerade Anzahl von Viertel-Wellen desjenigen Tones, den die Pfeife geben soll.

Diesen Abstand pflegt man die Länge (L) der Pfeife zu nennen. Es ist somit

$$L = (2n - 1)\frac{l}{4}.$$

Daraus folgt, dass eine gedeckte Pfeife von gegebener Länge L unzählige Töne geben kann, nämlich alle Töne, deren Wellenlänge in der Formel

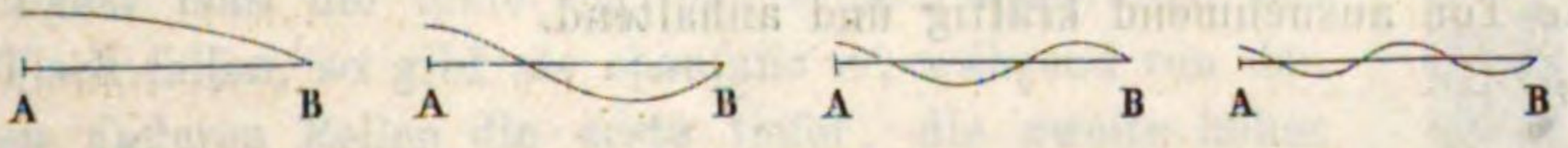
$$l = \frac{4\,L}{2n-1}$$

inbegriffen ist, wenn man für n alle positiven Zahlen setzt.

Der tiefste Ton, den die gedeckte Pfeife hervorbringt, hat die Wellenlänge 4 L, die höheren der Reihe nach die Wellenlängen

$$l = 4\,L,\ \frac{4}{3}\,L,\ \frac{4}{5}\,L,\ \frac{4}{7}\,L \ldots . \quad \text{(Fig. 438)}$$

Fig. 438.



oder (wegen $l = \frac{c}{N}$, wobei N die Schwingungszahl bedeutet) die Schwingungszahlen

$$N = \frac{c}{4\,L}, \frac{3\,c}{4\,L}, \frac{5\,c}{4\,L}, \frac{7\,c}{4\,L} \ldots .$$

Die höheren Töne werden dadurch erzeugt, dass man Luft mit grösserer Geschwindigkeit einströmen lässt.

Diese einfache Theorie der gedeckten Pfeifen trifft nur da ziemlich genau zu, wo die Thätigkeit des Mundstückes von der schwingenden Bewegung der Luft in der Röhre unabhängig ist.

Versuche. — Die Schwingungszahl einer Stimmgabel, deren Ton zwischen g und a lag, gab der Tonmesser von Apunn auf 208 an. Wurde diese Stimmgabel angeschlagen und über die Oeffnung eines cylindrischen Standglases von 6^{zm} Weite gehalten, welches theilweise mit Wasser gefüllt war, so wurde die grösste Verstärkung des für sich nicht wahrnehmbaren Eigentones der Stimmgabel gehört, wenn die Luftsäule $0{,}385^{m}$ lang war. Dieselbe Röhre würde auch ansprechen auf eine Stimmgabel, welche 3 . 208, 5 . 208 . . . . Schwingungen in der Secunde macht, indem

sich ausser dem Knoten am Deckel noch 1,2 . . . Knoten im Innern der Röhre bilden.

Die geringste Länge einer gedeckten Pfeife, welche der Theorie gemäss diesen Ton gibt, ist

$$L = \frac{332}{4 \cdot 208} = 0{,}40^{m}.$$

Die Differenz der beobachteten und berechneten Länge ist nicht zufällig, sondern wiederholt sich bei allen ähnlichen Versuchen. Stets verlangt die Rechnung eine etwas grössere Rohrlänge als der Versuch. Die Differenz rührt daher, dass die Bildung der stehenden Wellen nicht völlig auf die Röhre beschränkt bleibt, sondern sich etwas in die äussere Luft fortsetzt.

Auf eine zweite Stimmgabel mit der Schwingungszahl 435 sprachen Luftsäulen von $0{,}177^{m}$ und $0{,}18^{m}$ Länge am stärksten an. Beide waren in Glasröhren eingeschlossen, deren eine $2{,}4^{zm}$, die andere $7{,}5^{zm}$ Durchmesser hatte. Wird dieselbe Stimmgabel auf einem Resonanzkästchen befestigt, welches aus fünf 1^{zm} dicken Brettchen von Fichtenholz besteht, die einen viereckigen Hohlraum von $0{,}177^{m}$ Länge einschliessen, während Füsse von Kautschuck die Mittheilung der Schwingungen an den Tisch verhindern, so ist der durch Streichen mit einem Fiedelbogen erhaltene Ton ausnehmend kräftig und anhaltend.

§. 532.

Stehende Wellen in offenen Röhren. — Auch in einer beiderseits offenen Röhre bilden sich stehende Schwingungen, wenn die in ihr enthaltene Luftsäule von dem einen Ende her in Schwingungen versetzt wird. Doch ist von vornherein klar, dass hier an dem anderen Ende kein Knoten liegen kann, da die unmittelbar angrenzende äussere Luft auf Verdünnungen und Verdichtungen, die sich an diesen Enden bilden wollten, einwirken und durch Einströmen oder Duldung des Abströmens die Ruhe des Knotens stören würde.

Wenden wir am vorderen Ende dieselben Mittel der Erregung an wie bei den gedeckten Pfeifen, so haben wir an diesem Ende die gleichen Umstände wie vorhin und es folgt:

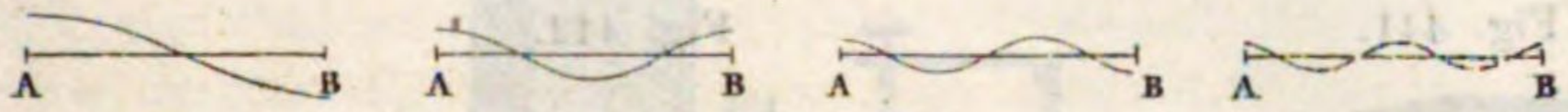
Stehende Schwingungen der Luft in einer offenen Röhre haben an den Enden Bäuche und die Knoten liegen um $^1/_4$ Wellenlänge von den Enden entfernt.

Somit hat der tiefste Ton einer offenen Röhre von der Länge L die Wellenlänge $l = 2\,L$, und allgemein haben die Töne, welche eine offene

Röhre von der Länge L geben kann, je nachdem sie 1, 2 ... n Knoten enthält, die Wellenlänge

$$l = \frac{4\,\mathrm{L}}{2\,n} \text{ (Fig. 439)}$$

Fig. 439.



oder die Schwingungszahl

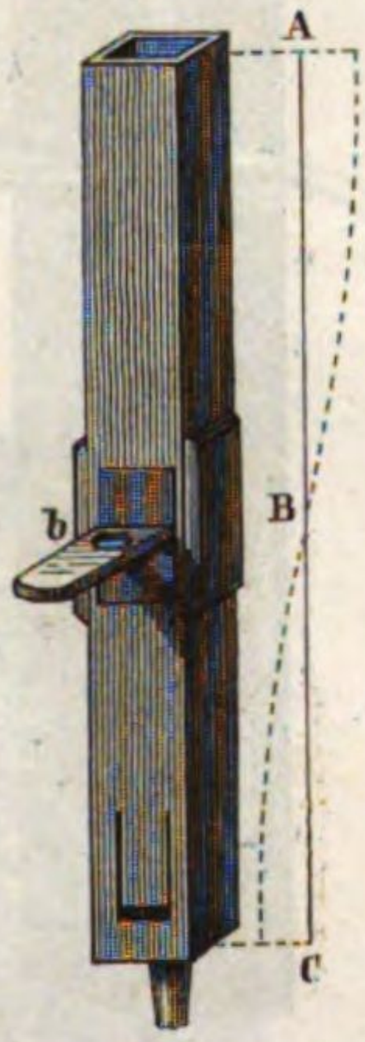
$$\mathrm{N} = 2\,n\,\frac{c}{4\,\mathrm{L}}$$

Daraus entnimmt man, dass ein offenes Rohr, dessen tiefster Ton mit dem eines gedeckten gleich sein soll, die doppelte Länge desselben haben muss.

In der That: Lässt man dieselbe Stimmgabel (N = 435), welche im Standglase eine Luftsäule von 18^{zm} Länge kräftig zum Tönen brachte, vor einer beiderseits offenen Papierrolle von 36^{zm} Länge schwingen, so erhält man ein kräftiges a', welches merklich an Stärke verliert, wenn man die Rolle auf 37,3^{zm} verlängert oder auf 34,3^{zm} verkürzt.

Lässt man die erste der benutzten Papierrollen auf den Tisch fallen, so gibt sie ebenfalls a', während von den beiden anderen Rollen die erste tiefer, die zweite höher klingt.

Fig. 440.



Dieselbe Thatsache lässt sich mit Hilfe der in Fig. 440 dargestellten Orgelpfeife nachweisen. Dieselbe ist in der Mitte mit einem Schieber b versehen, welcher, je nachdem er in der abgebildeten Stellung oder umgekehrt eingeschoben wird, die Pfeife offen lässt oder in eine gedeckte Pfeife von halber Länge verwandelt. Die Tonhöhe ist in beiden Fällen die gleiche.

§. 533.

Nachweis der Knoten durch den Flammenapparat. — Die Lage der Knoten in offenen Röhren pflegt man an Orgelpfeifen nachzuweisen, welche mit Gasflammen in Verbindung gesetzt sind.

Auf eine geschlossene Wand der (hölzernen) Pfeife (Fig. 441) ist eine schmale Windlade E G aufgesetzt, in welche Leuchtgas durch den Schlauch D einströmt. Bei E, F, G führen Röhren aus der Windlade nach den Kapseln a, b, c und leiten das Gas den entsprechenden Flämmchen zu. Die Kapseln haben die in Fig. 442 detaillirte Einrichtung. Das

Gas ist durch die leicht bewegliche Membrane C B von der Pfeife abgeschlossen, so dass eine bei E D in der Pfeife entstehende Verdichtung oder Verdünnung der Luft comprimirend oder ausdehnend auf das in der Kapsel enthaltene Gas wirkt und dadurch ein Aufflackern oder Sinken der Flamme verursacht.

Fig. 441.

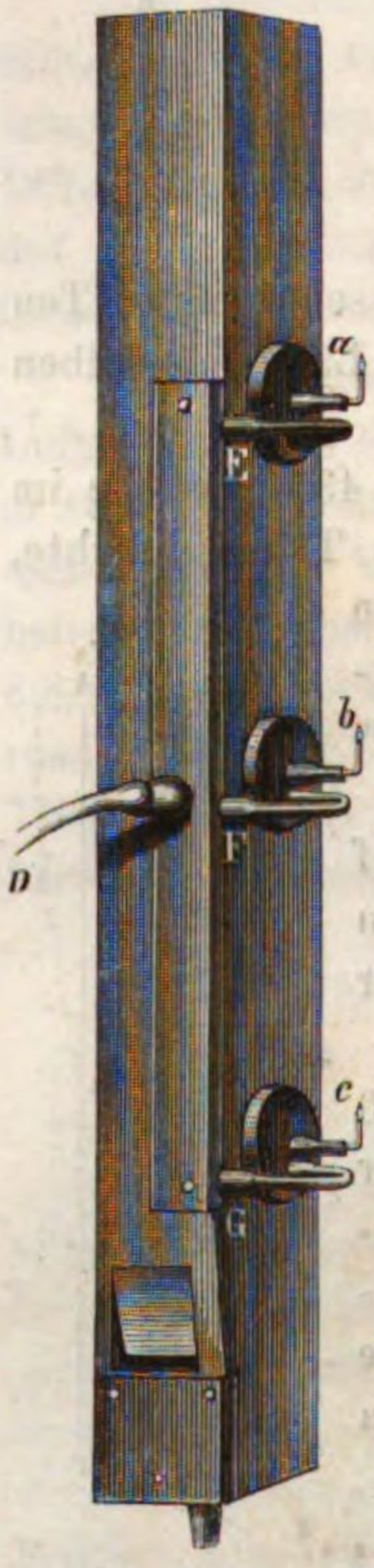
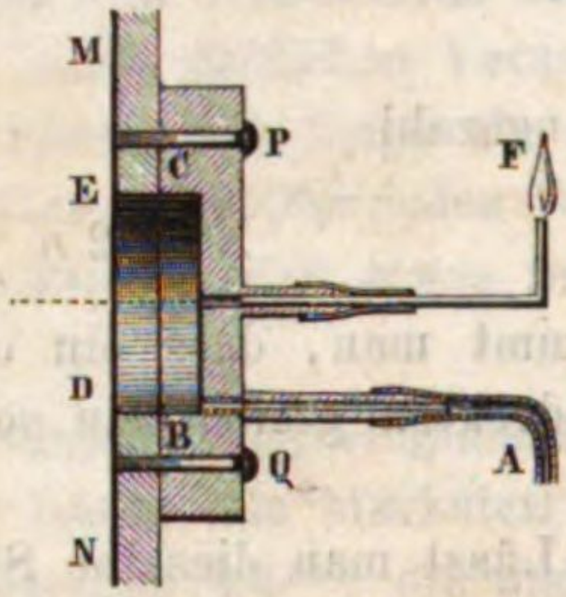


Fig. 442.



Gibt die Pfeife ihren tiefsten Ton, so sind die Flammen *a* und *c* beinahe völlig in Ruhe, während *b* heftig flackert. Der Knoten liegt demnach in der Mitte. Wird die Röhre stärker angeblasen, so gibt sie die Octave des Grundtones und die Bewegung der Flamme zeigt Knoten in *a* und *c* an, während die Flamme *b* in Ruhe bleibt.

Bedenkt man, dass an einem Knotenpunkte nach jeder halben Schwingungsdauer Verdichtung mit Verdünnung wechselt, dass somit im Auge der Lichteindruck des Aufflackerns über die Pause des Erlöschens fortdauert, so wird man erwarten, nur die Verlängerung der Flamme zu sehen. Ist indessen der Druck, unter welchem das Gas einströmt, sehr gering, so lassen sich die Flammen leicht so reguliren, dass sie mit dem Beginn des Tönens an den Knotenpunkten erlöschen.

Ist der Druck stärker, so bedient man sich eines rotirenden Spiegels, um die der Zeit nach aufeinander folgenden Flammenbilder aus einander zu ziehen (Fig. 443). In diesem Spiegel, den man gewöhnlich aus vier spiegelnden Platten zusammensetzt, erscheint das Bild der Gasflamme, welche an einem Schwingungsbauche brennt, als ununterbrochener Lichtstreifen, am Schwingungsknoten hingegen erhält man das in Fig. 444 dargestellte Spiegelbild, worin Flammen mit dunkeln Stellen abwechseln. Jenen entsprechen die Verdichtungen, diesen die Verdünnungen der Luft am Knoten.

Fig. 443.

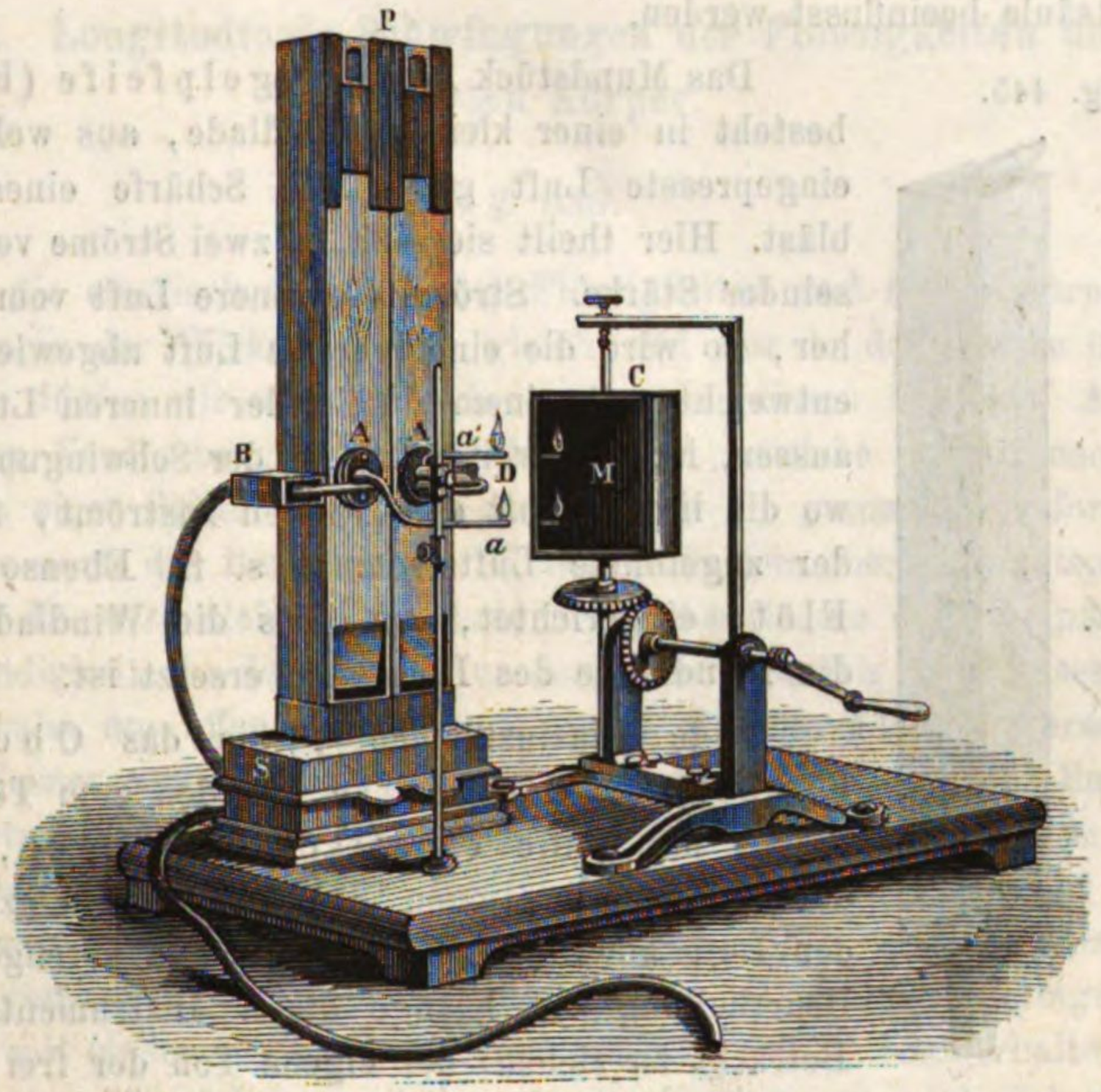
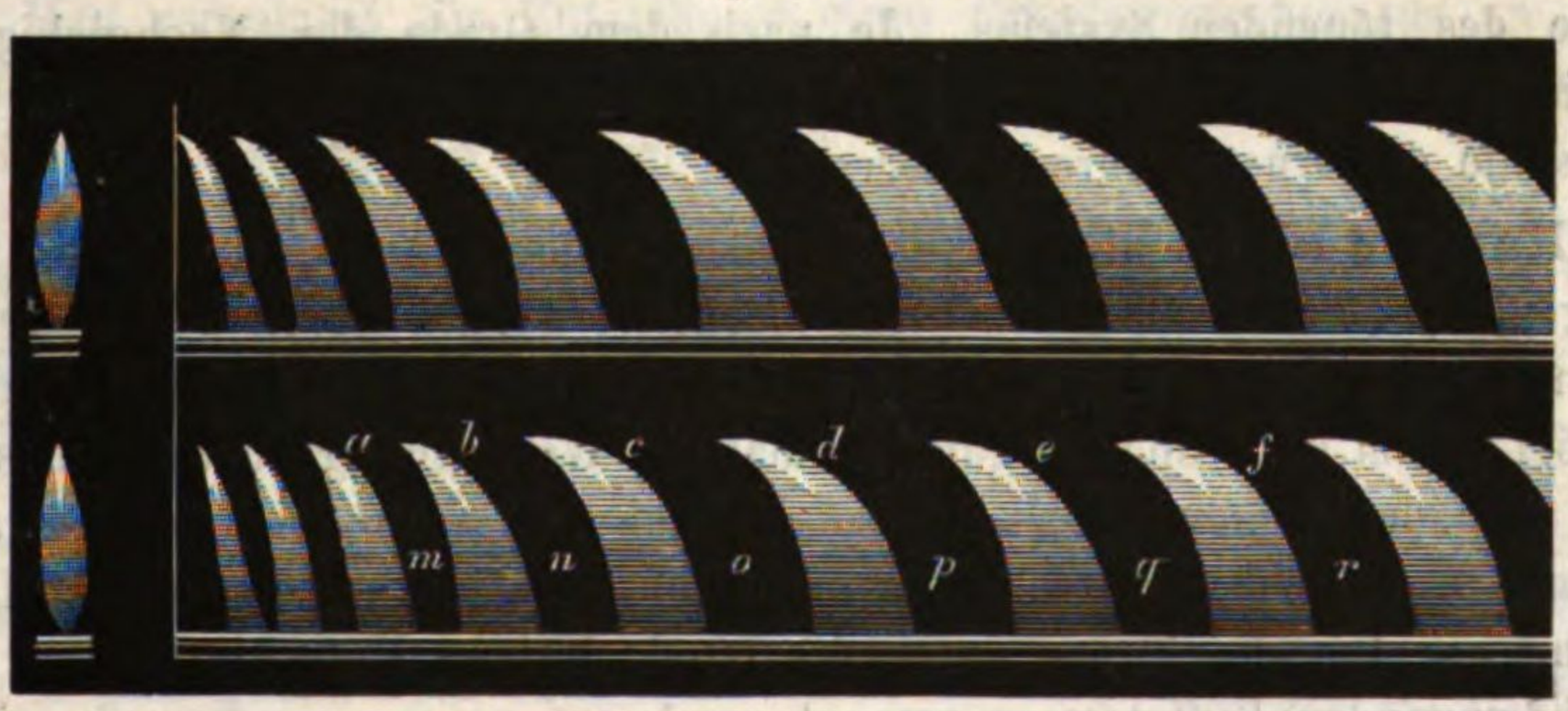


Fig. 444.

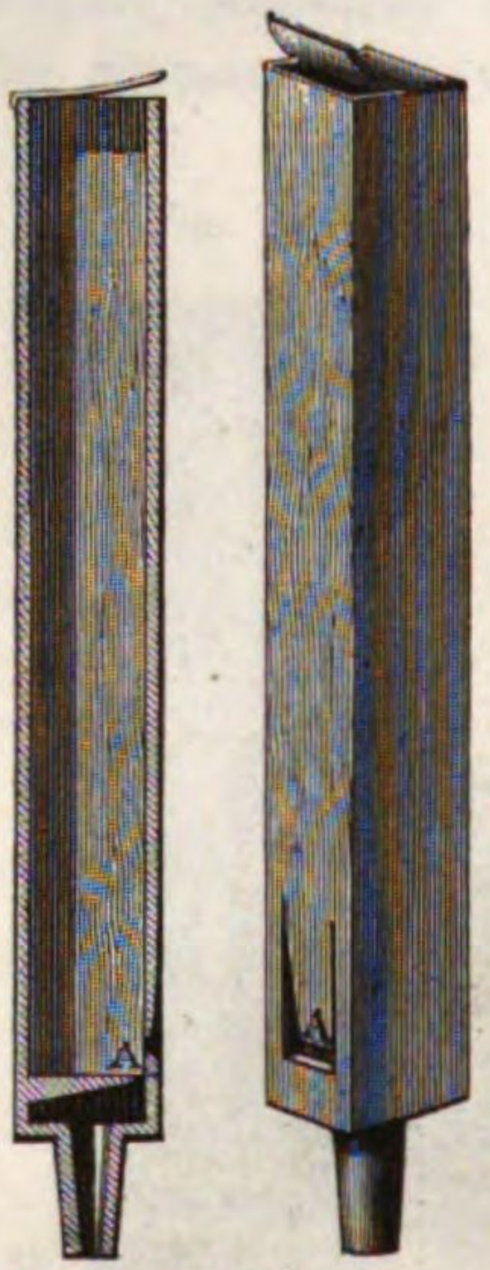


§. 534.

Die **Blasinstrumente** sind Röhren, die aus irgend einer festen Substanz angefertigt sind und eine Luftsäule enthalten, welche mittelst eines Mundstückes in stehende Schwingungen versetzt wird. Die Beurtheilung der Höhe des Tones, den ein solches Instrument gibt, sollte also nach den im Vorausgehenden gegebenen einfachen Lehren erfolgen. Man findet indessen nicht unerhebliche Abweichungen, weil die Bewegungen des

Mundstücks in der Regel von den durch sie veranlassten Schwingungen der Luftsäule beeinflusst werden.

Fig. 445.



Das Mundstück A der Orgelpfeife (Fig. 445) besteht in einer kleinen Windlade, aus welcher die eingepresste Luft gegen die Schärfe eines Keiles bläst. Hier theilt sie sich in zwei Ströme von wechselnder Stärke. Strömt die innere Luft vom Knoten her, so wird die eindringende Luft abgewiesen und entweicht mit einem Theile der inneren Luft nach aussen, in der zweiten Hälfte der Schwingungsdauer, wo die innere Luft dem Knoten zuströmt, folgt ihr der zugeführte Luftstrom u. s. f. Ebenso ist die Flöte eingerichtet, nur dass die Windlade durch die Mundhöhle des Blasenden ersetzt ist.

Viele Blasinstrumente, wie das Oboe, das Fagott, die Clarinette, werden zum Tönen gebracht mit Hilfe elastischer Zungen, welche durch ihre Vibrationen den Weg der einzublasenden Luft abwechselnd erweitern und verengen. Bei Beurtheilung der Klänge dieser Instrumente ist in Betracht zu ziehen: der eigene Ton der frei schwingenden Zunge, die Länge der Ansatzröhre, in welcher die Luft stehende Schwingungen macht, und die gegenseitige Einwirkung dieser Bestandtheile des tönenden Systems. Je nach dem Grade der Nachgiebigkeit (Weichheit) der Zunge zeigt sich der Ton von den Schwingungen der Luftsäule des Ansatzrohres beherrscht.

Harte Zungen allein ohne Ansatzrohr hat die Harmonika. Die Zungen dienen hier als Deckel von Löchern, werden durch den eingeblasenen Wind gehoben und schwingen durch ihre eigene Elasticität zurück, um bei jedem Hin- und Hergang einmal die Windöffnung zu verschliessen. Der Ton der Zunge selbst ist so schwach, dass er nicht in Betracht kommt; was gehört wird, sind die Dichtigkeitsunterschiede der Luft, welche wie bei der Sirene durch die regelmässigen Unterbrechungen des durchdringenden Luftstromes erzeugt werden.

V. Longitudinale Schwingungen der Flüssigkeiten und festen Körper.

§. 535.

Da die elastischen Kräfte der Flüssigkeiten und festen Körper denen der Gase in der Wirkungsweise gleich und nur in der Grösse überlegen sind, so dürfen wir erwarten, dass auch in diesen letzteren Aggregatzuständen Verdichtungen und Verdünnungen, welche durch mechanische Kraft an einer Stelle entstanden sind, durch die ganze Masse fortpulsiren und dass auch die Reflexion der Wellen nach dem oben erkannten Gesetze erfolgt. Es wird sich nichts ändern als die Grösse der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. In der That kann man eine einseitig geschlossene Röhre, welche nahe am offenen Ende mit einem Flötenmundstück versehen ist, unter Wasser zum Tönen bringen, wenn man in das offene Ende einen Wasserstrahl einpresst. Stäbe von Metall, Holz, Glas können in longitudinale Schwingungen versetzt werden, wenn man sie einspannt und der Länge nach mit einem Lederlappen streicht, den man durch Colophonium klebrig gemacht hat, ebenso gespannte Saiten. Glasröhren erklingen, wenn man sie mit einem feuchten Wollenlappen streicht. Die so erhaltenen Töne sind rein, weich und immer höher als die durch transversale Schwingungen desselben Stabes erzeugten.

Man veranlasst die Entstehung eines Schwingungsknotens an einer Stelle des Stabes, wenn man dieselbe einklemmt oder während des Anstreichens zwischen den Fingern hält.

Ist ein Stab von der Länge L an einem Ende eingeklemmt, so ist wegen des Knotens am Ende die Höhe N der Töne, welche er geben kann, durch die in §. 531 für die gedeckten Röhren gegebene Formel bestimmt, nämlich

$$N = (2n-1)\frac{c'}{4L},$$

wobei c' die dem Stoffe eigenthümliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist und n jede ganze Zahl sein kann. Ist der Stab hingegen bei gleicher Länge L in der Mitte gehalten, so sind Bäuche an beiden Enden und die möglichen Tonhöhen durch die für offene Röhren geltende Formel

$$N = n\frac{c'}{2L}$$

gegeben.

Unter diese Formel fallen auch die Höhen der durch Longitudinalschwingungen gespannter Saiten erzeugten Klänge, da der tiefste derselben 2 Knoten (an den Enden) hat.

Zweites Kapitel.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles.

I. Directe Messungen.

§. 536.

Geschwindigkeit des Schalles in Luft. — Die Zeit, welche vergeht, bis der an einem Orte erregte Schall an einem zweiten Orte gehört wird, ist für den Fall, dass nur atmosphärische Luft die Schallbewegung ausführt, seit dem Jahre 1798 mehrmals nach der gleichen Methode gemessen worden. Es wurde stets abwechselnd an einem der beiden Orte durch Abfeuern eines Gewehrs oder einer Kanone ein Knall erzeugt, während der am zweiten Orte aufgestellte Beobachter die Zeit mass, welche zwischen dem Sehen und Hören des Schusses verging. Zugleich wurde an beiden Orten der Barometerstand und die Temperatur notirt, der Feuchtigkeitsgrad bestimmt und die relative Geschwindigkeit des Windes berücksichtigt.

Dabei ergab sich 1) dass die Schallgeschwindigkeit in Luft von gleicher Beschaffenheit constant, d. h. von der Länge der durchlaufenen Strecke unabhängig ist; 2) dass hingegen der Feuchtigkeitsgrad und die Temperatur dieselbe beeinflussen; 3) dass die Geschwindigkeit des Windes sich zu der bei Windstille geltenden Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls algebraisch summirt.

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Schall in mittlern Breiten (Fallbeschleunigung = 9,806 Meter) in ruhiger trockener Luft von 0° Cels. und 760^{mm} Spannung fortpflanzt, ergibt sich aus den Versuchen von

Lacaille (Commission der Pariser Acad. 1798) . .	332,00	Meter
Benzenberg (1800)	333,02	„
Goldingham (1821)	331,10	„
Arago (Commission der Par. Acad. 1822) . . .	330,64	„
Moll und van Beck (1823)	332,25	„

Später hat Regnault noch nachgewiesen, dass die Entstehungsweise des Schalls nicht ganz ohne Einfluss ist, indem er die Geschwindigkeit des durch abwechselnde Kanonenschüsse erregten Knalls bei 1268 Meter Entfernung zu 331,37^m, bei 2445 hingegen zu 330,70^m fand. Es erklärt sich dieses daraus, dass die durch den Schuss in die Luft geschleuderte Gasmasse an der Entstehungsstelle Unregelmässigkeiten veranlasst.

Von der unter den zufälligen Umständen des Versuchs gefundenen Zahl geht man auf die oben gegebene Normalgeschwindigkeit durch eine Rechnung über, welche sich an die im Folgenden abzuleitende Formel anschliesst.

§. 537.

Theoretische Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Luft. — Es ist zu ermitteln, welche Zeit (t) vergeht, bis die Verdichtung der sehr kurzen Schichte A auf die folgende Schichte B von der anfänglichen Dichtigkeit D, der geringen Länge x und dem Querschnitt a übergegangen ist. In dieser Zeit hat sich die Verdichtung auf den Weg x (die Länge einer Schichte) fortgepflanzt, so dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit $U = \frac{x}{t}$ ist.

Die comprimirte Schichte A habe die Länge $(x - dx)$, die Druckintensität $p + dp$, während die neutrale Schichte B die Länge x und die Druckintensität p besitzt.

Während der Ueberdruck von dp bis Null abnimmt, verschiebt sich die Trennungsfläche der Schichten um $\frac{1}{2} dx$. Dieses geschieht während der Zeit $\frac{1}{2} t$. Man darf annehmen, dass während dieser Zeit der mittlere Ueberdruck $a \frac{dp}{2}$ auf die Scheidewand thätig war. Die halbe Masse der Schichte B erhält dabei eine gewisse Geschwindigkeit du, deren Mittelwerth durch

$$\frac{\frac{1}{2} dx}{\frac{1}{2} t} = \frac{dx}{t}$$

gegeben ist.

Dann gibt die Aequivalenz von Arbeit und lebendiger Kraft die Gleichung

$$\frac{1}{2} a\, dp\, \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{a \frac{1}{2} dx\, D}{g} du^2$$

oder, indem man $du = \frac{dx}{t} = U \frac{dx}{x}$ setzt und die gleichen Factoren beiderseits fortlässt,

$$dp = D\, U^2 \frac{dx}{g\, x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1.$$

Bei der Bestimmung von $d\,p$ ist zu bedenken, dass die Compression der Schichte A ohne Wärmeabgang erfolgte und demgemäss eine Temperaturerhöhung derselben mit sich brachte.

Folglich ist $d\,p$ durch die in §. 175 abgeleitete Differenzialgleichung der adiabatischen Curve gegeben und

$$\frac{d\,p}{p} = -\frac{C}{c}\,\frac{d\,v}{v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2.$$

Da nun dem absoluten Werthe nach $-d\,v = a\,d\,x$, $v = a\,x$, so folgt, wenn das Verhältniss $\frac{C}{c}$ der specifischen Wärmen mit k bezeichnet wird, dem absoluten Werthe nach

$$d\,p = k\,p\,\frac{d\,x}{x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3.$$

Durch Substitution dieses Werthes von $d\,p$ in Gl. 1 folgt $D\,U^2 = k\,p\,g$ oder

$$U = \sqrt{\frac{k\,p}{D}\,g}.$$

§. 538.

Geschwindigkeit des Schalles in Wasser. — Die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Schall in Wasser fortpflanzt, haben Colladon und Sturm im Jahre 1827 auf dem Genfer See gemessen. Sie legten in gemessener Entfernung zwei Fahrzeuge vor Anker, deren eines den zur Erregung des Schalls bestimmten Apparat enthielt, während sich auf dem zweiten der mit einem Hörrohre bewaffnete Beobachter befand. Der Signalapparat bestand in einer unter dem Wasserspiegel befindlichen Glocke und einem Hebel, dessen eines Ende in dem Momente an die Glocke anschlug, in welchem die am anderen Ende befindliche Lunte ein Häufchen Pulver entzündete. Das ebenfalls unter Wasser befindliche Hörrohr wendete die Axe einer weiten trichterförmigen Oeffnung nach dem Erregungsorte des Schalls. Aus der Zeit, welche zwischen der Ankunft des Lichtsignals und des Schalls verging, wurde die für eine Temperatur von 8,1° C. geltende Fortpflanzungsgeschwindigkeit 1435^m abgeleitet. Beudant fand im Meerwasser 1500^m.

§. 539.

Ueber die **Fortpflanzung des Schalles in festen Körpern** hat Biot Versuche gemacht, indem er an dem einen Ende einer 951,25^m langen unterirdischen leeren Röhrenleitung, die aus 376 gusseisernen Stücken zusammengesetzt war, die Zeit mass, welche verging zwischen der Ankunft des im Eisen und des in Luft fortgeleiteten Schalls, der am anderen Ende durch einen Hammerschlag erregt worden war. In der Luft der Röhre gebrauchte

der Schall 2,50 Secunden länger als im Eisen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Luft wurde zu 340^m berechnet. Aus dieser Angabe ergibt sich, dass die Geschwindigkeit des Schalls in Eisen etwa $10^1/_2$mal so gross ist als in Luft. Diese Zahl fand zwei Bestätigungen durch Wertheims und Breguets Versuche, welche an einer eisernen Telegraphenleitung ausgeführt wurden.

II. Indirecte Messung der Schallgeschwindigkeit.

§. 540.

Schallgeschwindigkeit in Gasen. — Da Schallgeschwindigkeit c, Wellenlänge l und Schwingungszahl N in der einfachen Beziehung stehen $c = N\,l$, so lässt sich die Schallgeschwindigkeit berechnen, wenn sowohl die Wellenlänge als die absolute Höhe eines Tones gemessen sind. Eine gedeckte Pfeife von messbar veränderlicher Länge kann demnach in folgender Weise zur Messung der Schallgeschwindigkeit dienen. Die Pfeife wird zunächst (durch geeignete Stellung des abschliessenden Kolbens) so gestimmt und so stark angeblasen, dass zugleich mehrere Knoten und ein anderweitig bereits fixirter Ton von genau bestimmter Höhe entstehen. Nun wird der Kolben so weit verschoben, bis die auf dieselbe Weise angeblasene Pfeife wieder denselben Ton gibt. Die Grösse der hiezu nöthigen Verschiebung ist genau eine halbe Wellenlänge des Tons.

Diese Methode wurde zuerst von Dulong, später von Masson angewendet, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Gasen zu ermitteln. Sie erhielten dabei folgende Resultate, welche auf die oben definirten normalen Umstände reducirt sind.

	Dulong.	Masson.*)
Luft	333,00 Meter.	333,00 Meter.
Sauerstoff	317,17	—
Wasserstoff	1269,50	—
Sumpfgas C_2H_4	—	431,82
Ammoniak	—	415,00
Wasserdampf	—	401,00
Kohlenoxydgas	337,40	339,76
Stickoxyd	—	325,00
Oelbildendes Gas	314,00	318,73
Schwefelwasserstoff	—	289,27
Chlorwasserstoff	—	297,00

*) Masson: Comptes rendues, t. 44. 1857.

	Dulong.	Masson.
Kohlensäure	261,60 Meter.	256,83 Meter.
Stickoxydul	261,90	256,45
Alkoholdampf	—	230,59
Cyan	—	229,48
Schwefelige Säure SO_2	—	209,00
Salzäther	—	199,00
Schwefelkohlenstoff	—	189,00
Aether	—	179,20

§. 541.

Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten. — Die Methode Wertheims ist von der bei Gasen angewendeten nicht wesentlich verschieden. Eine einseitig geschlossene Röhre, welche in der Nähe des offenen Endes mit dem Mundloch der Flöte versehen ist, liegt horizontal in einem mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllten Kasten. Diese in der Röhre enthaltene Flüssigkeit wird durch einen Strom derselben Flüssigkeit, den man mittelst einer Compressionspumpe in die Endöffnung der Röhre einpresst, in stehende Schwingungen versetzt und so zum Tönen gebracht. Die Flüssigkeit im Kasten hat dabei Gelegenheit, durch Kanäle in den über dem Kolben der Pumpe befindlichen Raum zu entweichen. Sobald dann nach Verkürzung der Röhre wieder ein Ton von gleicher und bestimmter Höhe gewonnen ist, wird die Verkürzung gemessen und wie oben die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aus der Formel

$$c = \mathrm{N}\, l$$

berechnet.

Merkwürdigerweise fand Wertheim auf diese Weise die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls im Wasser gleich 1173,4 M., also weit geringer als sie von Colladon und Sturm im Genfer See gefunden worden ist.

Man fühlt sich dadurch veranlasst, den Flüssigkeiten bei allseitiger Ausbreitung der Schallwellen eine grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit zuzuschreiben als bei einseitiger, beschränkt demnach die Giltigkeit von Wertheims Resultaten auf den Fall einseitiger Fortpflanzung und sucht sie durch Multiplikation mit dem constanten Factor $\sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}2247$ auf den Fall allseitiger Ausbreitung zu reduciren.

Wertheim fand

Flüssigkeit.	Temperatur.	Specif. Gewicht.	$\mathrm{N}\, l$
Flusswasser	15°	0,9996	1173,4
Meerwasser	20	1,0264	1187,0
Kochsalzlösung	18	1,1920	1275,0

Flüssigkeit.	Temperatur.	Specif. Gewicht.	N l
Schwefelsaures Natrium	20	1,1089	1245,2
Kohlensaures Natrium	22,2	1,1828	1301,8
Salpetersaures Natrium	20,9	1,2066	1363,5
Alkohol	23	0,7960	947,0
Weingeist	20	0,8362	1049,9
Terpentin	24	0,8622	989,8
Aether	0	0,7529	946,3

§. 542.

Um die **Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in festen Körpern** zu messen, verfertigt man aus denselben Stäbe oder Drähte, klemmt sie in der Mitte, beziehungsweise an beiden Enden ein und sucht durch Streichen derselben mit einem durch Colophoniumpulver klebrig gemachten oder feuchten Lappen den tiefsten Ton zu erhalten, den der Stab oder Draht geben kann. Die Höhe (N) dieses Tones und die Länge (L) des Stabes (oder Drahtes) werden gemessen, dann ist wegen $L = \frac{1}{2} l$

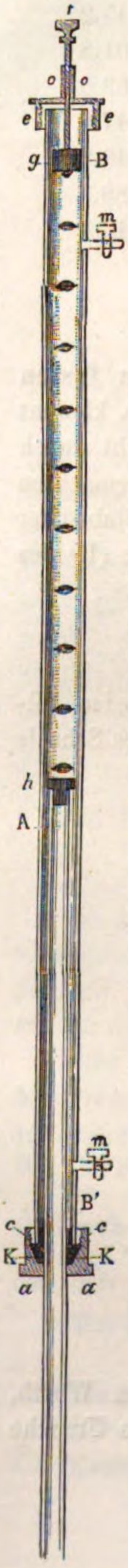
$$c = 2 N L.$$

Nach dieser Methode haben Chladni und später Wertheim folgende Resultate erhalten, bei deren Angabe die Geschwindigkeit des Schalls in Luft als Einheit angenommen ist.

	2 N L : 332,25	
Material.	Chladni.	Wertheim.
Gold (gezogen)	—	6,4
Silber	9,0	8,1
Platin	—	8,2
Kupfer	12,0	11,2
Zinn	7,5	7,5
Zink	—	11,0
Messing	10,7	—
Eisen	16,7	15,1
Stahldraht	—	15,0
Glas	16,7	—
Eichenholz	10,7	—
Buchenholz	12,5	—
Fichtenholz	16,0	—
Tannenholz	18,0	—

Die directen Versuche ergaben für Eisen 10,5, also einen Werth, der von den hier erhaltenen bei weitem übertroffen wird. Die Ursache dieser Abweichung ist unerklärt.

Fig. 446.



§. 543.

Eine sehr bemerkenswerthe Methode, die Schallgeschwindigkeit in Gasen und die relative Schallgeschwindigkeit in festen Körpern zu messen, ist von Kundt*) angegeben worden.

Kundt erregt zu dem ersteren Zwecke die in einer Glasröhre BB' (Fig. 446) von ungefähr 1 Meter Länge befindliche trockene Luft zu stehenden Schwingungen, indem er eine zweite engere, am Ende A durch einen Hartgummipfropf verschlossene Glasröhre, welche in die erste mittelst eines Korkes KK eingepasst ist, in longitudinale Schwingungen versetzt. Dabei sammelt sich Semen lycopodii, welches sich in BB' befindet, an den Knoten an und grenzt die halbe Wellenlänge mit einer für die Messung hinreichenden Genauigkeit ab.

Da die (mit einem feuchten Tuchlappen) geriebene Glasröhre stets denselben Ton gibt, verhalten sich die in verschiedenen Gasen gemessenen halben Wellenlängen direct wie die entsprechenden Schallgeschwindigkeiten.

Auch beiderseits zugeschmolzene Glasröhren, welche verschiedene Gase und etwas Semen lycopodii enthalten, geben, in der Mitte eingeklemmt und in longitudinale Schwingungen versetzt, Staubhäufchen, deren Entfernungen sich wie die Schallgeschwindigkeiten in den betreffenden Gasen verhalten, und sind desshalb zur Demonstration sehr geeignet.**)

Zur Messung der Schallgeschwindigkeit in einem Stabe wurde derselbe in der Mitte so fest geklemmt, dass sein Ende in die das Semen lycopodii enthaltende, ebenfalls befestigte und am anderen Ende geschlossene Glasröhre frei hineinragte und dann durch Reiben mit Leder, auf welches Colophonium gestreut war, in longitudinale Schwingungen versetzt.

Da die Wellenlängen desselben Tones in zwei verschiedenen Medien sich direct wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Schalls in denselben verhalten, so erhält man durch Messung der Stablänge und des Abstands der Staubwellchen das Verhältniss dieser Geschwindigkeiten für das Material des Stabes und Luft.

---

*) Kundt, Pogg. Ann. Bd. 127. 1866.

**) Mechaniker Reichel in Berlin, Melchiorstrasse 20, verfertigt solche Röhren, welche mit Kohlensäure, Luft, Leuchtgas, Wasserstoff gefüllt sind.

Kundt fand für

Messing	10,9	als Verhältniss der Schallgeschwindigkeit in diesen Metallen zur Schallgeschwindigkeit in Luft.
Stahl	15,3	
Glas	15,2	
Kupfer	11,96	

Von anderen Versuchsresultaten Kundt's war schon in §. 177 die Rede.

§. 544.

Theoretische Schallgeschwindigkeit in festen Körpern. — Die Betrachtung ist zunächst genau in derselben Weise durchzuführen, wie oben (§. 537) für Luft geschehen ist, wodurch die Beziehung . . . (1

$$dp = \mathrm{D}\,\mathrm{U}^2 \frac{dx}{gx}$$

zwischen der Intensität dp des Drucks, der Dichtigkeit D des Körpers, der Fortpflanzungsgeschwindigkeit U, der Fallbeschleunigung g, dann der ursprünglichen Länge x der comprimirten Schichte und ihrer Verkürzung dx gefunden wird.

Die Beziehung zwischen der Druckintensität dp, der Länge x der verkürzten Schichte und der Verkürzung dx wird der auf Seite 45 für die Zug- und Druckwirkung elastischer Kräfte aufgestellten Formel entnommen, welche

$$dx = \frac{dp}{\mathrm{M}} x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2$$

gibt, wobei M der Elasticitätsmodulus des Materials ist.

Durch Einführung dieses Ausdrucks in die obige Gleichung erhält man

$$\mathrm{U} = \sqrt{\frac{\mathrm{M}\,g}{\mathrm{D}}} \text{ Millimeter,}$$

wobei wegen der Beziehungen des Moduls (M), g in Millimetern auszudrücken und für D das in Kilogrammen gegebene Gewicht eines Kubikmillimeters zu setzen ist.

Bei Aufstellung dieser Formel ist von den Temperaturänderungen abgesehen, von welchen Compression und Ausdehnung der festen Körper begleitet sind.

Dieser Einfluss ist nicht hinreichend ermittelt, jedoch wahrscheinlich gering. Vgl. §. 179.

Für Eisen erhält man aus der Formel eine Zahl, welche den Versuchsresultaten von Chladni und Wertheim näher liegt als den durch directe Versuche ermittelten Zahlen.

Drittes Kapitel.

Transversale Schwingungen.

I. Schwingungen der Saiten.

§. 545.

Seilwellen. — Ein mit Sand gefüllter Kautschukschlauch von 6 Meter Länge, der an dem einen Ende etwa 2 Meter hoch befestigt, an dem andern ohne Spannung mit der Hand gehalten wird, kann dienen, zunächst die Thatsache zu veranschaulichen, dass transversale, d. h. zur Längsrichtung senkrechte Ausbiegungen eines einzelnen Theiles eines fadenförmigen Körpers sich auf die ganze Länge desselben hin fortpflanzen. Fährt man rasch mit der Hand etwa 20^{zm} nach rechts und wieder zurück, so sieht man eine Ausbauchung nach rechts längs des ganzen Seiles hinauflaufen. Die Bewegung kommt aber am Befestigungspunkte des Seiles nicht zur Ruhe, sondern es folgt sofort eine Ausbauchung nach links, welche vom Befestigungspunkte nach der Hand zurückläuft und dieser einen merklichen Impuls nach links ertheilt. Gibt die Hand nicht nach, so erhält sie sofort einen Impuls nach rechts, die Ausbauchung läuft wieder rechts hinauf und so fort mit abnehmender Stärke, aber in genau gleichen Zeiten. Jede Stelle des Seiles verharrt vor und nach dem Passiren des Bauches in der Gleichgewichtslage. Hat man sich durch einen Kreidestrich auf dem Boden die Gleichgewichtslage des Seiles so markirt, dass es, in dieser Lage mit einem Auge betrachtet, den Strich deckt, und fixirt nach Rückkehr des ersten Stosses, während man die Hand festhält, die Mitte des Seiles, so sieht man diese Mitte in bestimmten gleichen Zeitintervallen abwechselnd rechts und links vom Striche abweichen. Ein solches Intervall ist die Zeit, welche die Bewegung bei der gerade angewendeten Spannung nöthig

hat, die ganze Länge des Seiles zu durchlaufen. Dividirt man die Länge des Seiles durch ein solches Zeitintervall, so erhält man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der transversalen Schwingungen.

Zweiter Versuch. Es ist leicht, den Bewegungen der Hand, welche abwechselnd nach rechts und links von der Gleichgewichtslage ausgehen (indem man die Hand im Handgelenk dreht, den Arm aber steif hält), ein solches Tempo zu geben, dass das Seil als Ganzes hin- und herschwingt. Ein solcher Hingang $\left(= \frac{1}{2}$ akustische Schwingung$\right)$ dauert ebensolang, (t Secunden), wie die Fortpflanzung einer beliebigen Ausbauchung von einem Ende des Seiles zum andern. Geht nun aber die Hand doppelt so geschwind hin und her wie eben zuvor, so nimmt die erste Ausbauchung nach rechts gerade die erste (nächstliegende) Hälfte des Seiles ein, wenn die Hand beginnt, die erste linke Ausbauchung zu erzeugen, und bis diese vollendet ist und die nächstliegende Hälfte des Seiles einnimmt, hat der zuvor erregte rechte Bauch die entferntere Hälfte des Seiles in Besitz genommen, und das Seil bietet in diesem Moment den Anblick der Fig. 447 dar.

Fig. 447.

Im folgenden 3. Intervall $\left(\frac{t}{2}\right)$ trifft die links aufsteigende directe Ausbauchung mit einer von oben her reflectirten in der entfernteren Hälfte des Seiles zusammen, während in der näheren Hälfte ein neuer Bauch durch die Bewegung der Hand nach rechts gebildet wird. Im 4. Intervall $\left(\frac{t}{2}\right)$ endlich und in jedem folgenden trifft sowohl in der entfernten Hälfte als in der näheren je ein reflectirter Bauch mit einem in entgegengesetzter Richtung auf derselben Seite sich fortpflanzenden zusammen, so dass nach jedem Zeitabschnitt $\left(\frac{t}{2}\right)$ die Figur 447 in die Figur 448 übergeht. In der Mitte ist ein Knoten. Das ganze Seil bildet eine stehende Transversalwelle, welche sich mit abnehmender Amplitude auch dann noch einige Zeit durch die Reflexionen allein erhält, wenn die erregende Hand still steht. Durch entsprechend raschere Bewegung der Hand kann man das Seil in drei Theilen mit 2 Knoten, in 4 Theilen mit 3 Knoten schwingen lassen u. s. f.

Fig. 448.

Bezeichnet N' die Anzahl der in der Secunde von dem ganzen Seile ausgeführten Schwingungen (Hin- und Hergang) a' die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Transversalschwingungen in dem Seil, L seine Länge, so ist

$$\frac{a'}{N'} = 2\,L.$$

Ist das Seil durch $(n-1)$ Knoten in n Theile getheilt und bezeichnet N die in der Secunde von einem der Theile ausgeführten ganzen Schwingungen, so ist $N = n N'$,

also $$\frac{a'}{N} = \frac{2L}{n} \text{ oder } N = \frac{a' n}{2L},$$

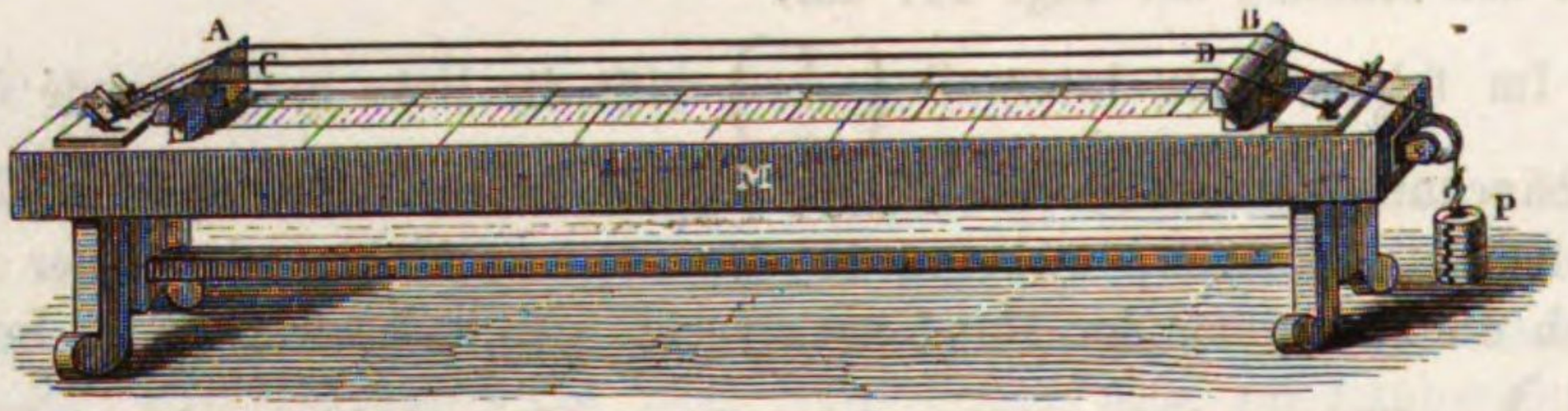
worin alle Fälle liegen, wenn man dem n die Werthe 1, 2, 3 . . . beilegt.

An dem schlaff gehaltenen langen Seile beobachten wir Bewegungen, welche an gespannten Saiten in ganz analoger Weise vor sich gehen; wegen der Geschwindigkeit ihres Verlaufs entgehen zwar die Einzelheiten dem Auge, dagegen wird nun ihre Gesammtwirkung vom Ohre als Klang vernommen.

§. 546.

Das Monochord. — Zum experimentellen Studium der Klänge gespannter Saiten dient das Monochord (Fig. 449). Die Saiten werden auf

Fig. 449.



einen hohlen Kasten von Tannenholz aufgespannt, der als Resonanzkasten durch Theilnahme an ihren Schwingungen den Ton verstärken soll. Die Art des Aufspannens kann dieselbe sein, wie bei der Besaitung eines Streichinstrumentes. Man pflegt durch zwei Stege A und B eine bestimmte Länge, etwa 1 Meter, ein für allemal abzugrenzen. Eine oder zwei der aufgespannten Saiten dienen zur Fixirung bestimmter Klänge, mit welchen die von der eigentlichen Versuchssaite hervorgebrachten verglichen werden. Letztere wird über eine Rolle geleitet und durch Gewichte P gespannt, deren Grösse verändert werden kann. Einige bewegliche Stege dienen zur Abgrenzung bestimmter Längen, welche an einer auf der oberen Fläche des Resonanzkastens angebrachten Theilung abgelesen werden.

Zunächst überzeugt man sich, dass die Saite sowohl als Ganzes wie auch in einzelnen Abtheilungen schwingen kann. Um letztere hervorzubringen, darf man nur den Finger leise auf die Mitte, die Grenze des ersten Drittels u. s. f. legen und die Saite in $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ ihrer Länge oder wo sonst ein Bauch entstehen soll, anstreichen. Man erhält dann

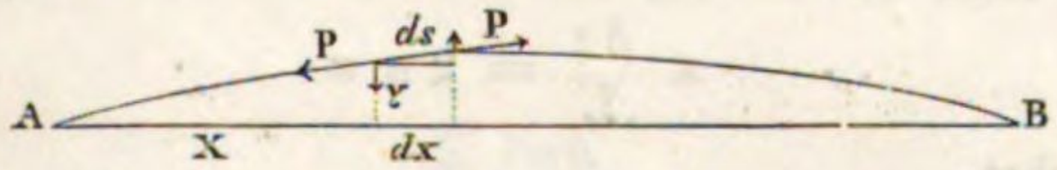
Töne von der doppelten, dreifachen, vierfachen Schwingungszahl des Grundtons, den die ganze Saite gab. Auch lassen sich die Knoten und Bäuche durch aufgesetzte Papierreiterchen leicht nachweisen, die an den Knoten nur wenig erzittern, während sie an Stellen, wo Bäuche entstehen, abgeworfen werden.

Die Abhängigkeit der Schwingungszahl einer Saite von ihrer Länge, dem spannenden Gewichte und anderen Bestimmungsstücken kann durch eine theoretisch abgeleitete Formel ausgedrückt werden, aus welcher dann von selbst die Methode der Versuche folgt, welche zu ihrer Bestätigung dienen können.

§. 547.

Ermittelung einer Formel für die Schwingungsdauer einer Saite. — Die in A und B horizontal festgehaltene und durch die Kraft P gespannte Saite ist zur Zeit t seitlich ausgebogen. Man soll die Zeit ermitteln, welche sie zur Rückkehr in ihre Ruhelage nöthig hat.

Fig. 450.



Ist die Ausbiegung gering, so kann man von der Verschiebung der Theilchen in der Richtung der Saite absehen und annehmen, dass ein Stück der Saite von der ursprünglichen Länge dx nach erfolgter Ausbiegung die Stelle ds einnimmt, deren Horizontal-Projection dx ist. An dem Theilchen ds wirken zwei spannende Kräfte von der Grösse P, deren Vertikalcomponenten (y, y') wegen der continuirlichen Krümmung um ein Differenzial verschieden sind. Dieses Differenzial ist $P\,d\,(\sin\alpha)$, wenn α der (kleine) Winkel ist, den das Element ds mit der x = Axe bildet. Statt $\sin\alpha$ lässt sich $tg\,\alpha$ oder $\frac{dy}{dx}$ setzen. Also ist die resultirende Kraft, welche das Theilchen ds nach der Axe zieht,

$$P\,d\left(\frac{dy}{dx}\right).$$

Die Geschwindigkeit, welche das Theilchen in der Richtung der y-Axe bereits besitzt, sei $\frac{dy}{dt}$, und der Zuwachs derselben durch die Wirkung der Kraft in der Zeit dt

$$d\left(\frac{dy}{dt}\right).$$

Die Masse des Theilchens ist

$$\frac{q\,s\,dx}{g},$$

wenn q den constanten Querschnitt, s das Gewicht der Cubikeinheit des Stoffes der Seite bezeichnet.

Somit besteht zwischen dem Antrieb der Kraft und der hervorgebrachten Bewegungsgrösse die Gleichung

$$\mathrm{P}\, d\left(\frac{d\,y}{d\,x}\right) d\,t = \frac{s\,q}{g}\; d\,x\; d\left(\frac{d\,y}{d\,t}\right),$$

woraus

$$\mathrm{P}\,\frac{d\left(\frac{d\,y}{d\,x}\right)}{d\,x} = \frac{s\,q}{g}\cdot\frac{d\left(\frac{d\,y}{d\,t}\right)}{d\,t}$$

oder

$$\mathrm{P}\,\frac{d^2\,y}{d\,x^2} = \frac{s\,q}{g}\cdot\frac{d^2\,y}{d\,t^2}.$$

Dieser Differenzialgleichung genügt u. A. die Gleichung

$$y = a\,\sin\,\pi\,\frac{x}{\mathrm{L}}\,\cos\,\pi\,\frac{\beta\,t}{\mathrm{L}},$$

wenn $\beta^2 = \frac{g\,\mathrm{P}}{s\,q}$ gesetzt wird.

Dieselbe enthält die Bedingung, dass die Endpunkte ($x = o$ und $x = \mathrm{L}$) in Ruhe sind, und zur Zeit $t = o$, y durch die Function $a\,\sin\,\pi\,\frac{x}{\mathrm{L}}$ dargestellt ist, welche Curve nach den Zeiten, die sich aus der Gleichung

$$\pi\,\frac{\beta\,t}{\mathrm{L}} = 2\,n\,\pi$$

rechnen, wiederkehrt.

Nach Vollendung einer Schwingung ($n = 1$) ist

$$t = \delta = \frac{2\,\mathrm{L}}{\beta} = 2\,\mathrm{L}\,\sqrt{\frac{s\,q}{g\,\mathrm{P}}},$$

womit die Schwingungsdauer der ganzen Saite gegeben ist.*)

II. Transversalschwingungen von Stäben.

§. 548.

Stäbe, welche an beiden Enden eingeklemmt oder aufgelegt sind, können ebenso wie gespannte Saiten im Ganzen und in Abtheilungen schwingen.

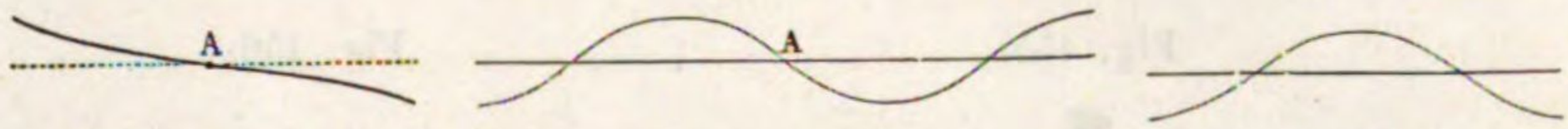
Klemmt man einen Stab in der Mitte ein, so entsteht daselbst ein Knoten, und Bäuche an beiden Enden (Fig. 451 oder 452).

---

*) Eingehenderes über die Theorie der Transversalschwingungen gespannter Saiten findet man in Helmholtz, Lehre von den Tonempfindungen. 1865. Beilage II, III, IV, V, S. 563 ff.

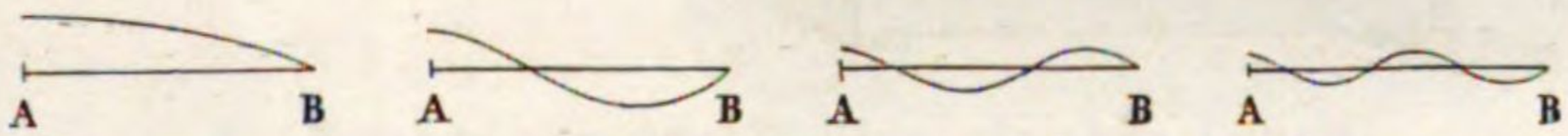
Spannt man den Stab in zwei Punkten ein, welche beziehungsweise um $^1/_4$ seiner Länge von den Enden abstehen, so haben die Schwingungen des Grundtons die in Fig. 453 angedeutete Form. Wird der Stab nur an einem Ende eingeklemmt, so sind die transversalen Schwingungen

Fig. 451. Fig. 452. Fig. 453.



dadurch beschränkt, dass an der Einklemmungsstelle ein Knoten und an dem freien Ende ein Bauch entsteht. Er schwingt dann entweder als Ganzes und seine Theilchen liegen in einem Viertel einer stehenden Welle oder er theilt sich durch 1, 2, 3 Knoten in $^3/_4$, $^5/_4$, $^7/_4$ . . . . stehende Wellen (Fig. 454).

Fig. 454.



§. 549.

Schwingungszahl der Stäbe. — Sind zwei Stäbe von gleichem Material in gleicher Weise befestigt und schwingen sie mit gleicher Knotenzahl, so verhalten sich ihre Schwingungszahlen (N) direkt wie ihre Dicken (d) umgekehrt wie die Quadrate ihrer Längen (l) und sind von der Breite unabhängig, also

$$N_1 : N_2 = \frac{d_1}{l_1^{\,2}} : \frac{d_2}{l_2^{\,2}}$$

(Unter der Dicke ist dabei diejenige Dimension verstanden, welche bei den Schwingungen eine Winkelablenkung erfährt. Die Breite erfährt parallele Verschiebungen.)

Dieses Gesetz folgt aus §. 516, wenn man in dem für die Schwingungsdauer der Stimmgabelzinke gefundenen Ausdrucke $\left(\frac{2\pi}{\varepsilon}\right)$ für ε seinen Werth $\sqrt{\frac{k}{\mu}}\,M$ setzt, und dabei unter μ die Masse des Stabes, unter k aber den aus §. 34 entnommenen Ausdruck $\frac{b\,d^3}{4\,l^3}$ versteht. Dasselbe lässt sich an Stahlstäben, welche auf einem Resonanzkasten befestigt sind, leicht beweisen.

Die Stimmgabel. — Ein gabelförmig gekrümmter Stahlstab (Fig. 455) mit einem Stiele von gleichem Metall wird von den Musikern zur Fixi-

rung eines bestimmten Tones angewendet. Die Schwingungen dieses Apparates sind einigermassen in Analogie mit dem des zweimal geklemmten Stabes (Fig. 453). Die beiden Knotenpunkte n, n' (Fig. 456) liegen nahe bei einander über dem Stiele. Das zwischen denselben befindliche Stück schwingt für sich in geringen Amplituden, während die beiden Zinken von dem Knotenpunkt aus gegen einander abwechselnd convergiren

Fig. 455.

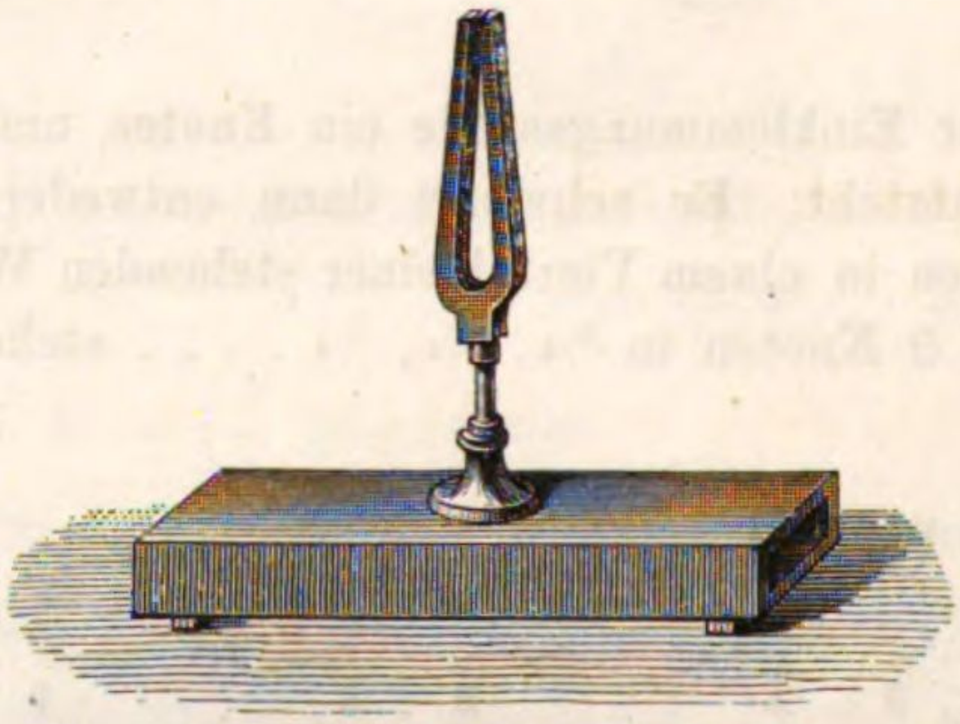
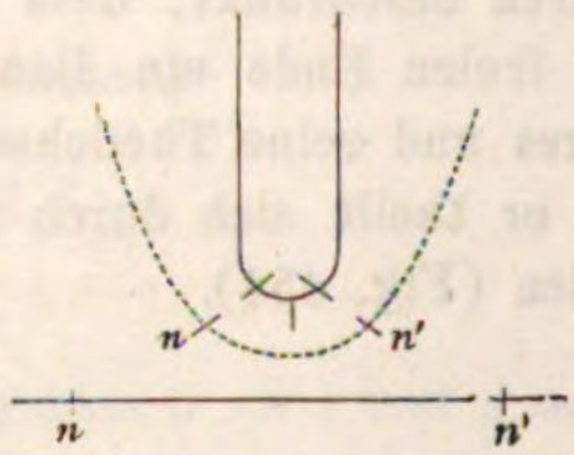


Fig. 456.



und divergiren. Der Grundton der Gabel ist für sich nur schwach und ertönt erst dann vernehmlich, wenn man den Stiel auf einen Resonator stellt. Als solcher kann ein beliebiger fester Körper (Tisch) dienen, vortheilhafter aber ein besonderes Kästchen, dessen Luftsäule auf den Grundton der Stimmgabel berechnet ist (vgl. §. 531).

Viertes Kapitel.

Zusammensetzung von Schwingungen.

I. Interferenz von Wellen gleicher Länge.

§. 550.

Es ist möglich, dass zwei Wellenzüge von gleicher Wellenlänge, welche von verschiedenen Stellen A und C (Fig. 457) aus nach demselben Orte B hingeleitet werden, die daselbst befindliche Luft in gleichem Sinne erregen, so dass sowohl die Verdichtungen als die Verdünnungen stärker werden, wie die von einem Wellenzuge hervorgebrachten. Ebenso leicht aber ist es denkbar, dass zwei solche Wellenzüge an einer bestimmten Stelle ihre Wirkung gegenseitig abschwächen oder ganz auf-

Fig. 457.

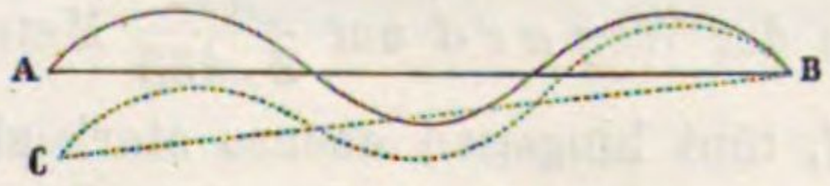
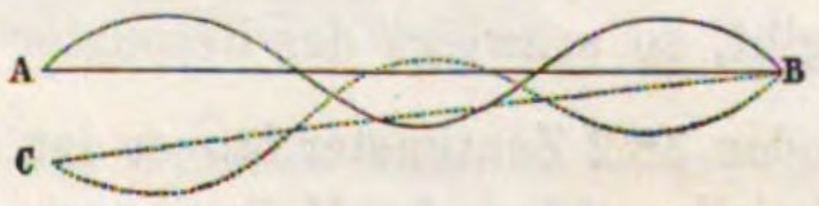


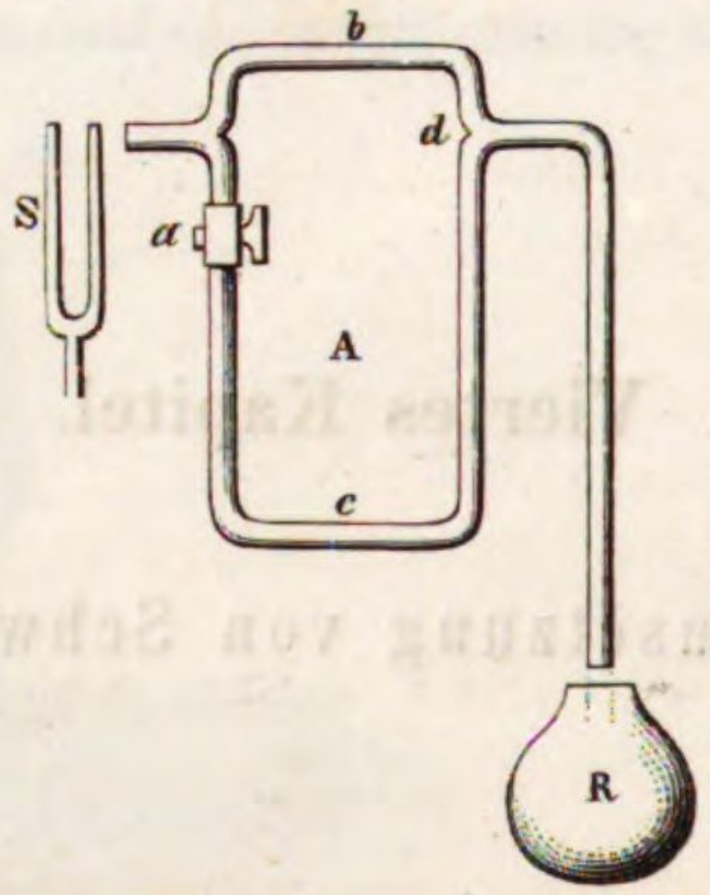
Fig. 458.



heben, und dieses wird dann geschehen, wenn der eine daselbst zu derselben Zeit Verdichtung der Luft erzeugen würde, während dem anderen eine Verdünnung entspricht. Am vollkommensten wird die Interferenz werden, wenn bei gleicher Amplitude die Phasen beider Wellenzüge an dem Orte *c* um eine halbe Schwingungsdauer (Wellenlänge) verschieden sind, weil dann die Lufttheilchen in *c* von beiden stets gleichgrosse entgegengesetzte Geschwindigkeiten erhalten und demnach in Ruhe bleiben (Fig. 458).

Oben (§. 530) wurde erkannt, dass die stehenden Wellen durch Interferenz des directen mit dem reflectirten Wellenzuge entstehen. Es lässt sich indessen die Interferenz auch direct mittelst des in Fig. 459 skizzirten im Wesentlichen von Quincke*) angegebenen Apparates nachweisen.

Fig. 459.



Eine Röhre von Metall verzweigt sich bei a, in d vereinigen sich die Zweige wieder in einen Canal, der nach dem Resonator R führt. Lässt man vor der Mündung bei a eine Stimmgabel S schwingen, so gelangt der von ihr erzeugte Wellenzug theils auf dem Wege $a\,b\,d$, theils über $a\,c\,d$, nach dem Resonator, und beide Theile dieses Wellenzugs interferiren vollständig, wenn der Weg $a\,c\,d$ um eine halbe Wellenlänge (oder um eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen) des von der Stimmgabel erregten Tones länger ist als $a\,b\,d$. Um das Anpassen des unteren Theiles $a\,c\,d$ an die Wellenlänge zu ermöglichen, ist derselbe, z. B. durch Einschaltung von Kautschukrohr, verschiebbar. Ausserdem kann man mittelst eines Hahnes in a den unteren Canal absperren.

Benützt man eine Stimmgabel, welche das a' von 435 Schwingungen gibt, so schweigt der Resonator R, wenn der Weg $a\,c\,d$ um $\frac{332}{2\,.\,435}$ Meter oder 38,2 Zentimeter länger ist als $a\,b\,d$, tönt hingegen ebenso stark als bei Verschluss des Hahns, wenn der Wegunterschied $76{,}4^{zm}$ beträgt. Diese Angaben beziehen sich auf einen Luftdruck von 760^{mm} und die Temperatur 0^{0} C., bei anderen Umständen ist die Geschwindigkeit des Schalls entsprechend zu corrigiren (nach §. 537).

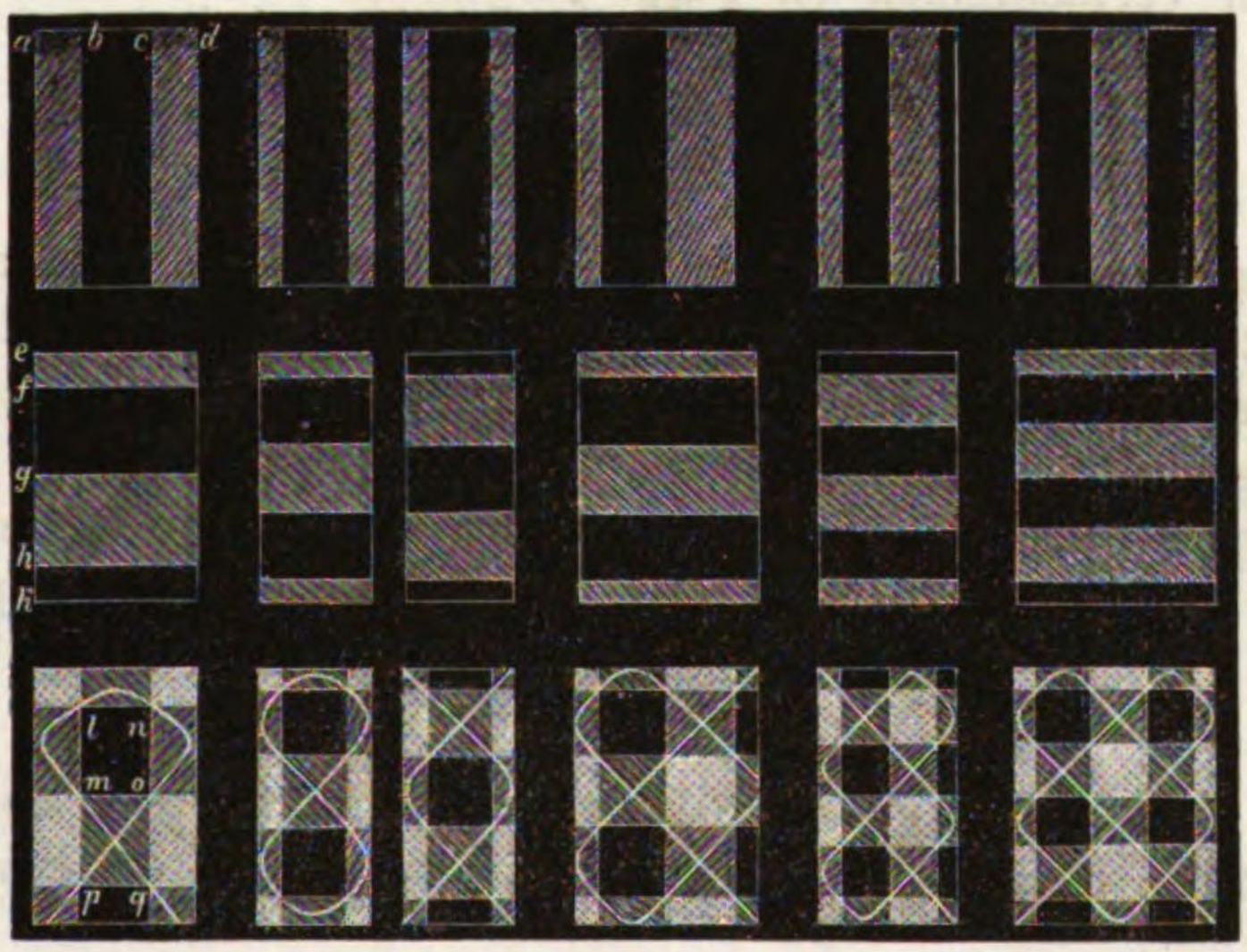
*) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 128. 1866. Man findet daselbst noch eine Reihe anderer leicht herstellbarer Interferenzapparate angegeben und Anleitung zu interessanten akustischen Versuchen.

II. Schwingungen klingender Platten.

§. 551.

Platten von Metall oder Glas können in stehende Schwingungen versetzt und zum Tönen gebracht werden, wenn man sie einspannt und am Rande mit einem Fidelbogen streicht. Die eingeklemmte Stelle wird dann zum Kreuzungspunkte von Knotenlinien, welche als Ansammlungsstellen von feinem Sand, den man auf die klingende Platte aufgestreut hat, leicht sichtbar werden. Will man bewirken, dass von einer bestimmten Stelle des Umfangs der Platte eine Knotenlinie auslaufe, so hindert man diese Stelle durch Berühren mit dem Finger oder andere Fixation am Schwingen, während man solche Stellen, an welchen ein Schwingungsbauch entstehen soll, mit dem Bogen streicht. Die Knoten-

Fig. 460.



linien sind stets Grenzen von Plattentheilen, welche sich in entgegengesetzten Schwingungszuständen befinden. Sie können daher nicht innerhalb der Platte endigen, sondern erstrecken sich entweder bis zum Rande der Platte oder bilden geschlossene Figuren. Auch folgt daraus, dass die Anzahl der Theile, in welche die Platte durch die Knoten getheilt wird, stets eine gerade ist. Gibt dieselbe Platte nacheinander stets Klänge von gleicher Tonhöhe, so können doch die von den Knotenlinien gebildeten Figuren verschieden sein. Für den Fall rechteckiger Platten hat Wheatstone eine zutreffende Erklärung der Möglichkeit dieser Mannichfaltigkeit gegeben.

Die schwingende Platte kann sich nämlich in eine verschiedene Anzahl von Parallelstreifen theilen, ohne dass dadurch die Tonhöhe geändert wird, weil die Breite der Streifen (nach §. 549) auf die Tonhöhe keinen Einfluss hat. Ferner ist, wenn man die rechteckige Platte *a b c d* (Fig. 460) in Kreuzungspunkte der Linien *c* und *g* einklemmt und zwischen *g* und *h* anstreicht, kein Grund vorhanden, wesshalb lieber das System der Parallelstreifen *a b c d* als das System *e f g h k* entstehen sollte. Es werden also beide zugleich entstehen. Sind nun für einen bestimmten Moment durch die schwarzen Stellen der Figur Wellenthäler (Ausbauchungen nach unten), durch die schraffirten hingegen Wellenberge angedeutet, so werden bei gleichzeitigem Auftreten beider Systeme die dunkeln Stellen *l n o m* und *p q* verstärkte Thäler, die hellen Stellen verstärkte Berge, die schraffirten Stellen hingegen Abschwächungen enthalten, und die Knotenlinie wird den durch die helle Linie angedeuteten Verlauf haben. Ebensowohl wie die drei und vier Parallelstreifen des bestehenden Systems können auch mehr oder weniger entstehen und andere Knotenlinien oder Klangfiguren erzeugen, wie sie durch die folgenden fünf Vertikalreihen der Figur dargestellt sind.

§. 552.

Kreisrunde Platten können sich durch kreisförmige Knotenlinien in concentrische Ringe theilen oder durch Durchmesser in Sectoren. Die erstere Klangfigur entsteht, wenn auf die Mitte der Scheibe ein Stab von bemessener Länge aufgesetzt und dieser in longitudinale Schwingungen versetzt wird. Um die Theilung in $(2n)$ Sectoren zu bewirken, hält man zwei Punkte des Umfangs fest, welche Ecken des entsprechenden $2n$-Eckes werden sollen und streicht die Mitte des so begrenzten Bogens an.

Ihren tiefsten Ton gibt eine kreisförmige Platte, wenn sie in 4 Sectoren schwingt, und die Tonhöhe wächst mit der Anzahl der schwingenden Sectoren.

Chladni erhielt z. B. folgende Versuchsreihe:

Zahl der Sectoren	4,	6,	8,	10,	12,	14, 16
Bezeichnung des Tons	C	*d*	*c'*	*g'*	*cis''*	*fis''* *b''*
Verhältniss der Schwingungszahlen	1	$\frac{9}{4}$	4	6	$\frac{25}{3}$	$\frac{100}{9}$ $\frac{72}{5}$

Tönende Glocken theilen sich durch zwei Knotenlinien in 4 symmetrische Theile, von welchen die benachbarten entgegengesetzte Schwingungszustände haben.

Geben zwei Platten von gleichem Stoffe und ähnlicher Gestalt die gleiche Klangfigur, so stehen die Schwingungszahlen (N) ihrer Töne in

geradem Verhältnisse ihrer Dicken (d) und in umgekehrtem ihrer Oberflächen (s)

$$N_1 : N_2 = \frac{d_1}{s_1} : \frac{d_2}{s_2}.$$

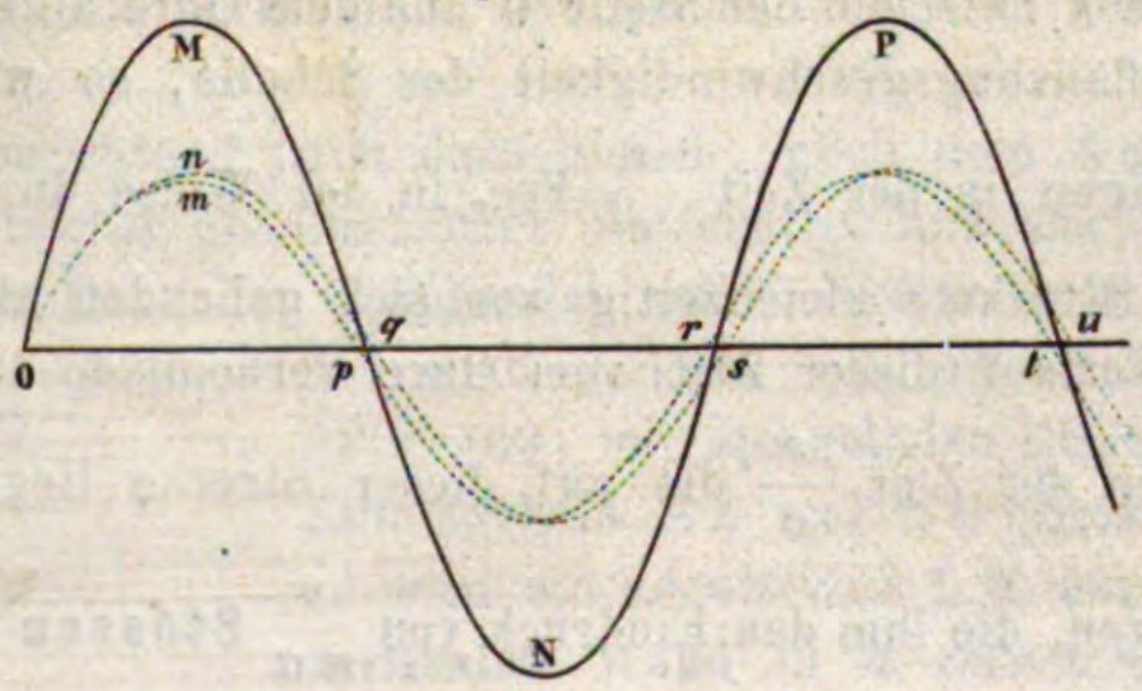
III. Interferenz von Schallwellen verschiedener Länge.

§. 553.

Treffen gleichlange Schallwellen mit verschiedenen Phasen an demselben Orte zusammen, was ebensowohl durch eine Wegdifferenz gleichzeitig erregter Wellen als durch eine Zeitdifferenz bei gleich entfernter Erregungsstelle verursacht werden kann, so entsteht an jenem Orte eine stetige Wirkung: Verstärkung oder Schwächung des Schalls, welche in unveränderter Stärke anhält, so lange diese beiden Wellenzüge nach dem Orte hinströmen; ebenso, wenn die Wellenlänge des einen Zuges ein ganzes Vielfaches von der Wellenlänge des andern ist. Ist hingegen die Wellenlänge zweier Wellenzüge, welche aus gleicher Entfernung zum Ohre ziehen, (nicht viel) verschieden, so sind die Wahrnehmungen des Ohres nicht gleichbleibend, sondern es wechseln Verstärkungen des Tones mit Schwächungen desselben regelmässig ab.

Um diess einzusehen, denken wir uns die Welle a um $\frac{1}{n}\,b$ kürzer als b und betrachten 2 aus solchen Wellenlinien gebildete Wellenzüge

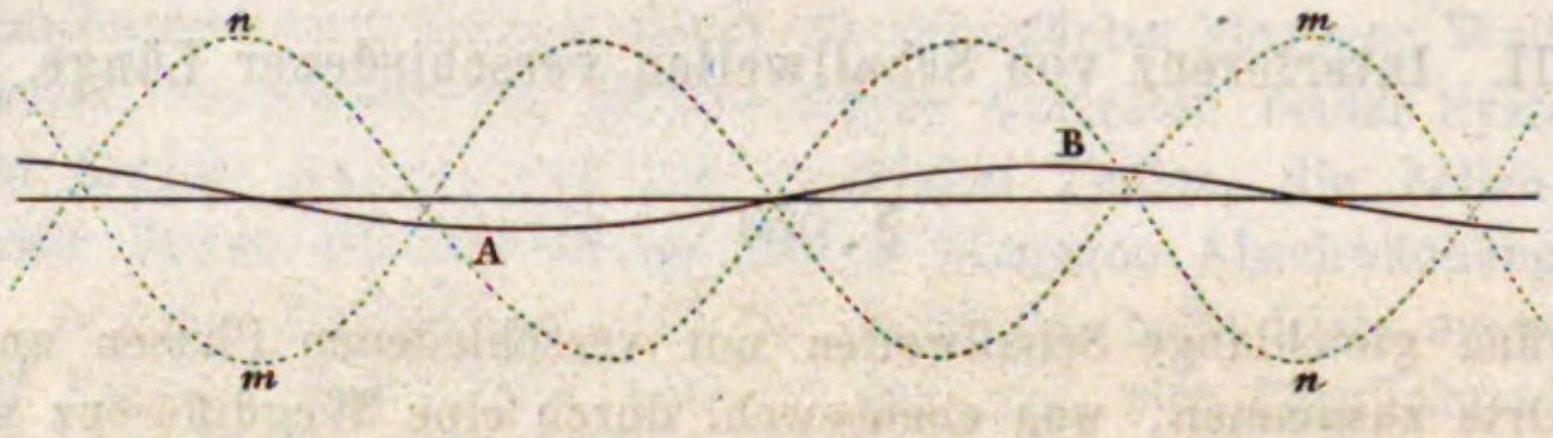
Fig. 461.



an einer Stelle 0 (Fig. 461), wo die Anfänge zweier Wellen zusammenfallen, so fallen wiederum Anfänge aufeinander an einer um n Wellen-

längen entfernten Stelle; denn da $n\,a = n\left(b - \frac{b}{n}\right) = (n-1)\,b$, so trifft dort der Anfang der $(n+1)^{\text{ten}}$ Welle a mit dem der n^{ten} Welle b zusammen. Hingegen trifft an einer Stelle, welche um $n\,\frac{a}{2}$ von 0 entfernt ist (Fig. 462), der Anfang der Welle a mit der Mitte der Welle

Fig. 462.



b zusammen, oder umgekehrt; denn da $n\,\frac{a}{2} = (n-1)\,\frac{b}{2}$, so beginnt an dieser Stelle zugleich die $(n+1)^{\text{te}}$ halbe Wellenlänge $\left(\frac{a}{2}\right)$ und die n^{te} halbe Wellenlänge $\left(\frac{b}{2}\right)$. Diese sind aber in der Phase entgegengesetzt und heben sich nahezu vollständig auf, wenn $\frac{1}{n}$ klein und die Stärken der Töne nahe gleich sind. Es finden demnach Verstärkungen statt an Orten, welche um $n\,a$, $2\,n\,a$, $3\,n\,a$ . . . . von 0 entfernt sind, während an Orten von der Entfernung $n\,\frac{a}{2}$, $3\,n\,\frac{a}{2}$, $5\,n\,\frac{a}{2}$ . . . . der Schall geschwächt wird, d. h. auf jeder Strecke von der Grösse $n\,a$ liegt eine Schwächung mit folgender Verstärkung. Nehmen wir nun eine beliebige Strecke s zwischen der Stelle 0 und dem Ohre an und bezeichnen mit c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls, so wird s von den beiden Wellenzügen in der Zeit $\frac{s}{c}$ Sec. in der Weise durchlaufen, dass alle auf dieser Strecke s gleichzeitig vor sich gehenden akustischen Ereignisse nach Verlauf dieser Zeit vom Ohre vernommen sind. Das Ohr vernimmt also in der Zeit $\frac{s}{c}$ die auf dieser Strecke liegenden Pausen und Verstärkungen, die ihm den Eindruck von $\frac{s}{n\,a}$ Stössen oder Schwebungen machen. In der Secunde vernimmt das Ohr $\frac{1}{s:c}$ mal diese $\frac{s}{n\,a}$ Stösse, d. h. $\frac{c}{n\,a}$ Stösse.

Andererseits lässt sich nachweisen, dass Töne, deren Wellen a und b um $\frac{1}{n}\ b$ verschieden sind, Schwingungszahlen besitzen, die um $\frac{c}{n\,a}$ verschieden sind, woraus dann allgemein folgt, dass Töne, deren Schwingungszahlen um z verschieden sind, sobald sie gleichzeitig ertönen, z Schwebungen erzeugen. In der That: Es ist die Schwingungsdauer δ_1 des ersten Tons von der Wellenlänge a wegen der allgemeinen Gleichung

$$l = \delta\, c$$

$$\delta_1 = \frac{a}{c},$$

die des zweiten

$$\delta_2 = \frac{b}{c}$$

und die Zahlen $\frac{c}{a}$ und $\frac{c}{b}$ der Schwingungen in der Secunde sind unterschieden um

$$c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{c\,b}{n\,a\,b} = \frac{c}{n\,a}.$$

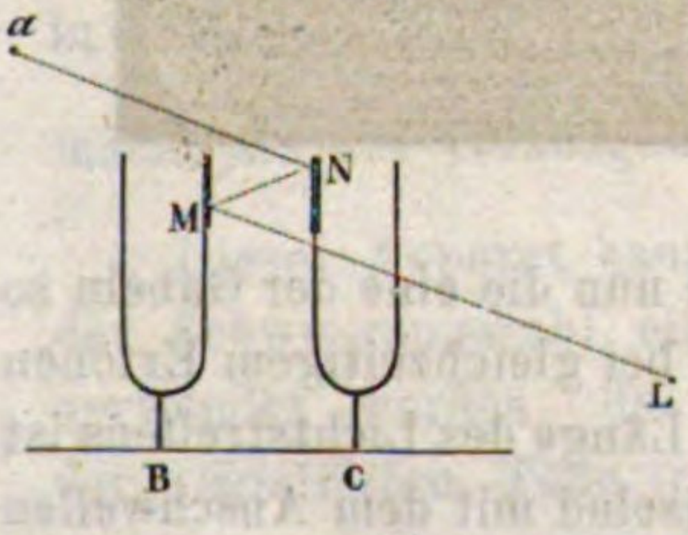
§. 554.

Experimenteller Nachweis der Schwebungen. — Man kann diese Schwebungen leicht hervorbringen, wenn man zwei gleich gestimmte, gedeckte Pfeifen mit verschiebbarer Deckung dadurch gegen einander verstimmt, dass man den Deckel der einen Pfeife ein wenig verschiebt. Je grösser die Verschiebung wird, desto grösser wird die Anzahl der Stösse.

Auch zwei gleichgestimmte Stimmgabeln können zur Hervorbringung dieser Interferenz dienen, wenn man an den Zinken der einen ein Uebergewichtchen etwa in Form eines gebogenen federnden Stahldrahtes befestigt.

Letztere Vorrichtung kann dazu dienen, auch dem Auge die Interferenz sowohl gleicher als ungleicher Wellenzüge und das wechselnde Zunehmen und Abnehmen der Amplituden wahrnehmbar zu machen.

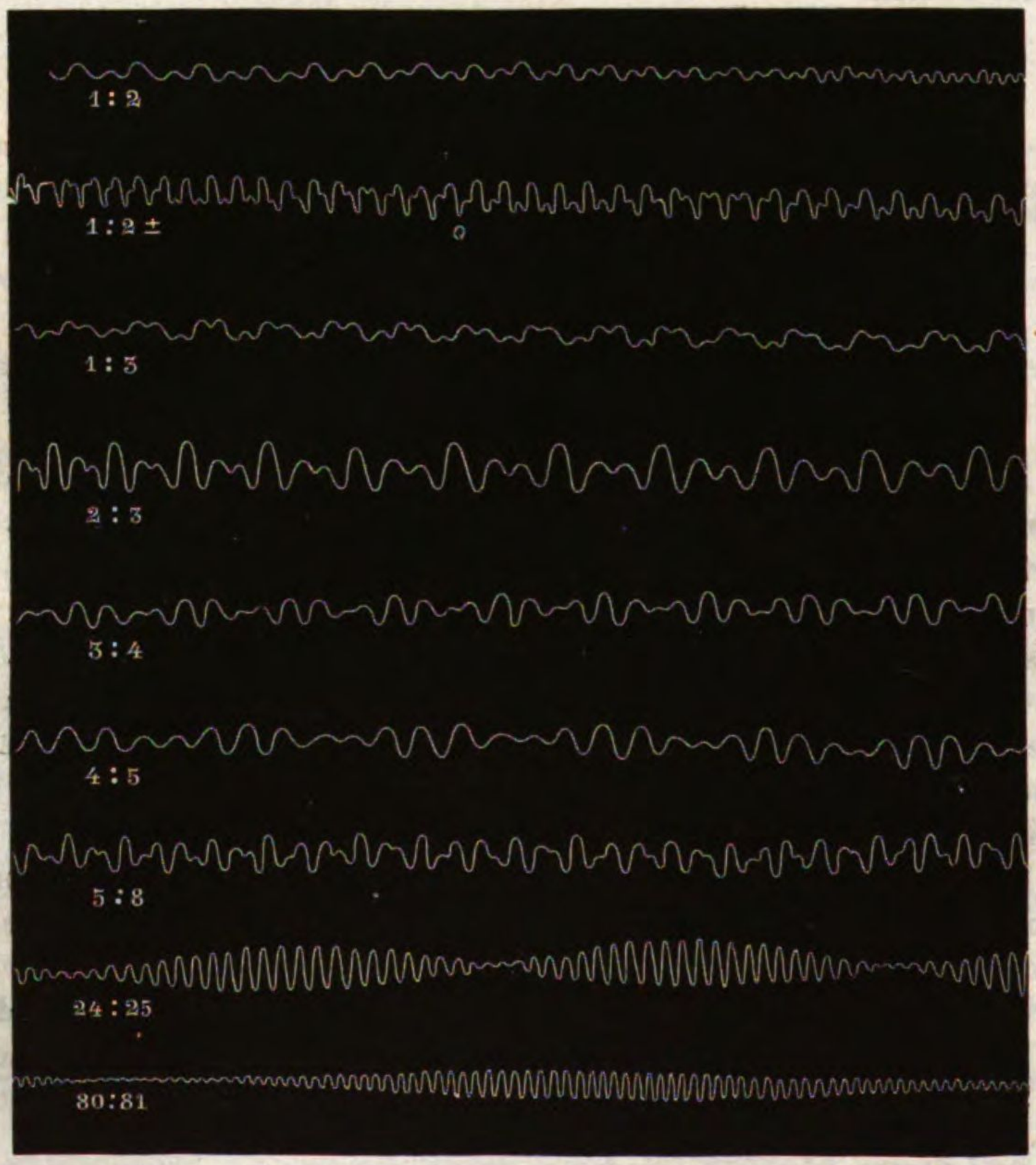
Fig. 463.



Sind nämlich die beiden in M und N (Fig. 463) mit spiegelnden Flächen versehenen Stimmgabeln MB und NC parallel aufgestellt, so wird ein Lichtstrahl LM über N nach der vertikalen Wand in a reflectirt und erzeugt dort eine helle Stelle. Wird die eine der beiden Stimmgabeln zum Tönen gebracht, so sieht man statt des hellen Punktes a einen vertikalen Lichtstreifen, dessen Mitte a ist. Der unter

veränderlichem Winkel bei *a* reflectirte Strahl erhellt nämlich in rascher Aufeinanderfolge verschiedene Stellen der Wand, welche vermöge der Fortdauer des Lichteindrucks im Auge zugleich hell erscheinen. Wird nun auch die zweite der ersten gleichgestimmte Stimmgabel erregt, so wird die Lage des Streifens im Allgemeinen geändert und kann bei Voraussetzung gleich starken Tönens beider Gabeln je nach der Phasendifferenz eine von allen Längen zwischen 0 und dem Doppelten der früheren Länge erhalten. Diese eine Länge behält der Lichtstreifen unverändert bei, während das Ohr einen Ton von beharrlicher Stärke vernimmt.

Fig. 464.



Anders stellt sich die Erscheinung dar, wenn nun die eine der Gabeln so weit gegen die andere verstimmt wird, dass man bei gleichzeitigem Ertönen beider Stimmgabeln Schwebungen vernimmt. Die Länge des Lichtstreifens ist in stetigem Wechsel begriffen, indem sie abwechselnd mit dem Anschwellen

des Tons einem Maximum und mit dem Verklingen desselben einem Minimum zueilt, um dann wieder ein Maximum zu erreichen u. s. f.

Würde man durch Verschieben der Wand den Lichtstreifen in die Länge ziehen, so dass er zugleich photographische Spuren hinterlässt, so würde man die Formen erhalten, welche auf den beiden untersten Zeilen der Fig. 464 dargestellt sind.

§. 555.

Es gelingt diese **graphische Darstellung der Interferenzen** auf folgende Weise. Auf einer Zinke der einen Stimmgabel befestigt man eine berusste Glasplatte so, dass die geschwärzte Fläche senkrecht auf der spiegelnden Fläche der Fig. 463 steht (also der Schwingungsebene parallel ist) und versieht eine Zinke der zweiten Stimmgabel mit einer Metallspitze. Die erste Stimmgabel wird befestigt, die zweite kann mittelst eines Schlittens parallel über die erste in solcher Entfernung weggeschoben werden, dass die Spitze eben auf der Glasplatte schleift. Tönt die erste (untere) Stimmgabel allein, so zeichnet die Spitze, indem sie in gerader Linie über die vibrirende berusste Platte weggeführt wird, die Schwingungen der unteren Stimmgabel, tönt die obere allein, so zeichnet die vibrirende Spitze ihre eigenen Schwingungen auf die ruhende Platte; tönen beide, so wird die durch ihre Interferenz gebildete Welle gezeichnet, die ein gutes Bild der zum Ohre gelangenden Luftwelle gibt, wenn man die Berge als Verdichtungen, die Thäler als Verdünnungen der Luft auffasst. Sind beide Stimmgabeln gleich gestimmt, so erhält man lauter gleiche Amplituden, die grösser oder kleiner sein können, als die zuerst von einer Stimmgabel erhaltenen; hört man aber Stösse, so haben die Amplituden Maxima und Minima.

§. 556.

Anwendung der Schwebungen zur Messung von Tonhöhen. — Apunn hat aus Metallzungen einen der Physharmonika ähnlichen Apparat construirt, welcher die eingestrichene Octave von $c' = 256$ bis $c'' = 512$ in 65 Tönen gibt, von denen jeder folgende $\frac{256}{64} = 4$ Schwingungen mehr macht als der vorausgehende.

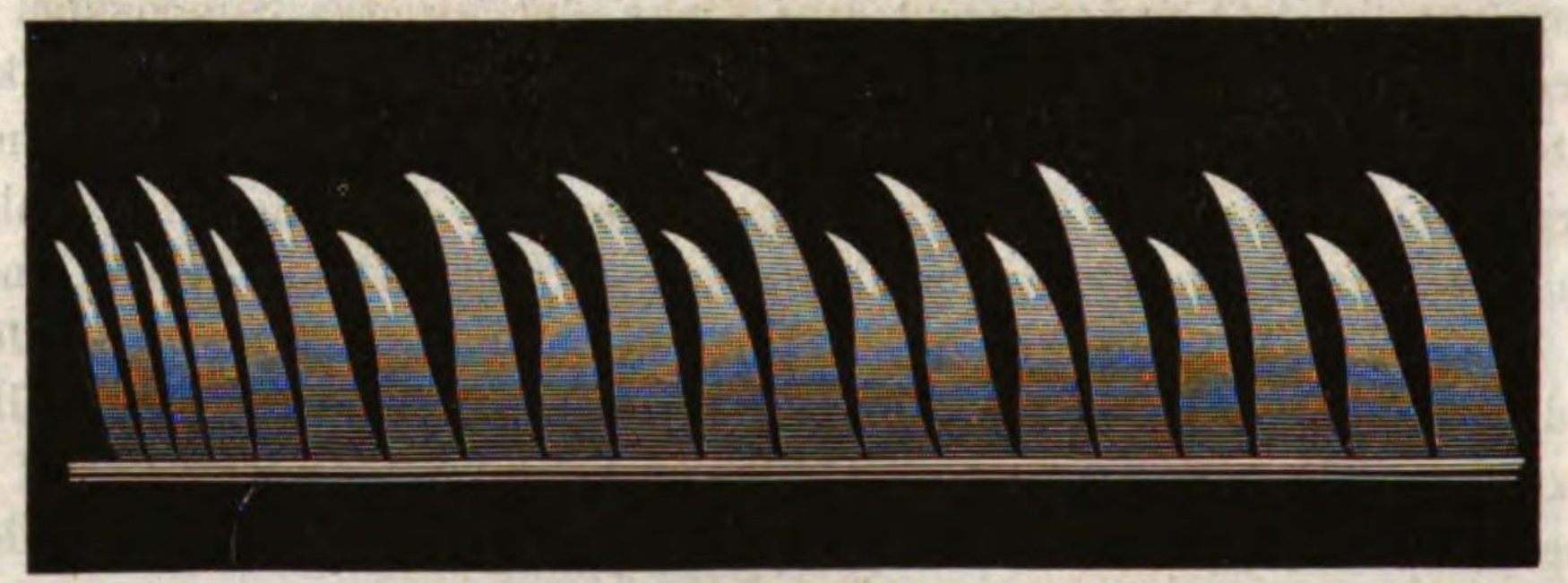
Dieser Apparat kann als **Tonhöhemesser** zur schärfsten Bestimmung der Schwingungszahl eines beliebigen Tons der eingestrichenen Octave verwendet werden, da der zu bestimmende Ton entweder mit einem der registrirten Töne zusammenfällt oder weniger als 4 Schwebungen

in der Secunde gibt. Um die gesuchte Schwingungszahl zu erhalten, zählt man diese Schwebungen und addirt sie zu der bekannten Schwingungszahl des nächst tieferen der registrirten Töne. Einem etwas geübteren Ohre gelingt wohl auch die Einschätzung eines Tons, welcher der eingestrichenen Octave nicht angehört, insbesondere die der tieferen Töne.

§. 557.

Sind die Schwingungszahlen zweier Töne beträchtlich verschieden, so wächst die Anzahl der Schwebungen so sehr an, dass sie nicht mehr

Fig. 465.



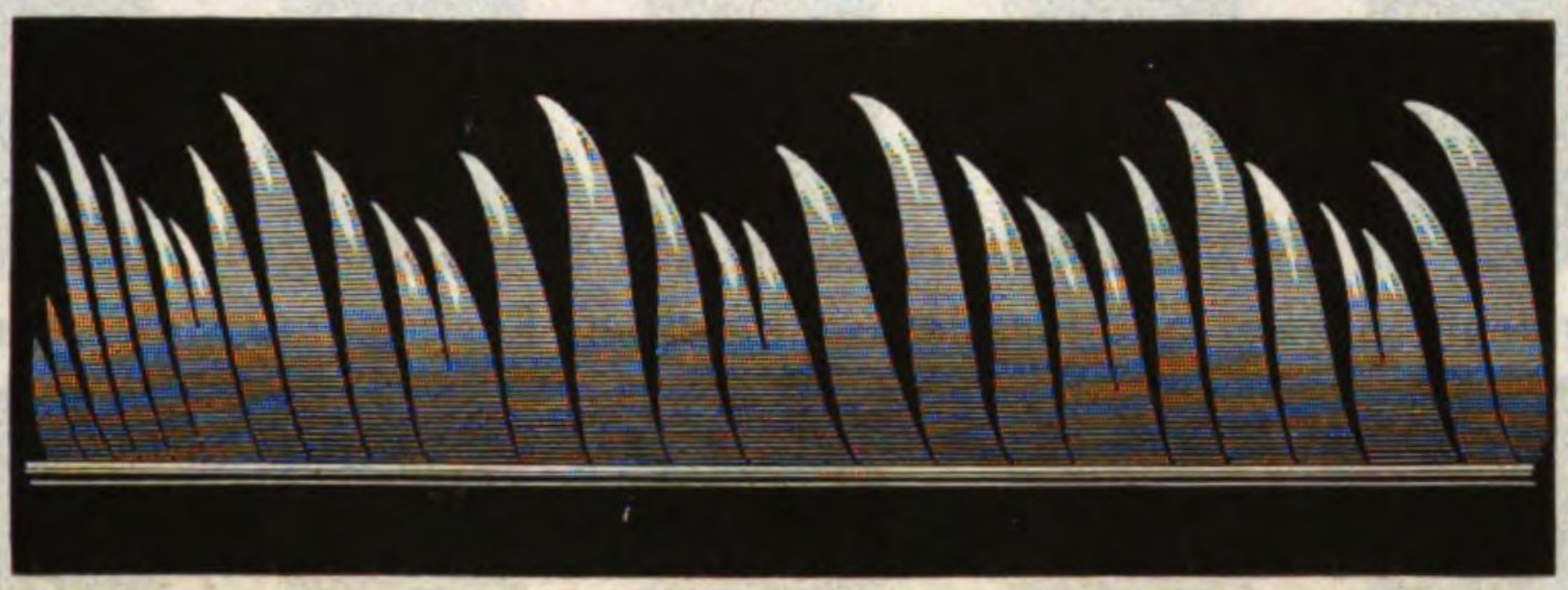
als solche unterschieden werden. Während man z. B. 12 Schwebungen in der Secunde noch gut unterscheidet, machen 20 den Eindruck des Schwirrens, welcher bei weiterer Steigerung allmählig in den der Dissonanz übergeht. Diese verliert sich im Anfang der eingestrichenen Octave wenn die Zahl der Schwebungen einfacher Töne 48 übersteigt.

Die 7 oberen Zeilen der Figur 464 geben die Curven, wie sie von dem oben beschriebenen Stimmgabelapparat geschrieben werden, wenn Töne, deren Schwingungszahl in dem beigesetzten Verhältniss stehen, zugleich erklingen. Während das Auge die Mischfarbe als Einfaches hinnimmt, besitzt das Ohr das merkwürdige Vermögen, in dem Tongemenge die einzelnen der zusammenklingenden Töne zu unterscheiden, was einem Zerlegen der complicirten resultirenden Luftbewegung in ihre letzten und einfachsten Componenten gleichkommt.

Um die Erscheinungen der Zusammensetzung auch an den von zwei Pfeifen gegebenen Tönen nachzuweisen, führt man von zwei Knotenpunkten aus Leitungen nach der Kapsel, in welcher die biegsame Membrane die Luft der Röhre von dem mit Gas gefüllten Raume trennt, aus welchem die Flamme gespeist wird (Fig. 443). Gibt die eine Pfeife den Grundton, die andere die Octave, so zeigt der rotirende Spiegel die Figur

465, aus welcher man ebenso wie aus der obersten Zeile der Figur 464 die leicht erkannte Wahrheit bestätigt sieht, dass je eine Welle des höheren Tons von dem tieferen verstärkt, die folgende geschwächt wird. Erklingt der Grundton allein oder die Octave allein, so sind die Flammenbilder grösser als die kleineren und kleiner als die grösseren der Flammen

Fig. 466.



des Combinationstons. Fig. 466 zeigt das Flammenbild der grossen Terz (4 : 5), welches ebenso wie die Curven der Stimmgabeln auf Zeile 6 der Fig. 464 nach je 5 Schwingungen identisch wiederkehrt.

§. 558.

Combinationstöne. — Ist die Differenz der Schwingungszahl zweier stark erklingenden Töne grösser als 48, so hört man ausser diesen beiden Tönen noch einen dritten, dessen Schwingungszahl gleich jener Differenz ist. Man nennt ihn Differenzton. Die Differenztöne erklingen zwar im Allgemeinen schwach, doch übt sich das Ohr leicht auf das Unterscheiden derselben ein.

Zieht man zu dem Register des Grundtons *c'* dasjenige der Terz *e'*, welche 64 Schwingungen mehr macht als jener, so hört auch ein ungeübtes Ohr C = 64 erklingen. Derselbe Ton resultirt aus dem Zusammenklingen der Töne *e'* und *g'*, während *c'* und *g'* den Differenzton *c* ergeben.

Neben den Differenztönen unterscheidet Helmholtz noch eine andere Classe von Combinationstönen, welche er Summationstöne nennt, weil ihre Schwingungszahl der Summe der Schwingungszahlen der erzeugenden Töne gleich ist. Ueber den Grund der Entstehung von Combinationstönen sagt Helmholtz:*) „Wenn irgendwo die Schwingungen der

*) Helmholtz, die Lehre von den Tonempfindungen. S. 233.

Luft, oder eines anderen elastischen Körpers, der von beiden primären Tönen gleichzeitig in Bewegung gesetzt wird, so heftig werden, dass die Schwingungen nicht mehr als unendlich klein betrachtet werden können, da müssen, wie die mathematische Theorie nachweist, solche Schwingungen der Luft entstehen, deren Tonhöhe den Combinationstönen entspricht."

IV. Zusammensetzung von Schwingungen, welche in zwei aufeinander senkrechten Ebenen vor sich gehen.

§. 559.

Ein Stab von der Form eines rechtwinkeligen Parallelepipedons gibt verschiedene Töne, je nachdem er der einen oder anderen seiner Seitenflächen parallel schwingt, weil die Tonhöhe der sich biegenden Dicke proportional ist (§. 549). Wird der Stab nun nach beiden Richtungen zugleich in Schwingungen versetzt, so erklingen beide Töne, und ein Punkt des Stabes hat in jedem Momente die aus den beiden selbständig gedachten Bewegungen resultirende Geschwindigkeit und Lage. Letztere ist einfach so zu verstehen, dass die gedachten Lagen Horizontal- und Vertikalprojectionen der wirklichen sind.

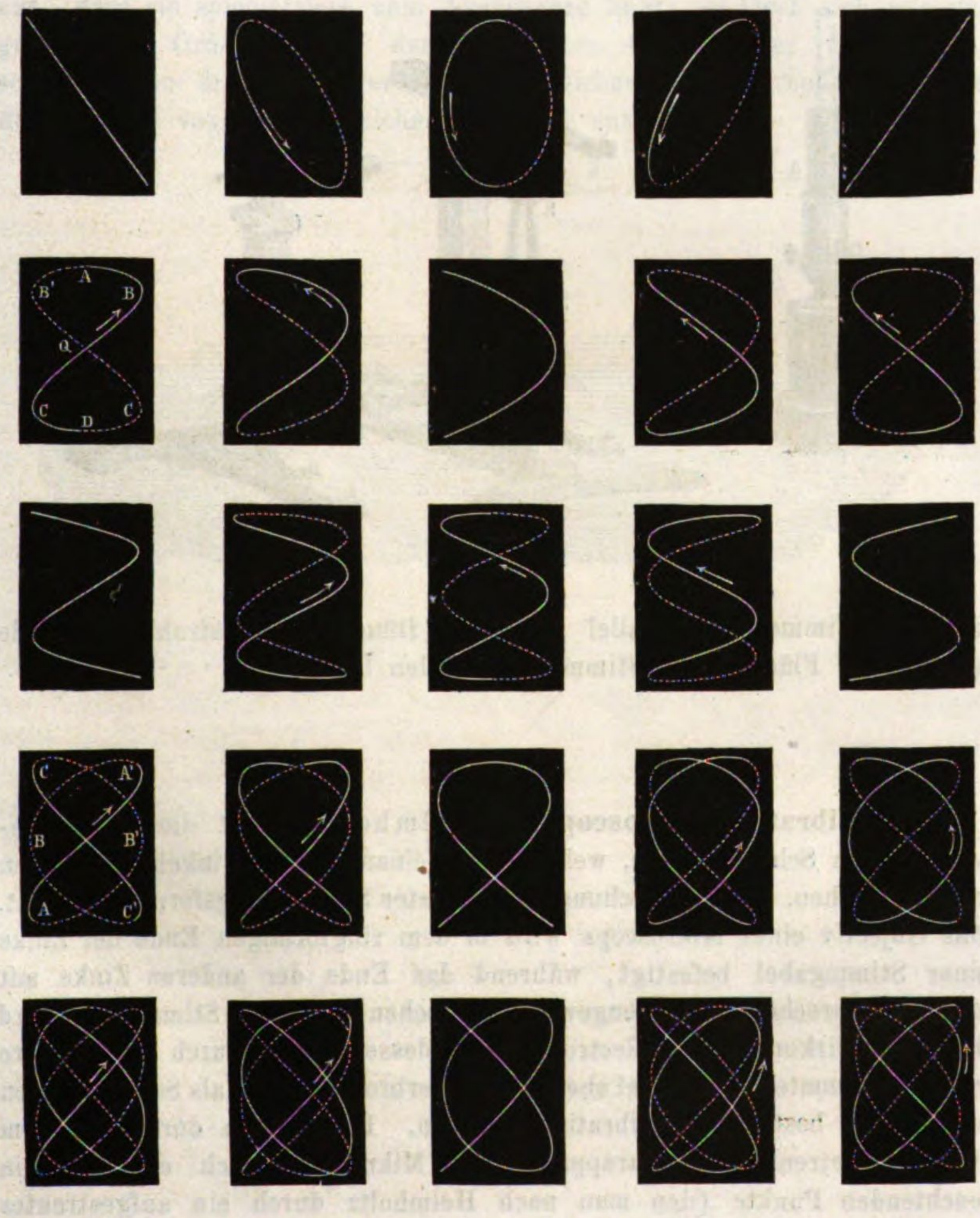
Dieser Punkt wird also im Allgemeinen eine Curve beschreiben, deren Gestalt und Lage indessen nicht nur durch das Verhältniss der beiden Dicken, sondern auch durch den Phasenunterschied der beiden Schwingungssysteme bestimmt wird.

Sind die Dicken und Phasen gleich, so geht die Schwingung in der Diagonale des Rechtecks vor sich, welches aus den Amplituden construirt wird. Bei Phasendifferenzen werden die Schwingungen elliptisch. Verhalten sich bei gleichen Phasen die Dicken wie 1 : 2, so dass Octaven zusammenklingen, so erhält die Figur die Form einer 8, wie man leicht sieht, wenn man auch nur diejenigen Punkte in Betracht zieht, in welchen die kleinsten (Null) und grössten Geschwindigkeiten der Componenten stattfinden.

Die weitere Verfolgung dieser hübschen Erscheinung bietet weder der Rechnung noch dem Versuche Schwierigkeiten. Fig. 467 stellt die Form der Curve dar, wie sie dem in den einzelnen Ueberschriften genannten Tonverhältnisse entspricht. Dabei bezieht sich die erste Vertikalcolonne auf Gleichheit der Phasen, die folgenden der Reihe nach auf die Phasenunterschiede $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}$.

Wheatstone hat den von ihm Kaleidophon genannten Apparat construirt, indem er mehrere Stahlstäbe, welche zu einem Accord zusammenklingen, auf einem Resonanzkasten befestigte und jeden am Ende mit einer glänzenden Stahlperle versah. Während der Accord eine angenehme

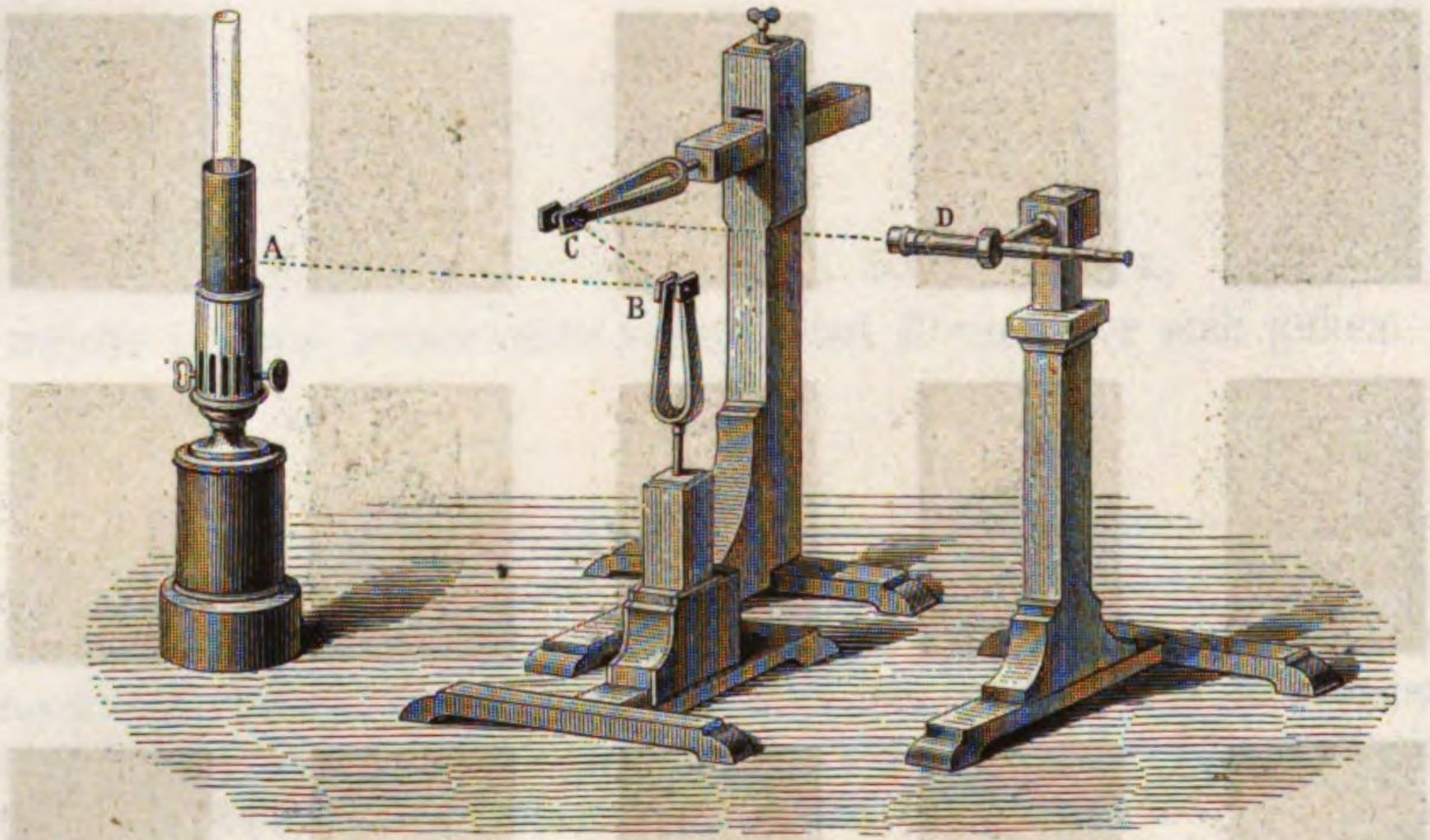
Fig. 467.



Empfindung im Ohre erregt, mag sich das Auge an den verschiedenen Curven ergötzen, welche von dem auf der Stahlkugel erglänzenden Lichtpunkte beschrieben werden und vermöge der Fortdauer des Lichteindrucks als stetiges Ganzes erscheinen.

Lissajous gibt für Beobachtung der Schwingungen, welche in zwei auf einander senkrechten Ebenen stehen, die in Fig. 468 dargestellte Methode, welche nach dem Früheren (§. 554) wohl ohne Weiteres verständlich und auch zur objectiven Darstellung geeignet ist, wenn man im ver-

Fig. 468.



finsterten Zimmer ein parallel gemachtes Bündel Sonnenstrahlen auf die spiegelnden Flächen der Stimmgabeln fallen lässt.

§. 560.

Das Vibrationsmikroscop. — Helmholtz*) hat die Zusammensetzung von Schwingungen, welche in zu einander rechtwinkeligen Ebenen vor sich gehen, zur Erforschung unbekannter Schwingungsformen benützt. Das Objectiv eines Mikroscops wird in dem ringförmigen Ende der Zinke einer Stimmgabel befestigt, während das Ende der anderen Zinke mit einem entsprechenden Gegengewichte versehen ist. Die Stimmgabel wird durch Einwirkung eines Electromagnets, dessen Strom durch eine andere gleich gestimmte Stimmgabel ebenso oft unterbrochen wird, als Schwingungen erfolgen, in beständiger Vibration erhalten. Blickt man durch den vom Objectiv getrennten Ocularapparat des Mikroscops nach einem festen leuchtenden Punkte (den man nach Helmholtz durch ein aufgestreutes Stärkmehlkörnchen auf jedem Gegenstande leicht erzeugen kann), so verschiebt sich dessen Bild während der Dauer einer Schwingung der

*) Helmholtz a. a. O. S. 138.

Stimmgabel zweimal um die Amplitude und erscheint somit als gerade (vertikale) Lichtlinie. Beginnt nun der leuchtende Punkt in horizontaler Richtung zu vibriren, so sieht man durch das Vibrationsmikroscop eine Curve, aus deren Gestalt auf die Schwingungsform des leuchtenden Punktes leicht geschlossen wird.

Trägt man nämlich die beobachtete Curve auf Coordinatenpapier so auf, dass sie symmetrisch zum Axenkreuze liegt, so lässt sich aus der gemessenen Ordinate und dem bekannten Gesetze der Stimmgabelschwingungen die Zeit berechnen, zu welcher der leuchtende Punkt um die Abscisse von seiner Gleichgewichtslage entfernt war.

Fünftes Kapitel.

Die Klangfarbe.

I. Analyse der Klangfarbe.

§. 561.

Es wurde schon oben ausgesprochen, dass der eigenthümliche von Höhe und Stärke verschiedene Charakter eines Klanges, durch welchen sich gleich hohe und gleich starke Klänge verschiedener Instrumente unterscheiden und den wir Klangfarbe nennen, durch die Schwingungsform bedingt sei. Wir verstehen dabei unter Schwingungsform das Gesetz, nach welchem die Geschwindigkeit und Entfernung eines Lufttheilchens aus seiner Gleichgewichtslage von der Zeit abhängt, welche seit seinem Durchgang durch dieselbe verlaufen ist. Ein solches Gesetz wurde oben (§. 516) abgeleitet für den Fall, dass eine Stimmgabelzinke ihre vibrirende Bewegung an die Luft überträgt. Es ist zur Vernehmung eines Klanges nicht erforderlich, dass die Lufttheilchen des Gehörganges ihre Schwingungen gerade nach diesem Gesetze ausführen, vielmehr genügt es hiefür, dass dieselben überhaupt in regelmässigen Perioden schwingen, d. h. dass ein Lufttheilchen nach Verlauf einer bestimmten Zeit (der Schwingungsdauer) den gleichen Ort stets wieder mit der gleichen und gleichgerichteten Geschwindigkeit passirt. Fixiren wir die Dauer der Periode und noch die Amplitude, d. h. die grösste Entfernung der schwingenden Theilchen von der Gleichgewichtslage, so bleibt doch noch eine unendliche Mannichfaltigkeit von Formen für die Curve, welche man erhält, wenn man die mit Beginn der Periode verlaufene Zeit als Abscisse, die entsprechende Entfernung des Theilchens

aus der Gleichgewichtslage als Ordinate aufträgt. Diesen Schwingungsformen gegenüber wollen wir die oben aus der Bewegung der Stimmgabel abgeleitete Schwingungsform einfach und den so erzeugten Klang einen einfachen Ton nennen.

§. 562.

Mathematische Zerlegung der Schwingungsformen. — Fourier hat gelehrt, dass jede regelmässig periodische Schwingungsform aus einer Summe von einfachen Schwingungen zusammengesetzt werden kann, deren Schwingungszahlen ein, zwei, drei, vier .... Mal so gross sind als die Schwingungszahl der resultirenden Schwingung, und zwar kann jede gegebene regelmässig periodische Schwingungsform nur in einer Weise als Summe einer gewissen Anzahl einfacher Schwingungen dargestellt werden, so dass sowohl die Amplituden (Stärken) als die Phasenunterschiede dieser einfachen Schwingungen vollkommen bestimmt sind.

Somit lässt sich jeder musikalische Klang mathematisch als Summe einer gewissen Anzahl einfacher Töne auffassen, deren Schwingungszahlen ganze Vielfache der Schwingungszahl des tiefsten unter ihnen (des Grundtons) sind, und deren Phasenunterschiede und relative Stärken durch die Schwingungsform des gegebenen Klanges vollkommen bestimmt sind.

Der Grundton, der mit dem Klange selbst die Schwingungsdauer gemein hat, ist massgebend für die Höhe des Klanges. Die übrigen im Klange vorhandenen einfachen Töne heissen harmonische Obertöne des Grundtons. Da die Schwingungszahlen des Grundtons und der Obertöne im Verhältniss der Zahlen

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 . . . n

stehen, so sind die Obertöne der Reihe nach zum Grundton:

Höhere Octave, Quinte der Octave, zweithöhere Octave,
2 3 4

grosse Terz dieser Octave, Quinte dieser Octave u. s. f.;
5 6

in Notenschrift, wenn c als Grundton angenommen wird:

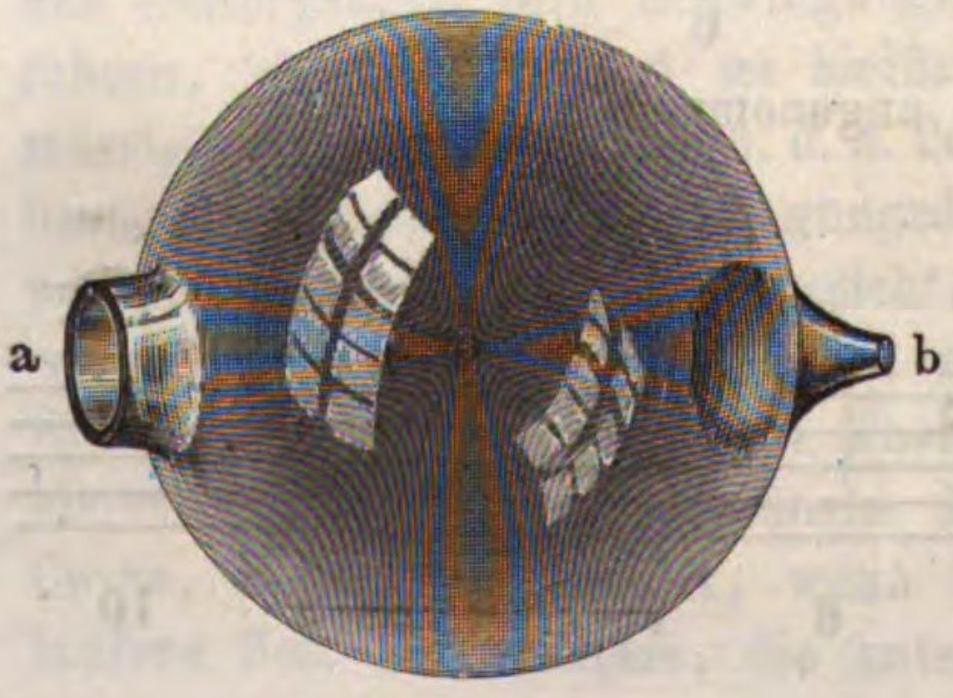
§. 563.

Physische Zerlegung der Schwingungsformen. — Helmholtz hat nachgewiesen, dass die Zerlegung eines zusammengesetzten Klanges in einfache Partialtöne nicht nur mathematisch ausführbar ist, sondern auch in der Natur wirklich ausgeführt wird, sowohl durch künstlich herstellbare Apparate als durch das Ohr.

Was die erstere Art der Zerlegung betrifft, so geschieht sie durch Resonatoren, welche auf diejenigen Obertöne, deren Vorhandensein in einem bestimmten Klange nachgewiesen werden soll, abgestimmt sind.

Die Construction der Resonatoren beruht auf der Eigenschaft gewisser Körper, durch Luftschwingungen, welche an ihnen ankommen, zum Mitschwingen veranlasst zu werden. Wie ein Pendel von bestimmter Massenvertheilung, in einem bestimmten Punkte gehalten, Schwingungen von ganz bestimmter Zeitdauer macht und durch eine Reihe schwacher aber oft wiederholter Anregungen, die von einer Seite her erfolgen, nur dann zu grösseren Schwingungen veranlasst werden kann, wenn diese Anregungen in Perioden erfolgen, welche mit der eigenen Schwingungsperiode des Pendels so in Uebereinstimmung sind, dass sich die Wirkung des folgenden Anstosses zu der des vorausgehenden summirt: so können auch die Luftschwingungen einen Körper nur dann zum Mittönen anregen, wenn der eigene Ton, den der Körper geben kann, mit dem der ankommenden Luftwelle gleich ist. Ist die Masse des Körpers zu gross im Verhältniss zur Grösse der Oberfläche, welche er der schwingenden Luftmasse darbietet, so gelingt die Anregung desselben nicht mit der Stärke, dass wir ihn tönen hören. Daher eignen sich zu Resonatoren dünne Brettchen von weiter Spannung, aus welchen die Resonanzkästen der Klaviere und Streichinstrumente bestehen, insbesondere aber abgegrenzte Luftmassen. Diese werden, wenn ihre Dimensionen passend gewählt sind, von den ankommenden Luftwellen in stehende Schwingungen versetzt und tönen dann kräftig mit.

Fig. 469.



Helmholtz gibt für die Einrichtung von Resonatoren, welche zum Zwecke haben, die Wahrnehmung der Obertöne dem Ohre zu erleichtern, folgende Regeln. Die Resonatoren sind am besten von kugelförmiger Gestalt mit kurzem trichterförmigen Halse (*b*), den man in das Ohr einsetzt (Fig. 469). Die Wandungen der Kugel müssen fest und glatt sein, um den kräftigen

Luftschwingungen im Inneren den nöthigen Widerstand leisten zu können, und um diese Bewegungen so wenig als möglich zu stören. Das Material kann Glas oder starkes Metallblech sein. Im Folgenden sind die Dimensionen der von R. König (in Paris) für Helmholtz angefertigten Resonatoren angegeben.

Tonhöhe.	Durchmesser der Kugel in Millimetern.	Durchmesser der Oeffnung*) in Millimetern.	Volumen des Hohlraums in Cubikzentim.	Bemerkungen.
g	154	35,5	1773	Hals trichterförmig.
b	131	28,5	1092	
c'	130	30,2	1053	
e'	115	30	546	
g'	79	18,5	235	
b'	76	22	214	
c''	70	20,5	162	
b'	53.5	8	74	Hals cylindrisch.
b''	46	15	49	
d'''	43	15	37	

***) die zur Aufnahme der Schallwellen bestimmt ist. Die zweite Oeffnung bildet das Ende des trichterförmigen Halses und hat ungefähr die Weite des äussersten Gehörganges.**

Die Kugelform ist indessen nicht wesentlich.

Helmholtz selbst hat für seinen Gebrauch auch cylindrische Röhren aus Pappe angewendet, deren eines Ende eine kreisförmige Oeffnung hatte, während in das andere geschlossene Ende ein dem Gehörgange angepasstes Glasrohr eingesetzt war, z. B.:

Tonhöhe.	Länge der Röhre.	Weite der Röhre.	Weite der Oeffnung.
B	690^{mm}	96^{mm}	73^{mm}
des	480	60	23

Apunn fertigt zu diesem Zwecke Resonatoren aus lackirtem Zinkblech von der Gestalt eines Kegels an, dessen offene abgerundete Spitze in das Ohr eingesetzt wird. Der eigene Ton des Resonators wird leicht erkannt, wenn man einigemale mit dem Finger leise auf die Spitze klopft.

Bewaffnet man das eine Ohr mit einem Resonator, welcher auf einen der möglichen Obertöne eines bestimmten Grundtons abgestimmt ist und verstopft das andere, so hört man den Oberton, wenn er in einem bestimmten Klange mit dem Grundton wirklich mitklingt, durch den Resonator verstärkt.

Verschafft man sich andererseits auf irgend eine Weise, z. B. durch Anwendung des Vibrationsmikroscops, die Schwingungscurve des Klanges und führt die Zerlegung desselben in einfache Schwingungen durch mathematische Rechnung aus, so erhält man jedenfalls die mit Hilfe der Resonatoren gehörten einfachen Töne.

Hat man sich mit Hilfe der Resonatoren auf die Unterscheidung der Partialtöne eines Klanges eingeübt, so gelingt dann die Unterscheidung der stärkeren wohl auch dem unbewaffneten Ohre.

§. 564.

Abhängigkeit der Klangfarbe von den Obertönen. — Durch Zerlegung der Klänge mittelst der Resonatoren, durch Beobachtung und mathematische Analyse der Schwingungsformen, sowie durch Zusammensetzung einfacher Töne einerseits und Vergleichung der Resultate mit den entsprechenden Klangfarben andererseits konnte Helmholtz nachweisen, dass die Verschiedenheit der Klangfarbe musikalischer Klänge von gleicher Höhe des Grundtons daher rührt, dass diesem harmonische Obertöne von verschiedener Höhe und Stärke beigesellt sind, während der Phasenunterschied dieser Partialtöne keinen Einfluss hat.

Zur Erläuterung dieses Einflusses eignen sich insbesondere Saiten, welche man durch Anschlagen zum Tönen bringt, da die erregte Klangfarbe sowohl von der Art als der Stelle des Anschlags abhängt.

Durch den Anschlag der Saite an einer bestimmten Stelle werden alle Obertöne ausgeschlossen, welche hier einen Knotenpunkt haben müssten, also z. B. durch den Anschlag in der Mitte der 2., 4. u. s. f., alle geradzahligen Obertöne. Der Ton klingt dabei hohl oder näselnd. Durch Anschlagen mit einem scharfkantigen metallenen Hammer, der sehr rasch abspringt, wird die Ausbildung der höheren kurzwelligen Obertöne auf Kosten der tieferen befördert und der Ton erhält etwas klimperndes, scharfes. Es erklärt sich daraus die aus der Erfahrung gewonnene Anordnung des Anschlags bei den Klaviersaiten. Indem der Anschlag in $^1/_7$ bis $^1/_9$ der Saitenlänge stattfindet, wird der Klang von den dissonirenden Obertönen 7, 8, 9 befreit, während zugleich durch Anwendung weicher elastischer Hämmer die Ausbildung der tieferen harmonischen Obertöne begünstigt und dadurch dem Klange der Charakter des vollen, dem Dur-Akkorde ähnlichen, verliehen wird.

Helmholtz berechnet für den Fall, dass der Hammer während $\frac{3}{14}\,\delta$ (δ die Schwingungsdauer des Grundtons) in $^1/_7$ der Saitenlänge anschlägt

theoretisch das Intensitätsverhältniss der ersten 6 Obertöne zum Grundton (= 100)

Grundton	2	3	4	5	6	7
100	249	242,9	118,9	26,1	1,3	0

und findet, dass diese Verhältnisse bei einem Fortepiano in den tieferen Lagen von C bis c' annähernd vorhanden sind, während bei höheren Tönen (g', c'') eine relativ längere Berührung des Hammers schon den 4. und 3. Partialton nahezu ausschliesst.

Im Allgemeinen gibt die Theorie, dass die Entwickelung derjenigen Obertöne durch die Zeitdauer des Anschlags am meisten begünstigt wird, deren halbe Schwingungsdauer jener Zeitdauer am nächsten liegt.

§. 565.

Ueber die Abhängigkeit der Klangfarbe von der Zusammensetzung der Klänge gibt Helmholtz folgende allgemeine Regeln:

1) Einfache Töne wie die der Stimmgabeln mit Resonanzröhren, der weiten gedackten Orgelpfeifen klingen sehr weich und angenehm, ohne alle Rauhigkeit, aber unkräftig und in der Tiefe dumpf.

2) Klänge, welche von einer Reihe ihrer niederen Obertöne bis etwa zum sechsten hinauf in mässiger Stärke begleitet sind, sind klangvoller, musikalischer. Sie haben, mit den einfachen Tönen verglichen, etwas Reicheres, Prächtigeres, sind aber vollkommen wohllautend und weich, so lange die höheren Obertöne fehlen. Hieher gehören die Klänge des Fortepiano, der offenen Orgelpfeifen, die Pianotöne der menschlichen Stimme und des Horns. Die Flöten und die schwach angeblasenen Flötenregister der Orgel nähern sich den einfachen Tönen.

3) Wenn nur die ungeradzahligen Obertöne da sind, wie bei den engen gedackten Orgelpfeifen, den in der Mitte angeschlagenen Saiten und der Klarinette, so bekommt der Klang einen hohlen oder bei einer grösseren Anzahl von Obertönen einen näselnden Charakter.

4) Wenn der Grundton an Stärke überwiegt, ist der Klang voll, leer dagegen, wenn jener an Stärke den Obertönen nicht hinreichend überlegen ist.

5) Wenn die hohen Obertöne jenseits des sechsten oder siebenten sehr deutlich sind, wird der Klang scharf und rauh. Sind die hohen Obertöne von mässiger Stärke, so beeinträchtigen sie die musikalische Brauchbarkeit der Klänge nicht, erweitern vielmehr die Ausdrucksfähigkeit der Musik. Hieher gehören die Klänge der Streichinstrumente, der meisten Zungenpfeifen, Oboe, Fagott, Physharmonika, menschliche Stimme. Selbst die sehr rauhen, schmetternden Klänge der Blechinstrumente finden noch

zur Hervorbringung des Eindrucks ausserordentlicher Kraft und Feierlichkeit Verwendung.

Von der Synthese der Klangfarben wird im Folgenden die Rede sein.

§. 566.

Die menschliche Stimme. — Die Klänge der menschlichen Stimme entstehen im Kehlkopf, indem ein Luftstrom durch die zwischen zwei elastischen Membranen (den Stimmbändern) befindliche Spalte (die Stimmritze) streicht und die Stimmbänder in Schwingungen versetzt. Der Ton wird höher oder tiefer, je nachdem die Stimmbänder durch die Muskeln des Kehlkopfes stärker oder weniger stark gespannt werden.

Der aus dem Kehlkopf hervordringende Klang ist reich an Obertönen, zu welchen sich die Mundhöhle als Resonator verhält. Je nach der Form, welche wir der Mundhöhle geben und der Weite der Mundöffnung werden andere Obertöne verstärkt und so diejenige Verschiedenheit der Klangfarbe zu Stande gebracht, durch welche sich die auf dieselbe Note gesungenen oder gesprochenen Vokale von einander unterscheiden.

§. 567.

Resonanz der Mundhöhle. — Helmholtz fand ohne Unterschied bei Männern, Frauen und Kindern durch Prüfung mit Stimmgabeln, welche vor die zum Aussprechen des betreffenden Vokals eingerichtete Mundhöhle gehalten wurden, dass dieselben beim Aussprechen des U auf f abgestimmt sind, bei O auf b', bei A auf b'' bis d''', je nach der Breite desselben. Bei Erzeugung der Laute Ae, E, I ist die Mundhöhle einer Flasche mit weitem Bauche und engem Halse vergleichbar und spricht demnach auf zwei Töne an, deren einer dem Eigenton des selbständig gedachten Bauches, der andere dem des Halses nahe liegt. Bei Stellung des Mundes auf Ae gibt die (vordere) Mundhöhle Resonanz auf g''' bis as''', bei E auf b''', bei I schliesst man aus dem den geflüsterten Vokal begleitenden Luftgeräusche auf d''''.

Flüstert man Ae, so erhält man zugleich aus dem hinteren bauchigen Luftraume der Mundhöhle Resonanz auf eine Stimmgabel, welche d'' hinter den Oberzähnen erzeugt, ebenso entspricht f' dem E und f dem I.

Bei Oe und Ue ist die Form der Mundhöhle ähnlich wie bei E und I, nur ist durch Vorstrecken der Lippen der Hals noch mehr verlängert. Es entsprechen also auch diesen Vokalen je zwei charakteristische Resonanzen: nämlich cis''' und f' dem Oe, g''' und f dem Ue. Man erhält sonach folgende Zusammenstellung der Töne, welche von der Mundhöhle,

sobald sie sich auf den beigesetzten Vokal eingerichtet hat, verstärkt werden.

U O A Ae E I Oe Ue

Es folgt das für den Gesang anwendbare Resultat, dass die verschiedenen Vokale am besten auf solche Noten ansprechen, welche in der unmittelbaren Nähe der hier vorgetragenen charakteristischen Noten liegen oder dieselben als Obertöne enthalten.

II. Synthese der Klangfarbe.

§. 568.

Zur **Herstellung von Klängen bestimmter Klangfarbe durch Combination einfacher Töne** bediente sich Helmholtz einer Reihe von Stimmgabeln, welche den Grundton und dessen Obertöne gaben. Diese Stimmgabeln wurden durch Electromagnete, deren gemeinsamer Strom von einer zweiten, den Grundton gebenden Stimmgabel, welche ebenfalls von einem Electromagneten Impulse erhielt, abwechselnd geschlossen und unterbrochen wurde, in Schwingungen versetzt und in solchen erhalten. Der Ton der Stimmgabeln wurde durch cylindrische Resonanzröhren von Pappe, welche mit Grundflächen von Zinkblech versehen waren und ihre einzige Oeffnung der Stimmgabel zukehrten, verstärkt. Durch eine Klappe, welche mittelst eines Hebels der Oeffnung parallel vor derselben verschoben wurde, konnte der Ton der Resonanzröhre ein wenig verstimmt werden, während durch Annäherung oder Entfernung des Resonators seine Wirkung verstärkt oder geschwächt wurde.

Folgendes sind die Resultate der Versuche, welche Helmholtz ausführte, um die Vokale auf die Grundtöne B oder *b* durch Synthese von Obertönen hervorzubringen. U wird durch den Grundton (B) allein zu dumpf und besser erhalten, wenn man den zweiten (*b*) und dritten Partialton (*f*) schwach mitklingen lässt.

O erhält man, wenn bei Dämpfung des Grundtons der vierte Partialton (b') stark, der zweite (b), dritte (f') und fünfte (d'') schwach angegeben werden.

Die Herstellung der helleren Vokale von A an gelang besser, wenn die Obertöne der nächst höheren Octave (b) benützt wurden. Hier erhält man O durch Combination des mässig starken Grundtons (b) mit kräftigem (b') und schwachem (f''); A, wenn zu dem gemässigten Klange des O (b, b' f'') der vierte (b'') und fünfte Partialton (d''') kräftig mitklingen. A geht in Ae über, wenn der zweite (b') und dritte Partialton (f'') etwas stärker, der vierte (b'') schwächer, dagegen der fünfte (d''') und sechste (f''') möglichst stark genommen werden.

Annähernd wird E erhalten, wenn bei Mässigung des Grundtons (b) und des zweiten Partialtons (b') der dritte (f') und insbesondere die hohen Obertöne 6 (f'''), 7 (as'''), 8 (b''') stark hervortreten. Für die noch höheren Obertöne, welche den Vokal I charakterisiren, reichte der Stimmgabelapparat nicht aus.

Sechstes Kapitel.

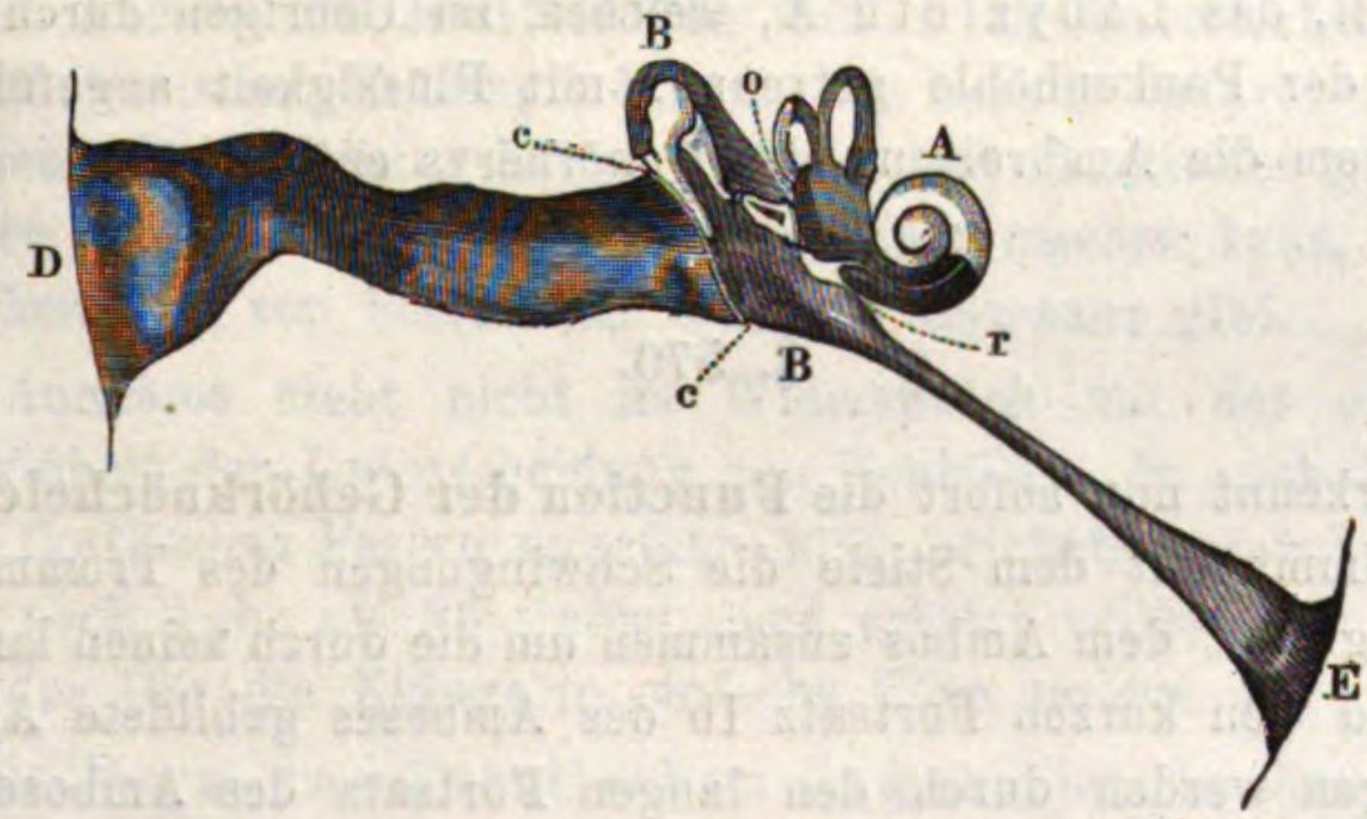
Das Ohr.

I. Bestandtheile des Ohres.

§. 569.

Das Ohr (Fig. 470) beginnt von aussen her mit der Ohrmuschel, von welcher der äussere Gehörgäng D nach dem Trommelfell c c führt. Durch das Trommelfell, eine ziemlich schlaff gespannte Membrane, ist das äussere

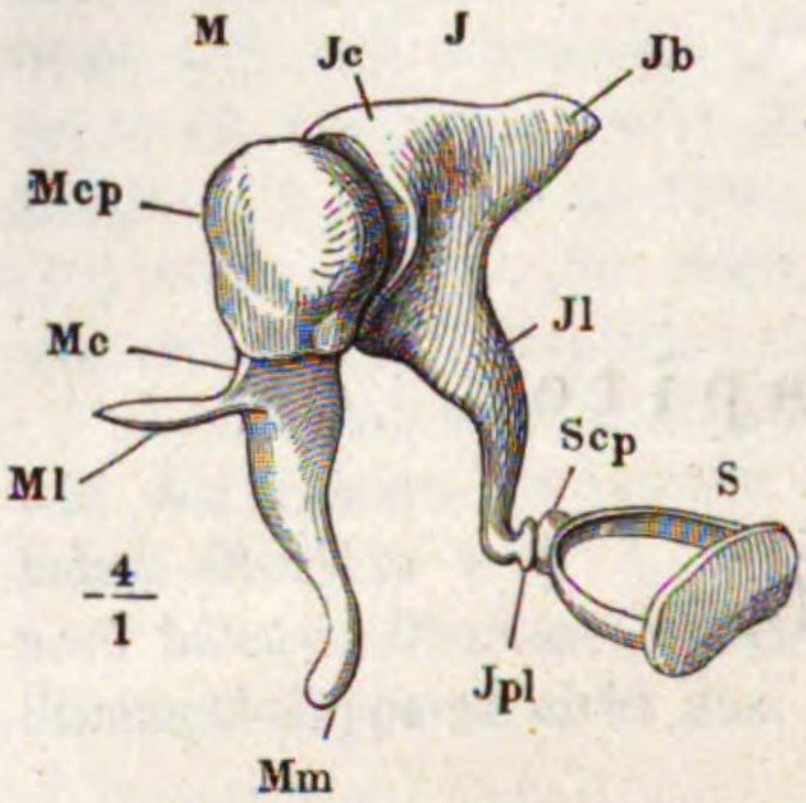
Fig. 470.



Ohr von der Paukenhöhle B B getrennt. Die Paukenhöhle ist mit Luft gefüllt und gewöhnlich vollkommen abgeschlossen, weil die nach der Mundhöhle führende Eustachische Trompete E sich nur bei der Schlingbewegung

öffnet. In der Paukenhöhle liegen die 4 Gehörknöchelchen, welche in Fig. 471 in viermaliger (linearer) Vergrösserung dargestellt sind: M ist der Hammer, J der Ambos, S der Steigbügel, Jpl ist das zwischen Ambos und Steigbügel eingeschobene Linsenbeinchen.

Fig. 471.



Der Hammer ist mit dem Stiele Mm an das Trommelfell angewachsen, sein langer Fortsatz Ml steckt beweglich in einer Spalte des Felsenbeins, seinen Kopf Mcp legt er in eine Höhlung des Amboses, der ebenfalls zwei Ausläufe (Fortsätze) hat, von welchen der kürzere Jb an die Wand der Paukenhöhle angewachsen ist, der längere Jl aber frei, dem Hammerstiele parallel in die Luft ragt und dazu dient, die Verbindung zwischen Ambos und Steigbügel aufzunehmen.

Der lange Fortsatz Jl des Amboses ist nämlich mit dem Linsenbeinchen durch ein Kugelgelenk verbunden, ebenso wie der Steigbügel S, dessen oberer Knopf auf der anderen Seite des Linsenbeinchens anliegt, während die Basis (Fussplatte) des Steigbügels, eine elliptische Knochenplatte, auf eine dünne Membrane, das ovale Fenster, aufgeheftet ist und dieses bis auf einen schmalen Rand ganz bedeckt.

Das ovale Fenster (O Fig. 470) und das unter ihm liegende, ebenfalls durch eine Membrane geschlossene runde Fenster *r* sind die einzigen Zugänge aus dem zweiten Theile des Ohres (der Paukenhöhle) in den dritten Theil, das Labyrinth A, welches, im Uebrigen durch Knochenwände von der Paukenhöhle getrennt, mit Flüssigkeit angefüllt ist und unter anderem die Ausbreitung des Gehörnervs enthält.

§. 570.

Man erkennt nun sofort die **Function der Gehörknöchelchen.** Der Hammer nimmt mit dem Stiele die Schwingungen des Trommelfells auf und schwingt mit dem Ambos zusammen um die durch seinen langen Fortsatz Ml und den kurzen Fortsatz Ib des Amboses gebildete Axe. Diese Schwingungen werden durch den langen Fortsatz des Amboses auf den Steigbügel und von diesem auf die Membrane des ovalen Fensters übertragen, welche sie dem Labyrinthwasser mittheilt. Die Gelenke gestatten dabei dem System eine Verschiebung, welche zur Mässigung oder Verstärkung der Uebertragung verwendet wird und der Wirkung nach viel-

leicht den Bewegungen vergleichbar ist, welche zur Contraction oder Oeffnung der Pupille des Auges dienen, je nachdem die gesehene Helligkeit grösser oder kleiner ist. Ausserdem findet noch eine directe Uebertragung der Luftschwingungen der Paukenhöhle durch die Membranen des ovalen und runden Fensters statt, woraus in Uebereinstimmung mit der Erfahrung folgt, dass das Hören auch dann noch (geschwächt) fortdauert, wenn das Trommelfell oder die Verbindung zwischen den Gehörknöchelchen zerstört ist.

§. 571.

Vom **Labyrinthe** sei hier nur gesagt, dass es aus einem Vorhofe besteht, in welchen das ovale Fenster führt, ferner der mit dem Vorhofe durch einen Kanal verbundenen Schnecke, welche andererseits durch das runde Fenster mit der Paukenhöhle in directer Beziehung steht. Beide (parallel laufende) Partien der Schnecke sind nur durch eine sehr enge Oeffnung (Helicotrema) mit einander in Verbindung. In der Schnecke liegt mit den Nervenenden verwebt ein Organ, das System der Cortischen Fasern.

II. Zerlegung der Klänge durch das Ohr. Dissonanz.

§. 572.

Nach der Ansicht von Helmholtz sind es die **Corti'schen Fasern,** welche die musikalischen Tonempfindungen den Nerven dadurch vermitteln, dass jede dieser Fasern ihrer Länge, Masse und Elasticität gemäss nur Schwingungen von bestimmter Schwingungsdauer machen kann, somit auf einen einfachen Ton von bestimmter Tonhöhe Resonanz gibt.

Diese Annahme steht nicht im Widerspruch mit der erfahrungsmässigen Feinheit der Unterscheidung von Tonhöhen, da nach Kölliker die Zahl der Corti'schen Fasern ungefähr 3000 beträgt, wornach auf jeden halben Ton noch mehr als 33 treffen, und erklärt vollkommen die Thatsache, dass das Ohr die Klänge in einfache Töne zerlegt.

Auch die Form des Corti'schen Organs ist, der Annahme entsprechend, einem vielbesaiteten Instrumente nicht unähnlich, da diejenigen Fasern (zweiter Art), welche die Schwingungen aufnehmen können, in einer Reihe, frei nebeneinander, mit der Wurzel in der durch die Bewegungen des Labyrinthwassers erschütterten Membrane stecken, mit den

abgerundeten Enden aber sich gegen die pfannenartigen Ausbuchtungen der Fasern erster Art stützen, deren festes, zusammenhängendes System gleichsam den Steg der Besaitung bildet.

§. 573.

In dem zuletzt Gesagten sind auch die Anhaltspunkte für Beurtheilung der **Consonanz** und **Dissonanz** gegeben.

Die höhere Octave eines Tons klingt als erster Oberton in den meisten Klängen so stark mit, und wir sind so sehr daran gewöhnt, sie mit dem Grundton in Beziehung zu setzen, dass es uns kaum auffällt, wenn sie als einfacher Ton derselben Klangfarbe dem Grundton nochmals durch Eingreifen eines zweites Instrumentes beigefügt wird. Wir beurteilen die Wirkung häufig nur als eine Verstärkung des Grundtons. Eben desshalb kann die (vollkommene) Consonanz der Octaven unser Interesse nicht erregen, sie wirkt wie eine Tautologie. Der zweite Oberton, die Quinte der Octave, legt dem Grundton ihre tiefere Octave nahe, und wir finden in der That in der Quinte eine Consonanz, welche etwa den Uebergang von den monotonen zu den interessanteren Consonanzen bildet. Der dritte Oberton kommt als Octave nicht mehr in Betracht, hingegen macht der vierte Oberton als grosse Terz der zweiten Octave auf die grosse Terz des Grundtons aufmerksam und damit ist der Dur-Accord durch die ersten 5 Partialtöne des Grundtons gegeben. Die Verwandtschaft der Töne des Dreiklangs liegt somit darin, dass sie Obertöne und zwar die nächsten und stärksten des Grundtons sind.

§. 574.

Dissonanzen entstehen durch Schwebungen der Grundtöne oder zweier Obertöne eines Klanges, sobald diese Schwebungen einerseits so zahlreich werden, dass sie nicht mehr als einzelne Stösse unterschieden werden, aber doch nicht zahlreich genug, um eine continuirliche Wirkung auf den empfindlichen Theil des Gehörorgans hervorzubringen. Während nämlich unterscheidbare Stösse die musikalische Empfindung desshalb nicht ändern, weil sie als Eindruck ganz anderer Art mit dem Klange nicht in unmittelbare Beziehung gebracht werden, bringen häufigere Schwebungen, indem sie in Pausen die entsprechenden Corti'schen Fasern erregen, einen intermittirenden Nervenreiz hervor, der von dem Klange nicht mehr getrennt, aber doch wie Kitzeln oder Kratzen unangenehm empfunden wird. Die Augenempfindung bietet auch hier Analoges. Geht man bei Sonnenschein in einer jungen Allee, so wird die Abwechselung von Licht und Schatten zwar wahrgenommen, sie wird aber für das Auge keine schmerz-

liche Empfindung. Fallen hingegen dem Gehenden die Sonnenstrahlen durch ein Gitter auf das Auge, so wird die Empfindung des Wechsels höchst unangenehm. Diese Unannehmlichkeit würde wieder verschwinden, wenn die Bewegung so rasch würde, dass die Gitterstäbe nicht mehr einzeln von den Lücken unterschieden werden.

Diese spärlichen Andeutungen erfüllen ihren Zweck, wenn sie den Leser anreizen, das oft citirte Buch von Helmholtz: »Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik, Braunschweig 1865,« sammt allen Beilagen zu studiren.

Siebenter Abschnitt.

Vom Lichte.

Erstes Kapitel.

Art der Lichtbewegung. — Ihre Geschwindigkeit.

I. Geradlinige Fortpflanzung.

§. 575.

Aetherschwingungen. — Unter Licht verstehen wir Wirkungen, welche die Körper auf den im Hintergrunde unseres Auges ausgebreiteten Sehnerv hervorbringen. Diese Wirkungen kommen durch Bewegungen zu Stande, welche von dem leuchtenden Körper ausgehen und sich bis zur Netzhaut des Auges fortsetzen. Da, wie aus der Sichtbarkeit der Sterne erhellt, das Licht auch solche Räume durchdringt, welche mit keinem der uns durch chemische Wirkungen bekannten Stoffe ausgefüllt sind, so sind wir zu der Annahme genöthigt, dass die Lichtbewegung von einem besonderen, durch die ganze Welt hin verbreiteten Stoffe von sehr geringem specifischen Gewichte ausgeführt wird, den wir Aether nennen. Alle Erfahrungen vereinigen sich zu dem Resultate, dass die Lichtbewegung des Aethers in Schwingungen der Aethermoleküle besteht, welche, in einem Punkte des leuchtenden Körpers erregt, transversal zur geraden Verbindungslinie des Auges mit dem leuchtenden Punkte vor sich gehen, ähnlich wie die Theilchen einer gestrichenen Saite senkrecht zur Richtung der Saite schwingen. Da die Fortpflanzung einer solchen Bewegung nur dadurch möglich ist, dass durch Aenderungen in der Distanz der Aethertheilchen Kräfte rege werden, welche diese Theilchen wieder nach ihren

ursprünglichen Lagen zurückziehen, so schreiben wir dem Aether solche Kräfte zu und nennen ihn, indem wir sein Verhalten mit dem ganz analogen der festen Körper vergleichen, elastisch.

§. 576.

Die **Fortpflanzung des Lichts** geht in ähnlicher Weise vor sich wie die des Schalles; jedes von der Bewegung erfasste Aethertheilchen wird zum Mittelpunkt einer Kugel, welche concentrisch anwächst und nach einer Sekunde die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts zum Halbmesser hat. Alle Aethertheilchen, welche sich auf der Oberfläche dieser Kugel befinden, haben gleichen Schwingungszustand, wenn sie nur durch die vom Mittelpunkt ausgehende Bewegung erregt worden sind, ausserdem setzen sich ihre Geschwindigkeiten und Elongationen nach den Gesetzen der Mechanik zusammen, so dass nach jeder der drei Hauptrichtungen des Raumes Elongation und Geschwindigkeit aus der algebraischen Summation derjenigen Wirkungen entstehen, welche jede einzelne der gleichzeitig im Aethertheilchen zusammentreffenden Kugelwellen für sich hervorbrächte.

Somit erklärt sich die geradlinige Fortpflanzung des Lichts, da wo sie thatsächlich beobachtet wird, mit Hilfe des Princips von Huyghens ebenso wie die geradlinige Fortpflanzung des Schalles (§. 525), und wir erwarten, dass auch Reflexion und Interferenz hier auf analoge Weise zu Stande kommen.

Die wichtige Gleichung $l = \delta c$, durch welche Fortpflanzungsgeschwindigkeit c, Schwingungsdauer δ und Wellenlänge l verbunden sind, gilt, da sie nur der mathematische Ausdruck für die Definition der Wellenlänge ist, für jede Wellenbewegung, also auch für die Lichtbewegung.

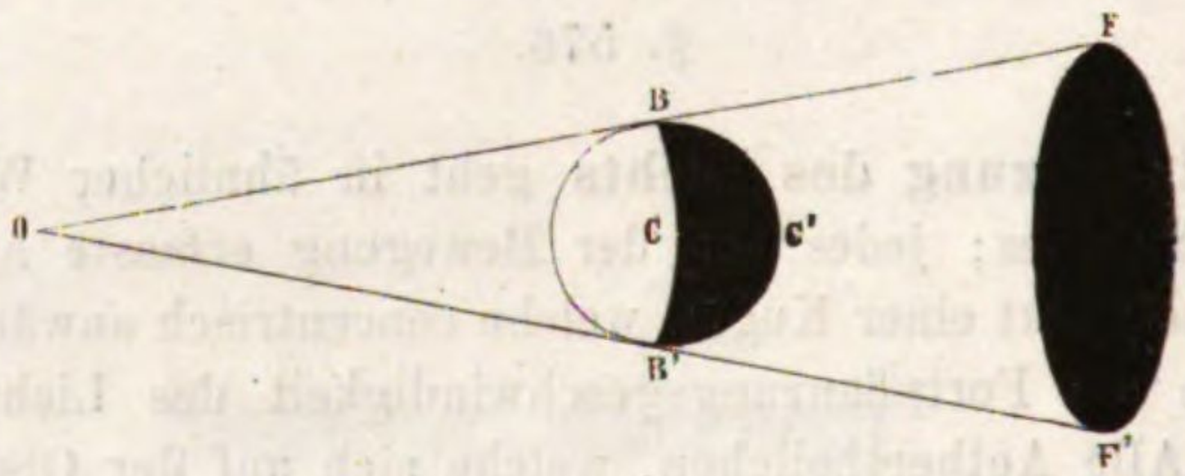
§. 577.

Schatten. — Ein leuchtender Punkt O (Fig. 472) sendet nach einem dunklen Körper BB′ einen Strahlenkegel.*) Die Berührungslinie zwischen Kegel und Körper scheidet die Oberfläche des Körpers in eine helle und eine dunkle Seite. Dieselbe Linie bestimmt die Grenze zwischen dem Lichtkegel und dem folgenden dunklen Kegelstumpfe, den wir Schattenkegel heissen können. Ein vorher vom Punkte beleuchteter Körper ver-

*) Unter einem Lichtstrahle, der von A nach B geht, verstehen wir die von A nach B gezogene gerade Linie, insofern dieselbe der Ort für die Gleichgewichtslagen unzähliger Aethertheilchen ist, welche Lichtbewegung ausführen.

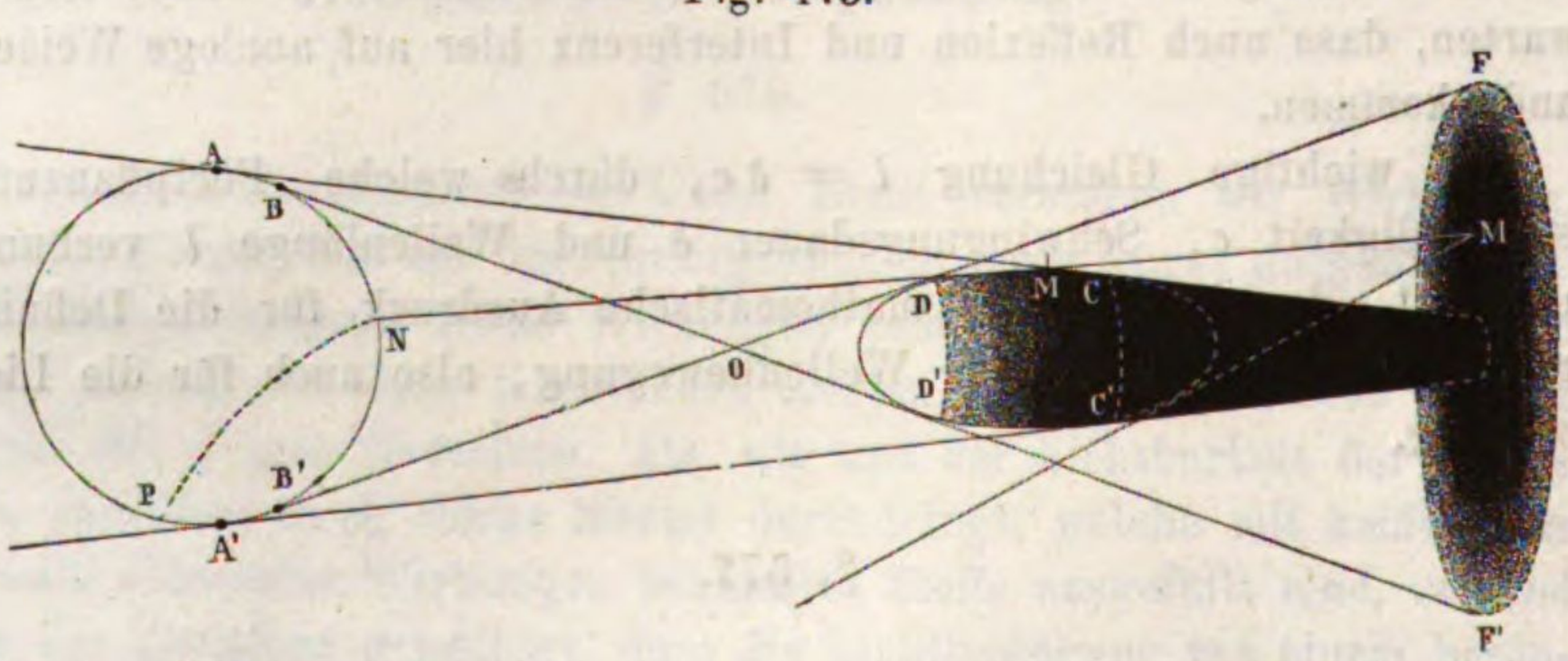
finstert sich beim Eintritt in den Schattenkegel. Auf einem den Schattenkegel durchschneidenden Schirm erscheint der Schlagschatten des Körpers.

Fig. 472.



Ein Halbschatten entsteht dann, wenn ein Körper von mehr als einem Lichtpunkte, z. B. von einer Fläche wie A A' (Fig. 473) beleuchtet wird. Es fällt dann Licht von dem einen Punkte A' in den Schattenkegel des anderen A (z. B. nach F'), so dass auf einem die Schattenkegel durchschneidenden Schirme neben Stellen, welche von der ganzen Lichtfläche beleuchtet sind, solche erscheinen, welche wie F F' in der äusseren Grenze der zu den äussersten Lichtpunkten A A' gehörigen Schlagschatten liegen und demnach von allen übrigen Punkten

Fig. 473.



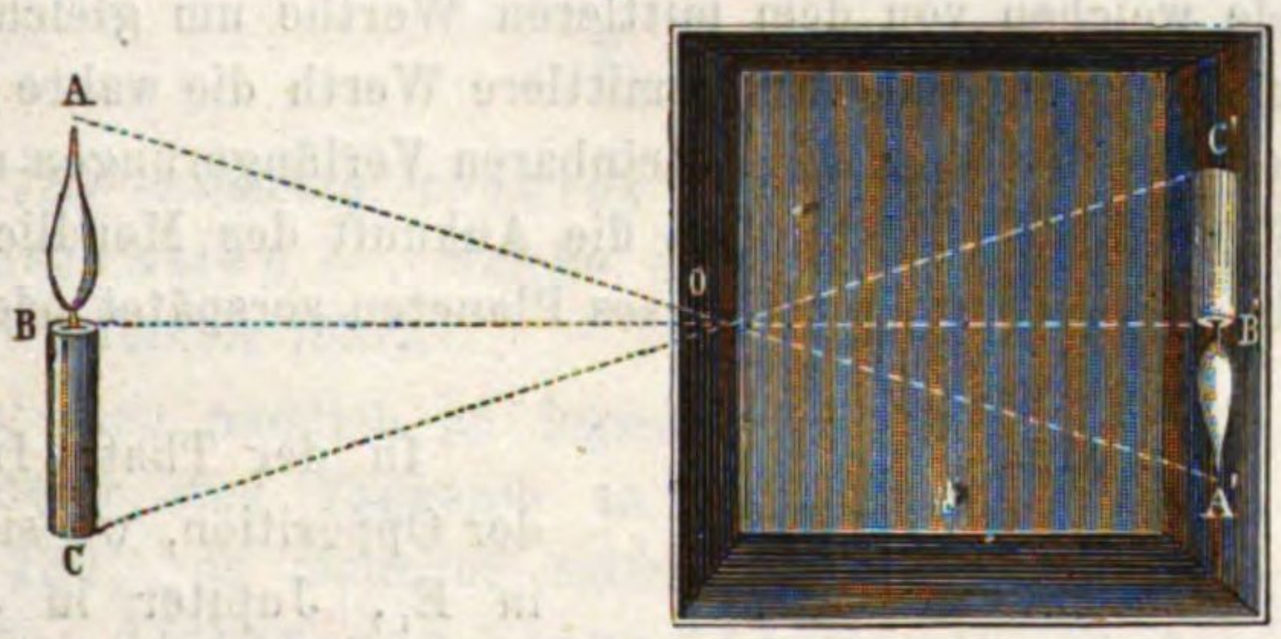
der Fläche Licht erhalten. Diesen folgen vom Rande gegen die Mitte zu in allmähligem Uebergange dunklere Stellen des Halbschattens bis zum Kernschatten, d. i. derjenigen Stelle, welche den Schnitten aller Schattenkegel gemeinsam und somit ganz dunkel ist.

Erscheinen vom Schirme aus alle Theile der leuchtenden Fläche gleich hell und sind zugleich die Einfallswinkel der Lichtstrahlen auf der ganzen Fläche des Kegelschnittes nahe gleich, so ist die Helligkeit einer Stelle des Halbschattens der ebenen Projection des von dieser Stelle aus sichtbaren Theiles der leuchtenden Fläche proportional.

§. 578.

Die Erscheinungen in der **Dunkelkammer** (Fig. 474) können zum Beweis der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes dienen. Wird auf der Vorderseite eines Kastens, dessen Wände innen geschwärzt sind, ein kleines Loch O angebracht, so erhält man auf der Rückseite, welche aus einer mattgeschliffenen Glasplatte bestehen mag, das verkehrte Bild eines vor dem Lichtloche befindlichen Gegenstandes um so schärfer, je kleiner die Oeffnung ist, verkleinert oder vergrössert, je nachdem die Entfernung der Rückwand von der Oeffnung kleiner oder grösser ist als die des Gegenstandes. Die Form der Oeffnung ist, solange ihre Hauptdimensionen

Fig. 474.



nicht allzu verschieden sind, gleichgiltig. So erhält man durch kleine Zwischenräume zwischen den Blättern einer Laube kreisrunde Sonnenbildchen auf Flächen, welche den Sonnenstrahlen senkrecht gegenüberstehen, auf schiefen hingegen elliptische Bilder.

Wird statt des kleinen Lichtloches eine Spalte angebracht, so geben die Sonnenstrahlen in Folge des Uebereinandergreifens der von den angrenzenden Lichtlöchern gelieferten runden Sonnenbilder einen Lichtstreifen, der an den beiden Enden durch lichtschwächere Halbkreise abgerundet ist und dessen Breite bei Entfernung des Schirmes in stärkerem Verhältniss zunimmt als seine Länge.

II. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts.

§. 579.

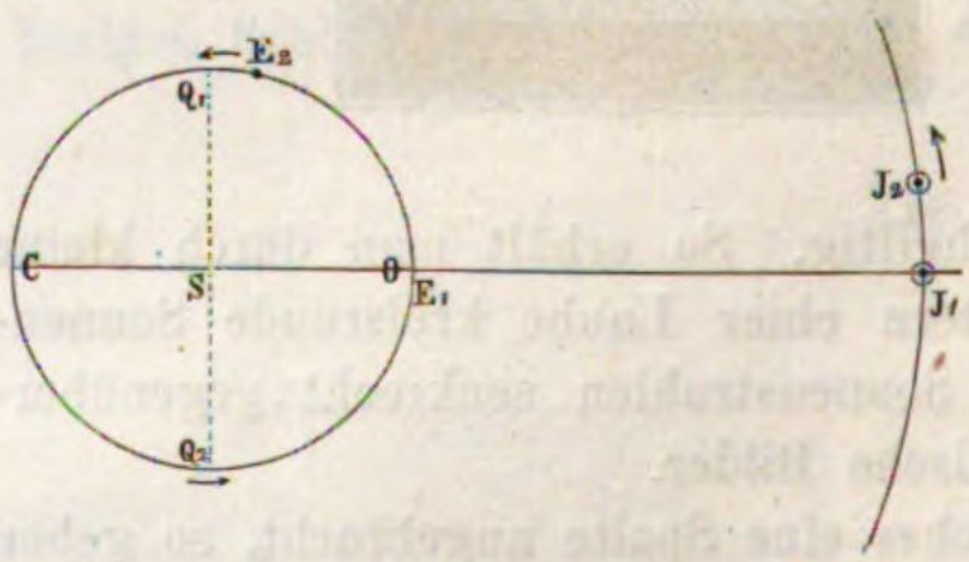
Da die Uebertragung einer Bewegung auf einen anderen Körper Zeit in Anspruch nimmt, so muss auch die Fortpflanzung des Lichts von einem Ort zum anderen in endlicher Zeit erfolgen.

Diese Zeit zeigte sich zuerst messbar, als der dänische Astronom Olaf Roemer um 1675 die Umlaufszeit der Jupitersmonde dadurch zu bestimmen suchte, dass er die zwischen zwei Verfinsterungen (oder Schattenaustritten) derselben vergangene Zeit mass.

Nachdem er Werthe von grösserer Verschiedenheit erhalten hatte, als dass die Abweichung durch Beobachtungsfehler erklärt werden konnte, ergab eine Vergleichung der Resultate mit den entsprechenden Constellationen, dass mit den Syzigien (Conjunction und Opposition) der Erde und des Jupiter die mittleren, mit den Quadraturen hingegen die extremen der für die Umlaufszeit erhaltenen Werthe zusammentrafen, und zwar waren die grössten erhalten worden in Q_1, als die Erde vom Jupiter weg nach der Conjunction zuging, die kleinsten in Q_2, als sie sich dem Jupiter näherte. Beide weichen von dem mittleren Werthe um gleichviel ab.

Roemer erkannte, dass dieser mittlere Werth die wahre Umlaufszeit des Mondes bedeute und dass die scheinbaren Verlängerungen und Verkürzungen derselben daher rühren, dass die Ankunft des Mondlichts auf der Erde durch die eigene Bewegung dieses Planeten verspätet oder beschleunigt wird.

Fig. 475.



In der That: In der Nähe der Opposition, wo sich die Erde in E_1, Jupiter in J_1 befindet, ändert sich in den 46½ Stunden, welche der innerste Jupitermond zu einem Umlauf gebraucht, die Entfernung der Erde vom Jupiter nicht merklich, so dass zwei auf einander folgende Schattenaustritte um die gleiche Zeit verspätet beobachtet werden, nämlich um die Zeit, welche das Licht nöthig hat, den Weg $J_1 E_1$ vom Jupitermonde nach der Erde zurückzulegen.

Ein Vierteljahr später befindet sich die Erde in E_2 nahe an Q_1, während Jupiter, der seinen Umlauf in 11 Jahren 10 Monaten vollendet, noch nicht ganz um 8 Grade von seinem früheren Orte entfernt ist. Hier bewegt sich nun während eines Mondumlaufs von 46½ Stunden die Erde beinahe in gerader Richtung vom Jupiter weg und legt dabei 590000 geogr. Meilen zurück. Während also an dieser Stelle E_2 ein erster Austritt des Mondes um T Secunden nach dem wirklichen beobachtet wurde (wenn das Licht den Weg $J_2 E_2$ in T Secunden zurücklegt), erfolgte die Beobachtung des zweiten Austritts $T + t$ Sekunden nach dem wirklichen; wobei $t = \frac{590000}{c}$ ist, wenn c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts bedeutet. Um eben diese Zeit erschien die Umlaufszeit gegen die bei der früheren Constellation beobachtete verlängert und da diese

Verlängerung von Roemer gleich 14 Sekunden beobachtet wurde, so ergibt sich $c = \frac{590000}{14} = 42100$ geogr. Meilen oder 308000 Kilometer.

Je genauer man den Werth der wahren Umlaufszeit eines Jupitermondes kennt, desto genauer kann man sich auch den Werth der Lichtgeschwindigkeit verschaffen, indem man etwa in der Nähe der Opposition die erste Verfinsterung beobachtet und nahe ein halbes Jahr vergehen lässt bis zur Beobachtung der folgenden. Dann bleibt der beobachtete Zeitpunkt der Verfinsterung gegen den berechneten um die Zeit zurück, welche das Licht nöthig hat, den Durchmesser der Erdbahn zu durchlaufen.

§. 580.

Um 1728 entdeckte Bradley am Fixsternhimmel eine Erscheinung — die Aberration —, welche ebenfalls zu einem Schlusse auf die Lichtgeschwindigkeit führt.

Richtet man nämlich zu irgend einer Zeit ein Fernrohr so, dass seine Richtung eine Tangente an die Erdbahn bildet, so erscheinen zwei (um 180° von einander entfernte) Sterne der Ecliptik an ihrem wahren Orte, diejenigen Sterne hingegen, welche in der zur Ecliptik durch den Berührungspunkt senkrechten Ebene liegen, erscheinen um 20″,445 (Bogensecunden) von ihrem wahren Orte verschoben und zwar nach der Richtung hin, nach welcher sich die Erde bewegt. Es erscheint also ein Stern der Ecliptik, der eben an seinem Platze gesehen wird, nach Verlauf eines Vierteljahres um 20″,445 nach links verschoben, nach einem halben Jahre wieder an seinem Platze, nach $^3/_4$ Jahren um 20″,445 nach rechts verschoben, und trifft nach einem Jahre wieder an seinem Platze ein. Er scheint somit innerhalb eines Jahres eine vollständige geradlinige Oscillation von 40″,49 Amplitude um seine wahre Lage auszuführen. Ein im Pol der Ecliptik befindlicher Stern ist in jeder der möglichen Vertikalebenen enthalten, scheint folglich stets um 20″,445 von seinem wahren Orte entfernt, und beschreibt somit während eines Jahres einen Kreis um den Pol. Alle übrigen Sterne sind nur zweimal des Jahres in der durch die Erde zur Ecliptik senkrecht gelegten Ebene enthalten, sie befinden sich dann in den Endpunkten der 40″,49 langen grossen Axe ihrer Aberrationsellipse, deren kleine Axe von ihrer (astronomischen) Breite abhängt. Bradley hat diese Erscheinungen aus dem Zusammenwirken der Bewegung der Erde mit der des Lichts erklärt.

Ist F F′ (Fig. 476) ein Fernrohr, welches seine Axe dem wahren Orte eines Sternes zuwendet, so sind der grossen Entfernung der Fixsterne wegen

alle Strahlen, welche dieser Stern nach der Erdbahn sendet, unter sich und der Axe des Rohres parallel. Steht das Rohr still oder bewegt es sich in der Richtung F F' auf den Stern zu, so gelangt der Randstrahl S S' nach dem Orte O in der Verlängerung von S S'.

Fig. 476.

Bewegt sich aber das Fernrohr in der Richtung F O und legt die Strecke M O zurück, während das Licht von S' nach O geht, so trifft der Lichtstrahl S S', der nach wie vor die absolute Richtung S' O verfolgt, den jetzt an die absolute Stelle O des Raumes gelangten Punkt (M) des Rohres und die übrigen vom Strahle getroffenen Punkte des Rohres liegen in der von (S') nach (M) gezogenen Geraden.

Es wird also, wenn die Rohraxe direct nach dem wahren Orte des Sternes gerichtet ist und das Rohr sich senkrecht zu dieser Richtung bewegt, in dem Rohre eine Linie (S') O hell, welche gegen dessen Axe um den Winkel (S') O S' geneigt ist, d. h. wir sehen, indem wir nur von der relativen Lage des Strahles gegen die Axe des Rohres Wahrnehmung erhalten, den Stern um diesen Winkel gegen seine wahre Lage verschoben. Aus der Figur erhellt, dass die Tangente des Aberrationswinkels dem Verhältniss der Erdgeschwindigkeit (33,4 Km.) zur Lichtgeschwindigkeit (c) gleich ist. Somit berechnet sich letztere aus der Gleichung

$$\text{tang } 22'',445 = \frac{33,4}{c}$$

ungefähr ebenso gross wie oben.

Bildet die Richtung der Lichtstrahlen mit der Geschwindigkeit v der Erde den Winkel β, so berechnet sich die Aberration (α) aus der Gleichung

$$\text{tang } \alpha = \frac{v \sin \beta}{c}.$$

§. 581.

Terrestrische Messungen. — Nach diesen Entdeckungen der Astronomen fanden sich die Physiker angeregt, auch in den beschränkteren Dimensionen der Erdoberfläche eine Messung der Lichtgeschwindigkeit zu versuchen, deren Resultate, mit den astronomischen verglichen, zugleich die Frage entscheiden konnten, ob Licht aus irdischen Quellen mit gleicher Geschwindigkeit den Raum durcheile.

Diese Messung gelang zuerst 1849 dem französischen Physiker Fizeau mittelst einer Vorrichtung, welche in Figur 477 dargestellt ist.

Zwischen das Objectiv O und das Ocular P des Fernrohrs O P war eine durchsichtige polirte Glasplatte N unter 45° Neigung gegen die Axe eingesetzt, welche die von dem Lichtpunkte A kommenden, durch eine Linsencombination nach A′ hin gerichteten Strahlen nach dem Brennpunkte *a* des Objectivs O reflectirte. Dieselben traten somit parallel aus dem Objectiv aus, durchliefen eine Entfernung O O′ von 8633 Metern, wurden am Ende dieser Strecke von dem Objective O′ in den kleinen Planspiegel H gesammelt und traten von da aus den Rückweg nach dem Ocular P an, wo das Bild des Punktes A gesehen wurde.

Fig. 477.

Nachdem dieser Theil des Apparates aufgestellt war, wurde das mit 720 Zähnen und ebensovielen gleich breiten Lücken besetzte Rad *a a′* an der engsten Stelle *a* so in den Weg der Strahlen geschoben, dass beim Drehen des Rades jeder Zahn das Licht abfing, wogegen es durch die Lücken passiren konnte. Das Rad konnte durch den übrigen in der Figur dargestellten Mechanismus in rasche Rotation versetzt werden, deren Geschwindigkeit das Zählwerk B zu messen gestattete.

Wenn das Rad 12½ Umdrehungen in der Sekunde machte, dauerte der Vorbeigang einer Lücke $\frac{1}{18000}$ einer Sekunde. Brauchte das durch den Anfang der Lücke gegangene Licht etwas mehr Zeit, um die 17266 Meter von *a* nach H und zurück zu durchlaufen, so fand es den Rückweg nach P durch einen Zahn versperrt und das Gesichtsfeld fing bei dieser Rotationsgeschwindigkeit an dunkel zu bleiben. Es erschien wieder hell, wenn die Rotationsgeschwindigkeit auf das Doppelte gesteigert wurde, um sich bei 37½ Umdrehungen wieder von neuem zu verfinstern.

Durch diese Messungen fand Fizeau $c = 315364$ Kilometer, welche Zahl sich aus der Formel

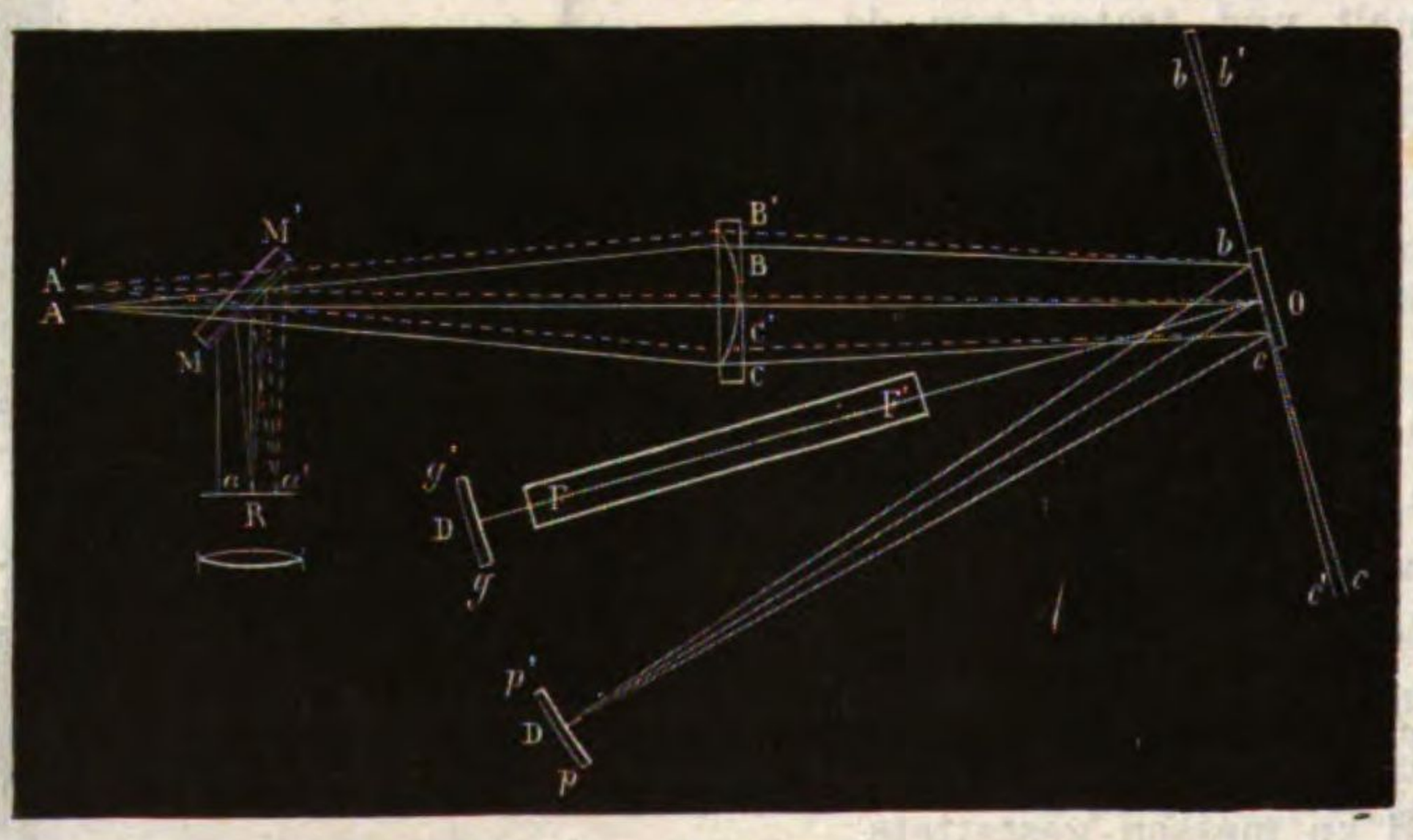
$$\frac{17266}{c} = \frac{1}{12{,}5 \,.\, 1440}$$

berechnet, worin die Zeit der Lichtbewegung der Zeit gleichgesetzt ist, in welcher eine Lücke an der Stelle a vorbeigeht.

§. 582.

Eine **zweite terrestrische Messung** wurde später (1865) von Foucault nach einer Methode ausgeführt, deren sich schon vorher Wheatstone zur Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Electricität bedient hatte. Von dem Lichtpunkte A (Fig. 478), an dessen Stelle bei der Ausführung der (dunkle) Kreuzungspunkt zweier Spinnenfäden tritt,

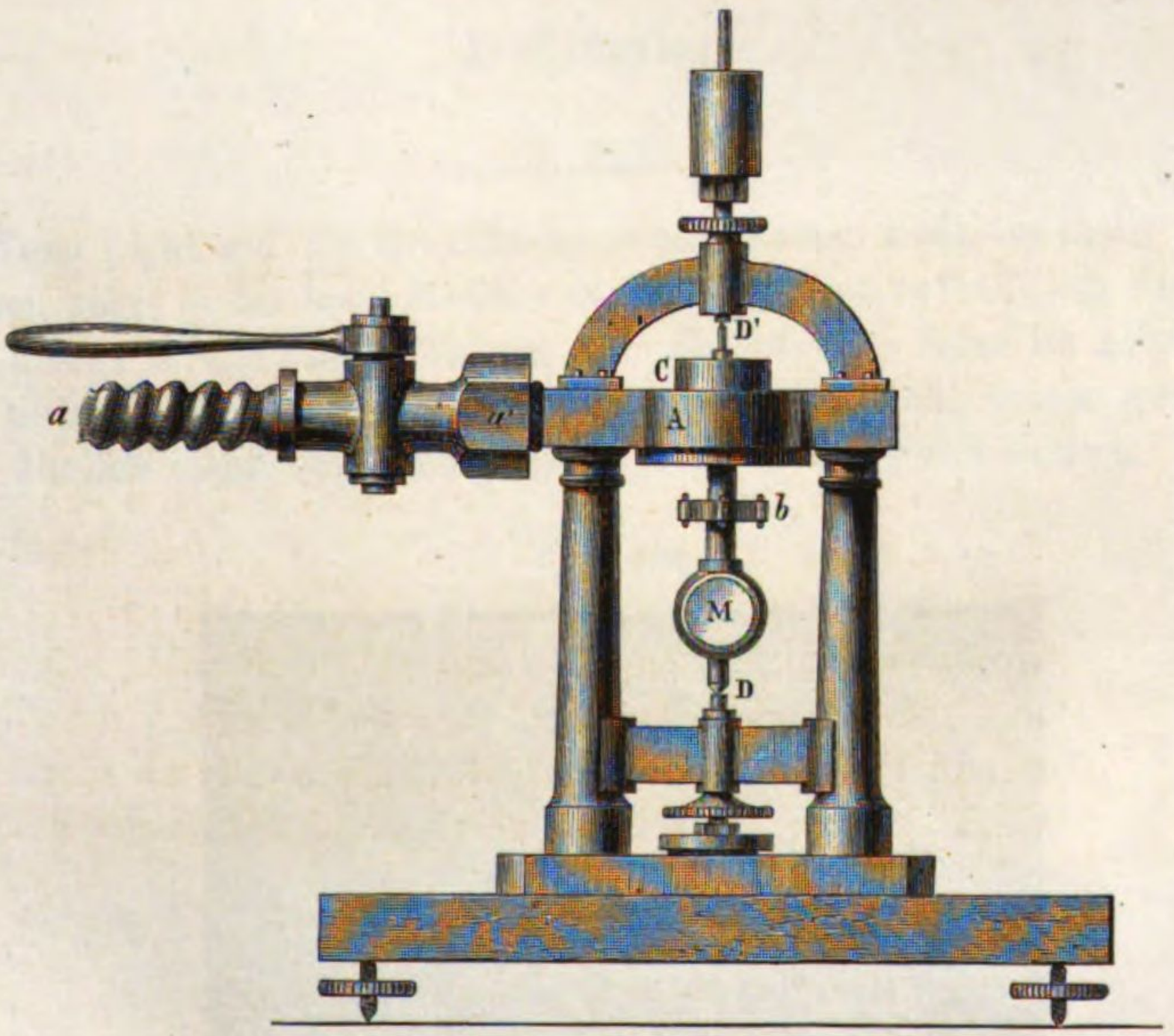
Fig. 478.



fällt ein Strahlenbündel durch die unbelegte, um 45° gegen die Strahlenaxe geneigte Spiegelplatte M M′ auf das Objectiv B C, wird von diesem convergent nach dem Spiegel O gesendet und hier nach dem concaven Spiegelchen $p\,p'$ reflectirt, welches im Vereinigungspunkte der Lichtstrahlen aufgestellt ist. Behält der Spiegel O seine Lage bei, so kehren die Strahlen auf demselben Wege zurück und werden theilweise von der Spiegelplatte M M′ nach R reflectirt, wo ein Bild α von A entsteht. Hat aber der Spiegel O während der Zeit, in welcher das Licht von O nach $p\,p'$ und zurückgeht, eine Drehung gemacht, etwa aus der Lage $b\,c$ in die Lage $b'\,c'$, so wird auch die Axe des von A nach M M′ zurückkehrenden Strahlenbündels nach oben gerückt, der Einfallswinkel in M M′ wird kleiner und das Bild α' von A ist gegen das frühere α nach vorn ver-

schoben und behält, da jedes Strahlenbündel die gleiche Einwirkung erfährt, diese Verschiebung so lange bei, als der Spiegel mit constanter Geschwindigkeit rotirt. Aus der Grösse dieser Verschiebung, der Umdrehungsgeschwindigkeit des Spiegels und den Dimensionen D O, O A lässt sich die Geschwindigkeit des Lichts berechnen, da $\alpha\,\alpha'$ die doppelte Länge desjenigen Bogens vom Radius O A ist, der zum Drehungswinkel $b\,O\,b'$ gehört, dieser Winkel aber entsteht, während das Licht den Weg 2 O D zurücklegt. Denkt man sich die Fig. 478 um 90° gedreht (so dass $\alpha\,\alpha'$ nicht unten, sondern neben liegt), dann passt zu ihr der in Fig. 479 dargestellte, um eine vertikale Axe drehbare Spiegel M, der

Fig. 479.



durch eine Luftturbine ähnlich wie die Sirene von Cagnard la Tour in Bewegung gesetzt wird. Seine Geschwindigkeit konnte bei dem Foucault'schen Versuch bis zu 800 Umdrehungen in der Sekunde gesteigert werden. Der Versuch gab 298000 Kilometer für die Geschwindigkeit des Lichts in Luft. Bei solcher Rotationsgeschwindigkeit konnte Foucault auch die Frage entscheiden, ob das Licht wirklich, wie die Undulationstheorie zur Erklärung der Berechnung des Lichts annimmt, in stärker brechenden Medien eine geringere Geschwindigkeit besitzt als in Luft. Es wurde zu diesem Zwecke eine mit Wasser gefüllte Röhre F F' (Fig. 478)

so zwischen dem rotirenden Planspiegel und einem zweiten Concavspiegel $g\,g'$ aufgestellt, dass der Spiegel O in einer der übrigen Stellungen, in welche er bei seinen Drehungen kam, das Licht durch die Röhre sandte. So traten die Verschiebungen, welche der Durchgang des Lichts einerseits durch Luft, andererseits durch Wasser zur Folge hatte, neben einander auf und konnten direct verglichen werden. Durch diese Messungen, welche bald nachher von Fizeau und Breguet wiederholt wurden, fand die der Theorie insofern Bestätigung, als die bei Einschaltung des Wassers beobachtete Verschiebung des Bildes die grössere war.

Zweites Kapitel.

Reflexion und Brechung.

I. Reflexion.

§. 583.

Wenn Licht auf die Grenzfläche zweier Medien trifft, so theilt es sich: ein Theil kehrt in das erste Medium zurück oder wird reflectirt, das übrige Licht dringt in das zweite Medium ein. Da letzteres dabei im Allgemeinen seine bisherige Richtung so verlässt, dass der Strahl einem geknickten Stabe ähnlich sieht, sagt man von ihm: es wird gebrochen.

Fig. 480.

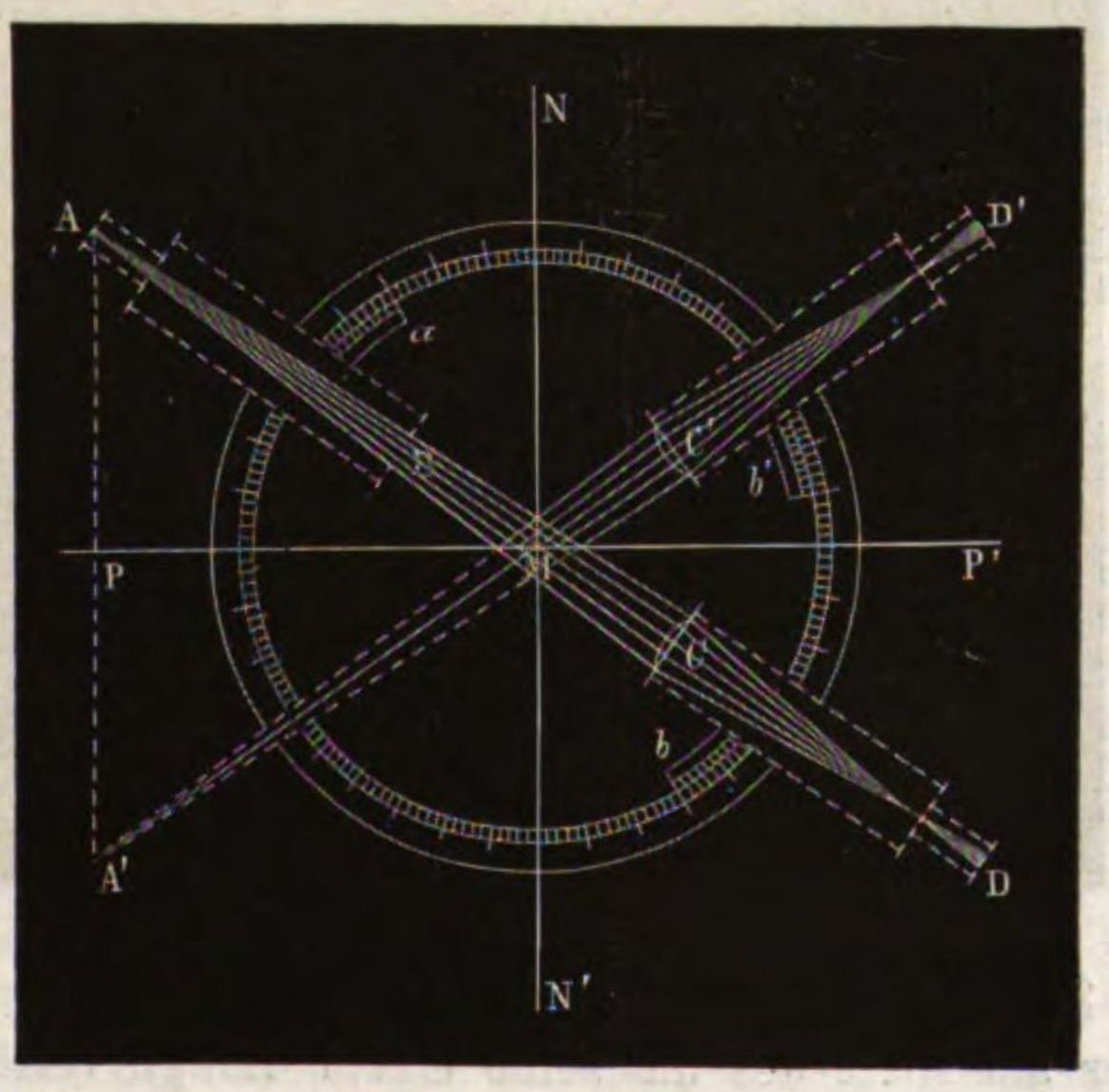


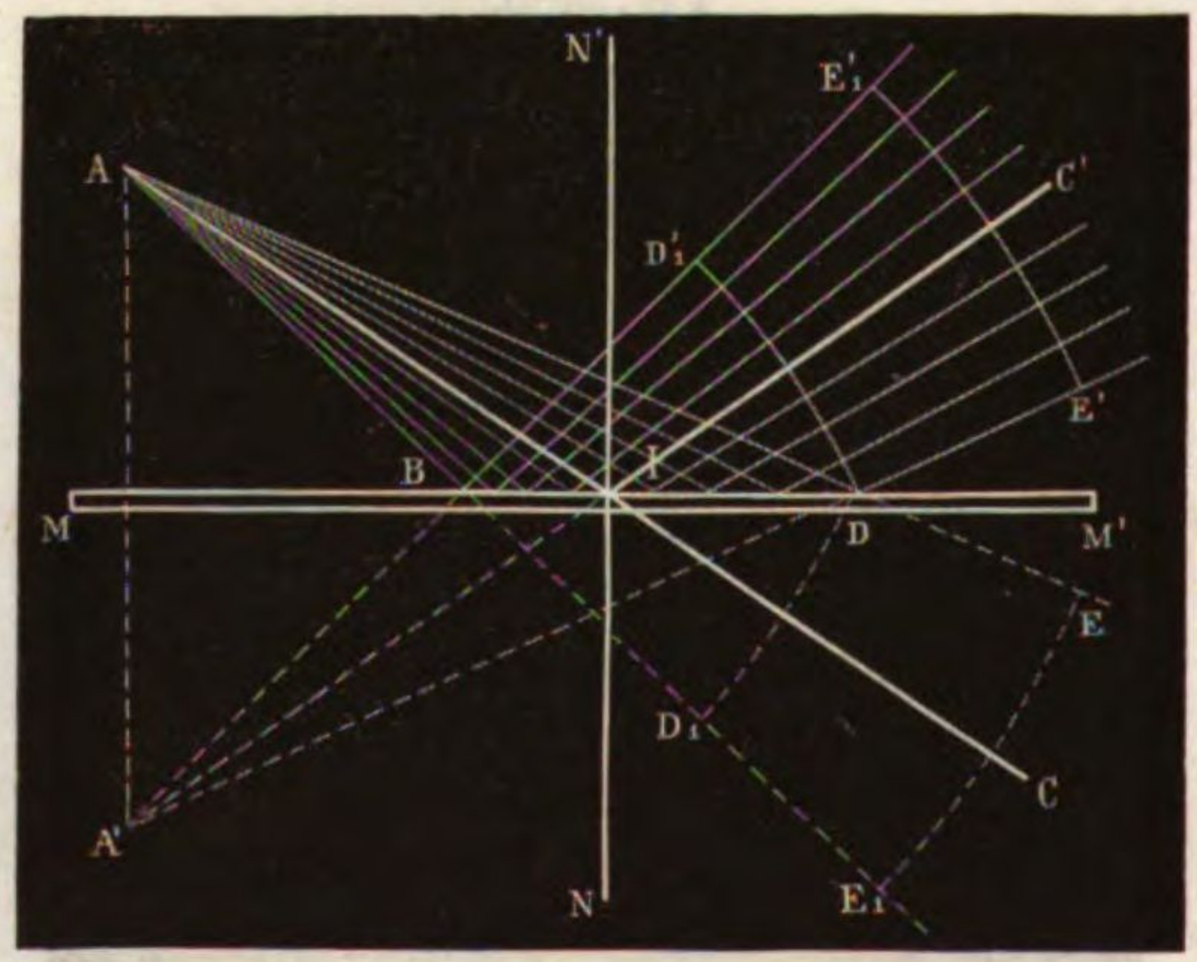
Bild eines Punktes. — Um die Gesetze der Reflexion zu erforschen, bedienen wir uns eines getheilten Kreises (Fig. 480), auf welchem zwei

Rohre verschiebbar sind. Durch das eine innen geschwärzte Rohr A B tritt bei A ein Strahlenbündel ein, welches durch ein im Rohr befindliches Fadenkreuz unterbrochen wird. Das zweite Rohr C D ist ein Fernrohr, dessen Ocular D ebenfalls mit einem Fadenkreuze versehen ist. Man bringt zunächst das Fernrohr C D in eine solche Richtung, dass sich beide Fadenkreuze decken. Dann wird ein Planspiegel M senkrecht zum Kreise und so, dass die spiegelnde Ebene den Kreis in einem Durchmesser schneidet, in den Weg der Strahlen gestellt, durch Drehung des Fernrohrs zunächst der Winkel D M P′ gemessen, welchen die Ebene des Spiegels mit der Richtung der Strahlen bildet, und dann diejenige Stellung C D′ aufgesucht, in welcher das reflectirte Fadenkreuz auf dasjenige des Oculars trifft. Die Ablesung wird dann den Winkel D′ M P′ ebenso gross geben als D M P′ und es wird an der zuletzt beobachteten Erscheinung, abgesehen von der Helligkeit, nichts geändert werden, wenn man den Spiegel entfernt und das Rohr A B um den Winkel 2 D M P′ (in die Richtung A′ M) dreht.

Demnach erfolgt die Reflexion durch einen Planspiegel in der Weise, dass der leuchtende Punkt (hier der Kreuzungspunkt der Fäden) ebenso weit (um den gleichen Winkel) hinter der Spiegelebene gesehen wird als er vor derselben liegt.

Es kommt diese Wirkung dadurch zu Stande, dass alle Elementarstrahlen, welche von dem Punkte A (Fig. 481) ausgehen, nach ihrer

Fig. 481.



Reflexion am Spiegel M M′ so divergiren, als ob sie von dem Punkte A′ herkämen, der am Ende des um seine eigene Länge verlängerten Lothes A M liegt. A′ heisst das virtuelle Bild von A′.

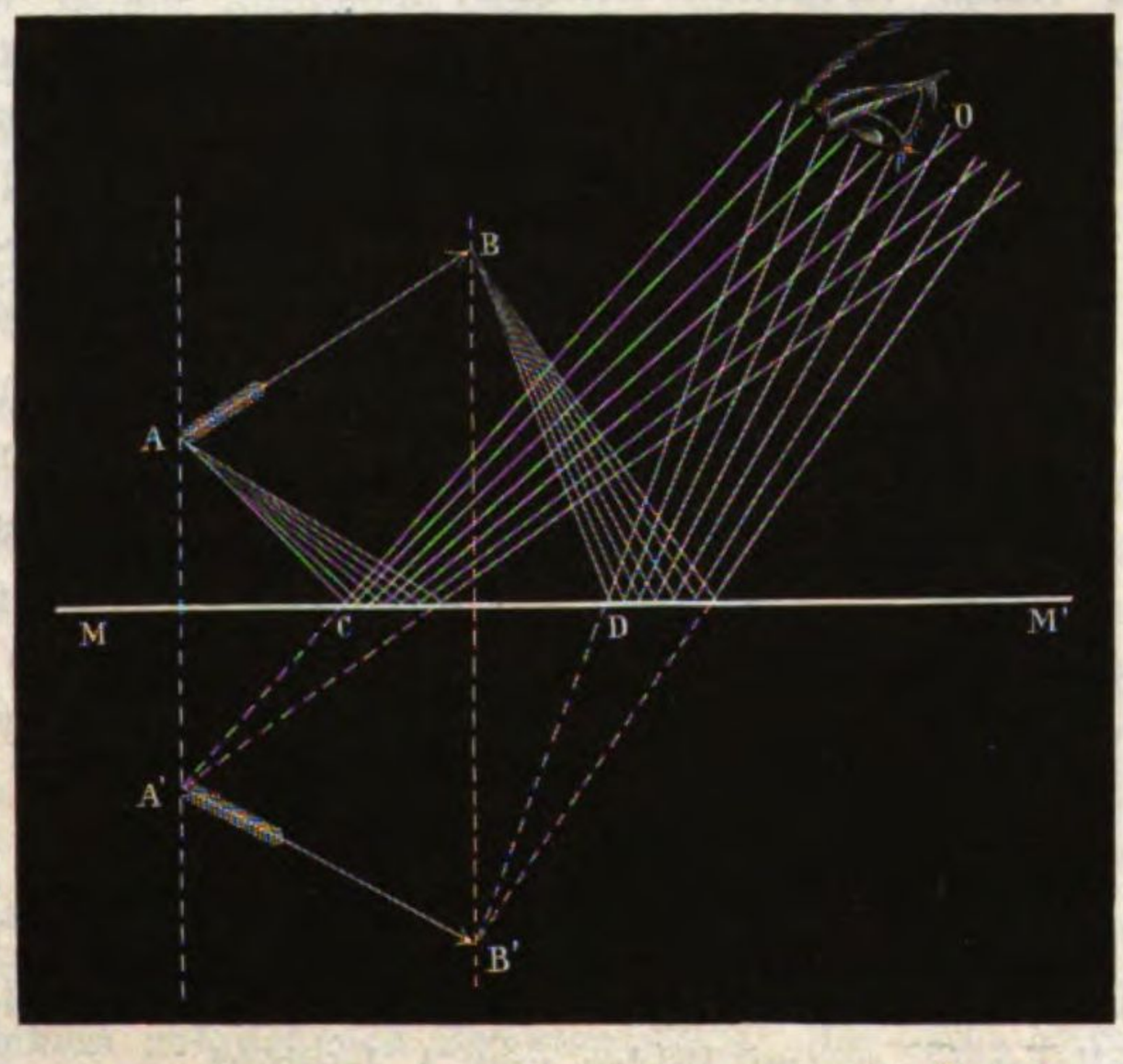
Daraus ergibt sich für die Reflexion des einzelnen Elementarstrahles folgendes Gesetz: Jeder auf eine spiegelnde Fläche ein-

fallende Strahl (A J) wird von derselben so reflectirt, dass der reflectirte Strahl 1) in der durch den einfallenden Strahl und die im reflectirenden Spiegelelemente errichtete Normale N'J bestimmten Ebene liegt und 2) mit dieser Normalen einen ebenso grossen Winkel (C' J N') bildet wie der einfallende Strahl (A J N'). [Der Reflexionswinkel ist dem Einfallswinkel gleich].

§. 584.

Das Bild eines Gegenstandes wird erhalten, wenn man die virtuellen Bilder der einzelnen Lichtpunkte desselben construirt. Kommt eine gerade Linie A B (Fig. 482) in dem Gegenstande vor, so genügt es, die

Fig. 482.



Bilder ihrer beiden Endpunkte zu suchen und diese durch eine Gerade zu verbinden. Will man den Ort des Spiegels, welcher das von einem Punkte A in das Auge gelangende Licht reflectirt, so hat man den Kegel zu construiren, welcher das virtuelle Bild A' A zur Spitze und die Pupille des Auges zur Basis hat; der Schnitt dieses Kegels mit der Spiegelebene ist die gesuchte Stelle.

Es ist leicht, durch Ausführung solcher Constructionen sich zu überzeugen, dass der Spiegel, mittelst dessen ein Auge, welches sich in einer Fläche von bestimmter Ausdehnung befindet, diese Fläche ganz überblicken soll, bei paralleler und günstigster Lage nach allen Richtungen hin wenigstens die Hälfte der Dimensionen jener Fläche besitzen muss.

Ferner erkennt man leicht, dass eine Verschiebung des Spiegels um a Meter in der Richtung seiner Normale das virtuelle Bild A' um $2a$ Meter

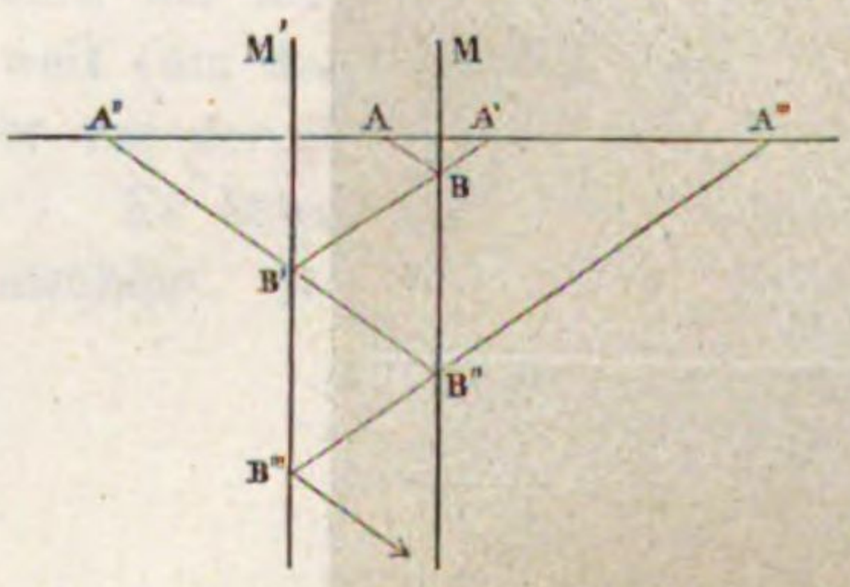
verschiebt, ebenso wie eine gleich grosse und gleich gerichtete Bewegung des leuchtenden Punktes.

Dreht sich der Spiegel um den Winkel α, so macht seine Normale die gleiche Drehung und der Einfallswinkel eines Strahles erfährt die Veränderung α. Da aber nach dem Reflexionsgesetze der Reflexionswinkel dem Einfallswinkel gleich ist, so ändert sich auch dieser um den Winkel α in gleichem Sinne, und die Ablenkung des Strahles, d. h. der Winkel, den der reflectirte Strahl mit dem einfallenden bildet, wird um 2α geändert.

§. 585.

Parallele Spiegel M, M', welche einander zugekehrt sind, geben von einem zwischen ihnen befindlichen leuchtenden Punkte (A) zwei Reihen von unendlich vielen virtuellen Bildern, welche man construirt, indem man das erste Bild A' (Fig. 483) von A bezüglich des zweiten Spiegels M' als leuchtenden Punkt betrachtet, dessen Bild (A'') wieder als Lichtpunkt vor dem ersten Spiegel M auffasst u. s. f. Der Beweis für die Zulässigkeit dieses Verfahrens wird dadurch geliefert, dass man den Gang eines von A aus auf den ersten Spiegel fallenden Strahlenkegels verfolgt, dessen Axe durch die regelmässige Zickzacklinie A B B' B'' B''' . . . angedeutet ist. Ein in die Richtung B' B blickendes Auge sieht A', ein Auge, dessen Axe von B'' nach B' gerichtet ist, sieht A'' u. s. f. Die zweite Reihe von Bildern wird erhalten, wenn man mit der Construction des vom Spiegel M' gelieferten ersten Bildes von A beginnt.

Fig. 483.



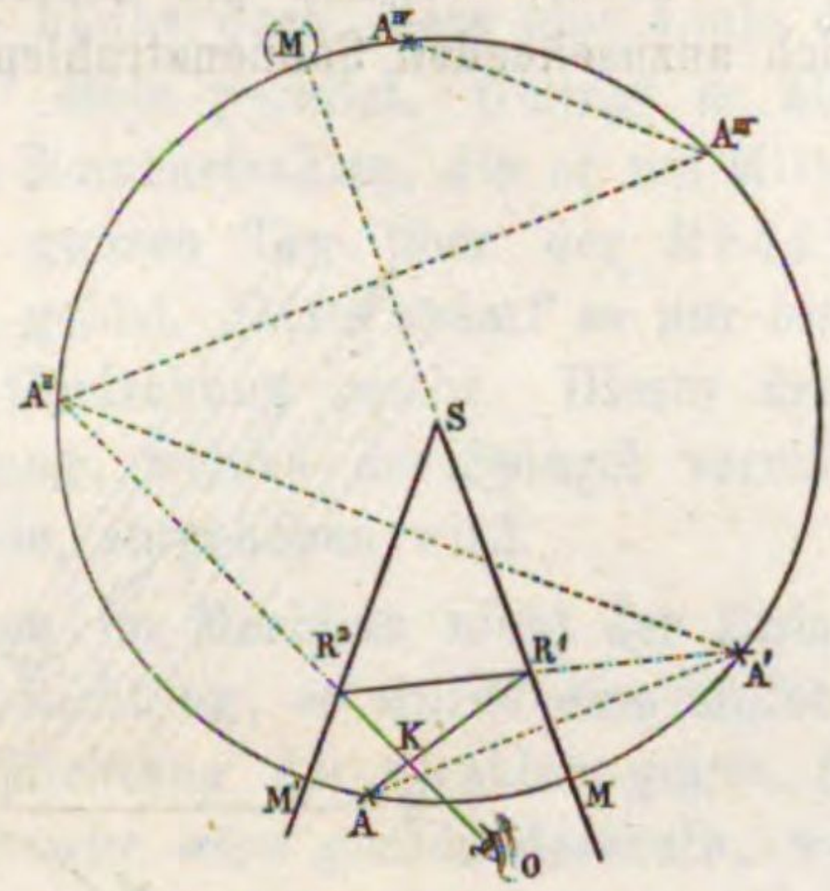
§. 586.

Winkelspiegel. — Liegt ein leuchtender Punkt A (Fig. 484) zwischen den spiegelnden Ebenen M und M', welche den Winkel α mit einander bilden, so ist die Anzahl der Bilder eine beschränkte und von der Zahl $\frac{360^0}{\alpha^0}$ abhängig.

Die Bilder werden nach dem im vorigen Paragraphen angewandten Princip construirt: das erste vom Spiegel M gelieferte Bild A' gibt, als leuchtender Punkt vor M' betrachtet ein zweites Bild A'', dieses als leuchtender Punkt vor dem (erweitert gedachten) Spiegel M gibt das dritte Bild A''', von welchem man durch den Spiegel M' noch das vierte Bild A^{IV} erhält. Da A^{IV}

bereits hinter der Ebene des Spiegels M liegt, von welchem das nächste Bild geliefert werden müsste, so wird nun in dieser Reihe kein weiteres Bild mehr erhalten. Die zweite Bilderreihe erhält man durch Projection von A auf M' u. s. w.

Fig. 484.



Man sieht sofort, dass sämmtliche Bilder gleichen Abstand vom Scheitel S haben, also in der Peripherie des mit S A um S beschriebenen Kreises liegen. Ferner folgt aus einer einfachen Betrachtung über die Winkelabstände der Bilder, dass für den Fall, wo α^0 ohne Rest in 360° enthalten ist, in jedem folgenden Sector α ein Bild und zwar nur eines liegt, so dass in diesem einfachen Fall der Punkt A mittelst des Winkelspiegels gerade $\frac{360}{\alpha}$ mal gesehen wird. Der allgemeine Fall führt zu Unterscheidungen, die wenig Interesse bieten.

Um sich von der Richtigkeit des Constructionsverfahrens zu überzeugen und zugleich den Weg der Strahlen zu erkennen, nimmt man einen festen Augenort O an und verbindet zunächst den construirten Bildpunkt, z. B. A'' durch eine Gerade mit O. Wo diese Gerade den Spiegel (M') durchschneidet, der das Bild liefert, findet die letzte Reflexion statt. Wird diese Stelle R_2 mit dem vorausgehenden Bilde A' verbunden, so erhält man den vorletzten Reflectionspunkt R' als Schnitt der Geraden R_2 A' mit dem Spiegel M. Dieses R' wäre wieder mit dem vorausgehenden Bildpunkt derselben Reihe zu verbinden u. s. f., bis man zum leuchtenden Punkte A gelangt. Dadurch erhält man die Axe A R' R_2 O des durch Reflexion gebrochenen Strahlenkegels, der seine Spitze im leuchtenden Punkte A und die Pupille O zur Basis hat. Der Beweis liegt in der Erkenntniss, dass dieser Weg der Strahlen von A aus nach dem Reflexionsgesetze möglich, also da R' von Strahlen getroffen wird, auch wirklich ist, und diese Erkenntniss folgt aus der Erwägung, dass an jedem der construirten Reflexionspunkte Einfalls- und Reflexionswinkel gleich gross sind.

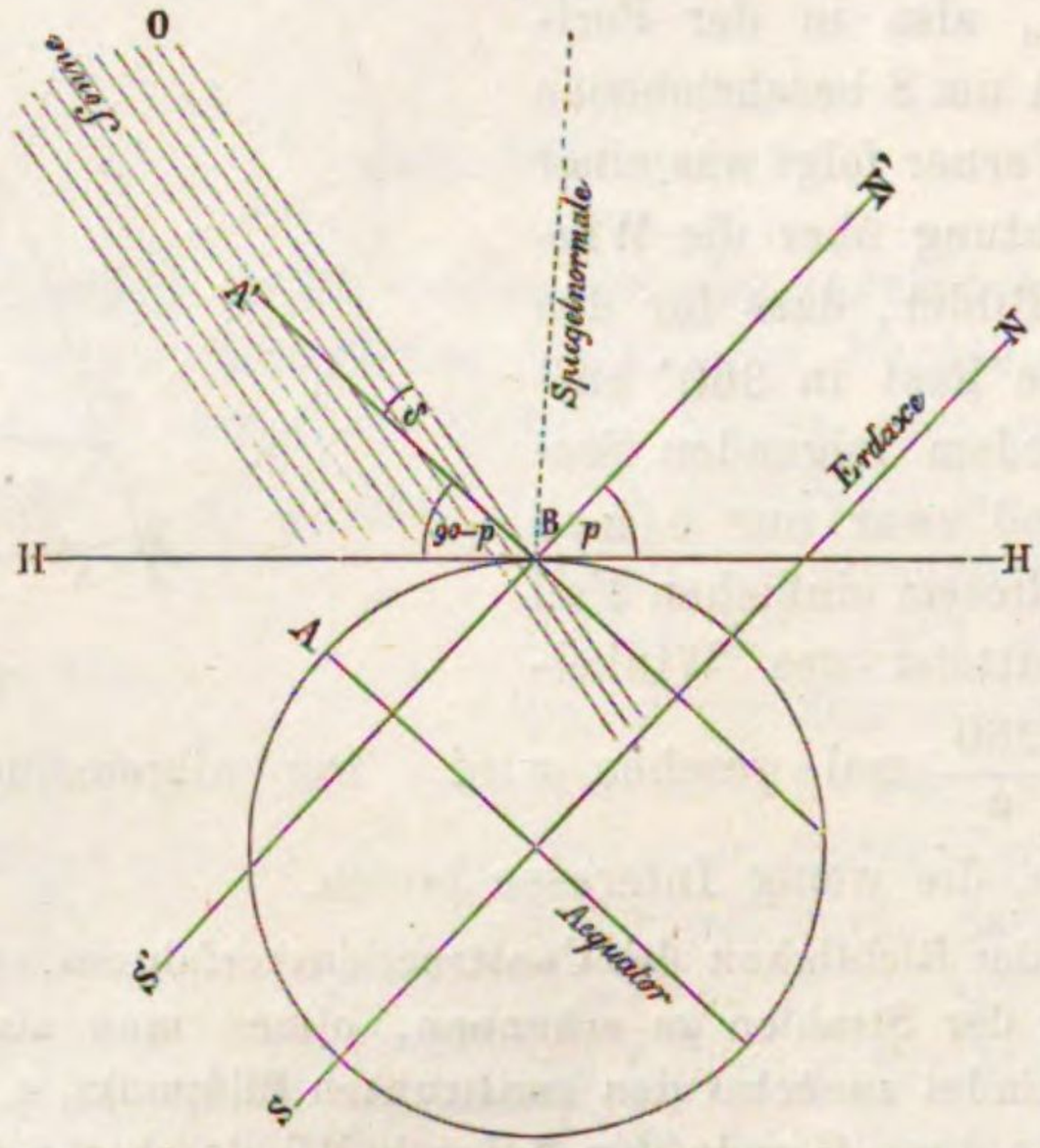
Auf der symmetrischen optischen Vervielfältigung der Gegenstände durch einen Winkelspiegel beruhen das Kaleidoscop und Debuscop.

Der Anwendung eines Winkelspiegels von 45° zur Absteckung rechter Winkel liegt der Satz zu Grunde, dass der doppelt reflectirte Strahl (R_2 O) mit dem einfallenden (A R') einen Winkel (R' K O) bildet, der zweimal so gross ist, als der Neigungswinkel (M' S M) der Spiegel.

§. 587.

Der **Heliostat** hat den Zweck, die Richtung der in ein Zimmer geleiteten Sonnenstrahlen für die Dauer eines Versuchs constant zu erhalten. Der Winkel, welchen die absolute Richtung der hier als parallel unter sich anzusehenden Sonnenstrahlen mit der Erdaxe N S (Fig. 485) bildet,

Fig. 485.



kann für die Dauer eines Versuchs als constant angenommen werden. Derselbe sei an einem bestimmten Tage O B N', dann ist, wenn die Gerade A' B senkrecht auf der Erdaxe S N steht, A' B O die (der Zeichnung nach nördliche) Declination (δ) der Sonne, weil A' B dem Aequator parallel ist. Diejenigen Orte der Erde, welche wie B in der Ebene O N S liegen, haben gerade Mittag, denn die Sonne steht in ihrer Meridianebene (B N S). Man kann nun in B immer einen Spiegel so aufstellen, dass er die Sonnenstrahlen um Mittag in die Meridianebene reflectirt. Der Spiegel darf zu diesem Zwecke nur senkrecht gegen diese Ebene aufgestellt sein. Man kann ihn überdiess so gegen den Horizont H H des Ortes neigen, dass er das Sonnenlicht der Erdaxe parallel, also in der Richtung B N' reflectirt. Es geschieht dieses, wenn die Spiegelnormale den Winkel O B N' halbirt, und der Spiegel demnach mit seinem Nordende um den Winkel $\left(p - 45^0 - \frac{\delta}{2}\right)$ über den Horizont erhoben ist, wobei p die Polhöhe (geogr. Breite des Ortes) bezeichnet. Fällt dieser Winkel negativ aus, so ist das Südende zu heben. Ist die Declination δ südlich, so ist das Vorzeichen von $\frac{\delta}{2}$ zu ändern.

Verstehen wir unter B einen Punkt an einem südlichen Fenster, so ist die Richtung B N' (etwa als Verbindungslinie des Polarsterns mit B) eine für das Zimmer angebbare Richtung, welche von B nach einem bestimmten Punkte der Zimmerdecke führt. Aendert der Ort B durch die Axendrehung der Erde seine Lage, so bleibt doch diese eine Linie des Zimmers ihrer früheren Richtung B N' stets parallel. Gelingt es also, den Spiegel so zu bewegen, dass er die Sonnenstrahlen, die er um Mittag in der Richtung B N' reflectirt, den ganzen Tag über der Erdaxe parallel reflectirt, so ist die Aufgabe gelöst. Dazu bedarf es nur eines Uhrwerks, welches in 24 Stunden eine Umdrehung macht. Dieses dreht den Spiegel so, dass dadurch die Drehung, welche der Spiegel vermöge der Axendrehung der Erde machen würde, aufgehoben wird.

Würde man die reflectirten Strahlen im Meridian nicht der Erdaxe parallel machen, sondern einer anderen Richtung, so würde eine einfache Drehung nicht genügen, die relative Richtung der Strahlen gegen die Zimmerwände constant zu erhalten, vielmehr wäre gerade desshalb, weil die absolute Richtung der reflectirten Strahlen durch Drehung des Spiegels constant erhalten wird, ihre Abweichung von der sich drehenden Ebene des Meridians stetiger Aenderung unterworfen.

II. Brechung des Lichtes.

§. 588.

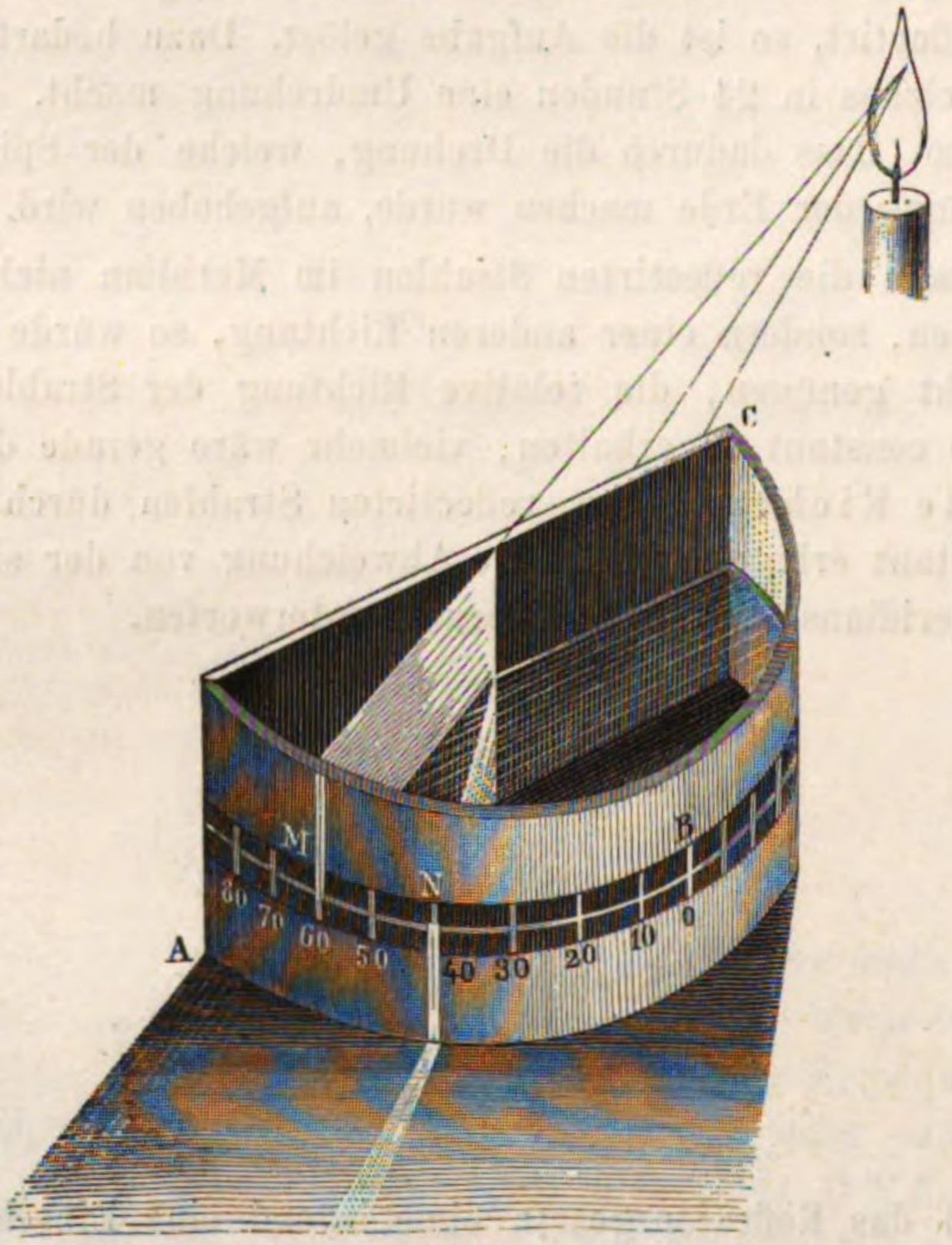
Während das Reflexionsgesetz ohne irgend eine Einschränkung gilt, ist der Winkel, welchen der in das zweite Medium eindringende Theil des Lichtstrahls mit der Verlängerung seiner früheren Richtung bildet, oder die Ablenkung des Strahls durch Brechung, sowohl von der Natur der beiden Medien, als auch von der Farbe des Lichts abhängig, so dass ein aus mehreren Farben gemischter Lichtstrahl durch Brechung in seine Elementarfarben zerlegt wird.

Wir beschränken uns zunächst auf die Darstellung des Gesetzes, nach welchem einfarbiges Licht gebrochen wird.

Von den zur ersten Ableitung desselben dienlichen Apparaten dürfte der von J. Müller angegebene seiner Einfachheit wegen am geeignetsten sein. Seine Construction wird durch die jederzeit zugängliche Erfahrung gerechtfertigt, dass aus Medien, welche von planparallelen Platten begrenzt sind, die Lichtstrahlen ihrer ursprünglichen Richtung parallel austreten.

Aus der Hälfte A B C (Fig. 486) eines cylindrischen Ringes, einer ebenen, dünnen Glasplatte A C und einer beliebigen, am besten ebenfalls gläsernen Bodenplatte ist eine Kufe zusammengekittet. Der Ring ist von der Mitte B aus in Grade getheilt. Die Platte A C ist geschwärzt bis auf einen Spalt in der Mitte, der nicht über ein Millimeter breit ist.

Fig. 486.



Diese Kufe füllt man zur Hälfte mit Wasser und stellt sie so, dass ein intensives nahe paralleles Strahlenbündel, welches die Höhe des Spaltes haben soll, schief durch den Spalt fällt. Dann wird man bemerken, dass das Strahlenbündel sich theilt. Die obere Hälfte setzt ihren geradlinigen Weg fort und erhellt die Stelle M der Theilung, während die untere, durch das Wasser gegangene Hälfte einen näher bei B gelegenen Theilstrich N beleuchtet. Der Bogen B M misst den Einfallswinkel, B N den Brechungswinkel. Wiederholt man diesen Versuch unter Abänderung des Einfallswinkels und der Flüssigkeit, so wird man folgendes von Snellius aufgefundene, von Descartes veröffentlichte Gesetz bestätigt finden: Für den Uebergang aus Luft in eine bestimmte

Flüssigkeit ist das Verhältniss zwischen dem Sinus des Einfallswinkels und dem Sinus des Brechungswinkels constant wie gross auch der Einfallswinkel sein mag. In Zeichen: $\frac{\sin i}{\sin \beta} = n$.

Dieses Verhältniss (n) ändert sich mit der Natur der Flüssigkeit und ist demnach als eine charakteristische Eigenschaft derselben anzusehen, welche man ihren Brechungsexponenten oder Brechungsindex nennt. So ist beispielsweise der Brechungsexponent des Wassers 1,33, der des Olivenöls 1,47, der des Schwefelkohlenstoffs 1,67.

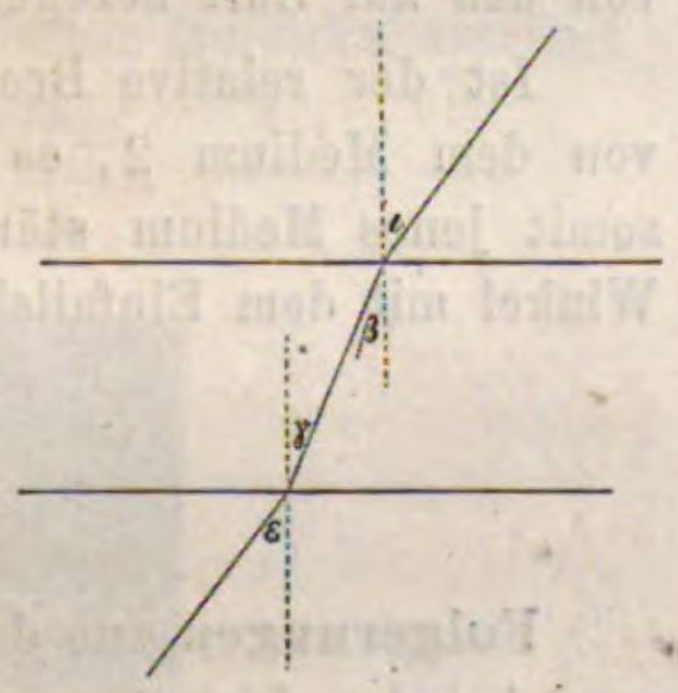
Auch die festen und gasförmigen Körper haben bestimmte Brechungsexponente, auf deren Messung wir zurückkommen werden.

§. 589.

Verbindet man die eben erhaltenen Versuchsresultate mit der schon erwähnten Erfahrung, dass ein von parallelen Ebenen und beiderseits von Luft begrenztes Medium eine Winkelablenkung der durchgehenden Lichtstrahlen nicht hervorbringt, so lässt sich der Brechungsexponent für den Fall, dass die Lichtstrahlen umgekehrt aus einem Medium von bekanntem Brechungsexponenten in Luft austreten, durch Rechnung finden. Denkt man sich nämlich dieses Medium von parallelen Ebenen begrenzt, so ist erfahrungsgemäss der in Luft austretende Strahl dem einfallenden parallel, also $\varepsilon = i$, ferner, weil die Lothe parallel sind, $\beta = \gamma$.

Wenn nun $\frac{\sin i}{\sin \beta} = n$, folgt durch Substitution $\frac{\sin \gamma}{\sin \varepsilon} = \frac{1}{n}$, d. h. ist n der Brechungsexponent für den Uehertritt aus Luft in irgend einMedium, so ist er $\frac{1}{n}$ für den Uebertritt aus diesem Medium in Luft.

Fig. 487.



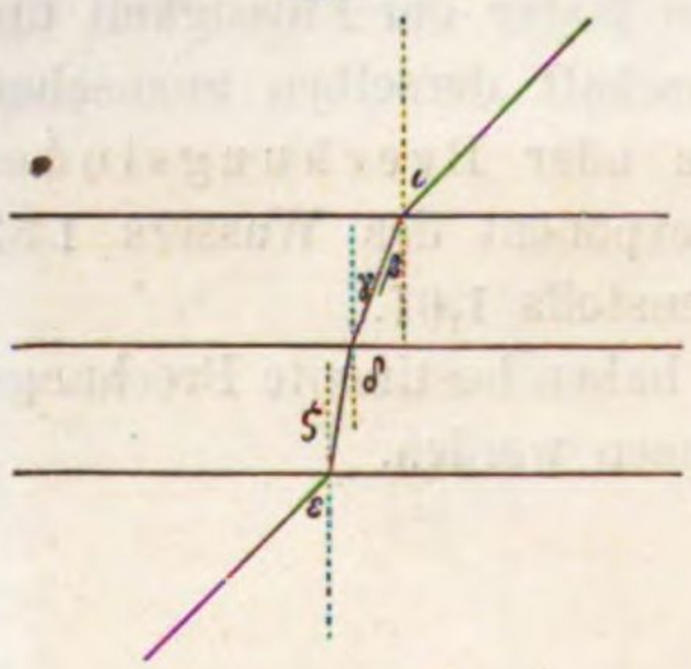
Man erkennt daraus, das es unwesentlich ist, zwischen Einfalls- und Brechungswinkel als dem früheren und späteren zu unterscheiden, dass vielmehr das constante Verhältniss zwischen den Sinus derjenigen beiden Winkel stattfindet, welche derselbe Lichtstrahl einerseits in Luft, andererseits in dem Medium mit dem Lothe bildet.

§. 590.

Absoluter und relativer Brechungsexponent. — Man versteht unter dem absoluten Brechungsexponenten eines Mediums das Sinusver-

hältniss für den Fall, dass der Strahl aus dem leeren Raume in das Medium übergeht, während man, falls das Licht zwischen zwei Medien übergeht, von dem relativen Brechungsexponenten dieser Medien spricht.

Fig. 488.



Bezeichnen wir drei verschiedene Medien mit M_1, M_2, M_3 und nehmen an, man kenne den relativen Brechungsexponenten ${}_1n_2$ (für den Uebergang aus M_1 in M_2) und ebenso ${}_1n_3$; so lässt sich ${}_2n_3$ durch Rechnung finden. Denken wir uns nämlich die Grenzen der Medien eben und parallel und ein viertes mit dem ersten identisch, so hat man

$$\frac{\sin i}{\sin \beta} = {}_1n_2, \quad \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = {}_2n_3, \quad \frac{\sin \zeta}{\sin \varepsilon} = \frac{1}{{}_1n_3}.$$

Nun ist wegen des Parallelismus der Lothe $\beta = \gamma$, $\delta = \zeta$ und wegen des Parallelismus der äussersten Grenzen $\varepsilon = i$, folglich durch Multiplication der drei Gleichungen

$$\frac{{}_2n_3 \cdot {}_1n_2}{{}_1n_3} = 1, \text{ oder } {}_2n_2 = \frac{{}_1n_3}{{}_1n_2}.$$

Daraus folgt: Kennt man den relativen Brechungsexponenten n_1 der Luft in ein Medium und zugleich den absoluten Brechungsexponenten n_0 der Luft, so lässt sich der absolute Brechungsexponent n des Mediums durch Rechnung finden, nämlich $n = n_1 \, n_0$. Da n_0 für mittleren Zustand der Luft 1,00029 ist, sind die absoluten Brechungsexponenten der Medien von den auf Luft bezogenen nicht viel verschieden.

Ist der relative Brechungsexponent ${}_1n_2$ grösser als 1, so sagt man von dem Medium 2, es breche stärker als das Medium 1. Es bricht somit jenes Medium stärker, in welchem derselbe Strahl den kleineren Winkel mit dem Einfallslothe macht.

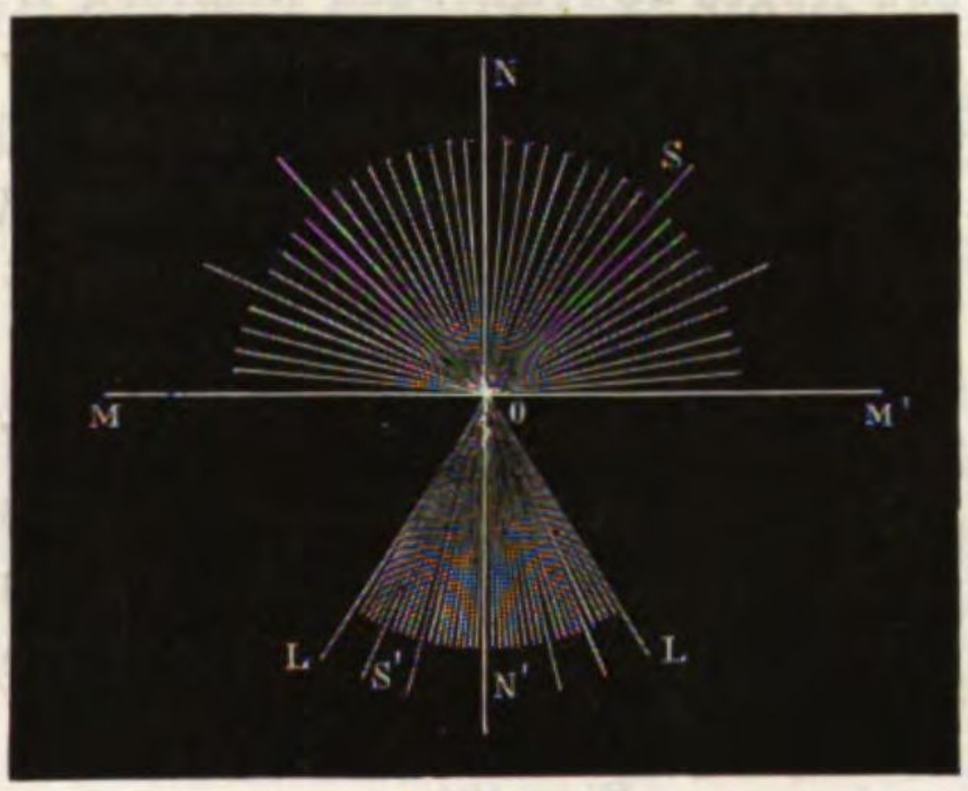
§. 591.

Folgerungen aus dem Brechungsgesetz. Grenzwinkel. — Während bei dem Lichtübergange in ein stärker brechendes Medium (2) jedem Einfallswinkel ein Brechungswinkel entspricht, ist dieses bei dem Uebergang in ein schwächer brechendes Medium (1) nicht der Fall. Ist $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = 1 + k$, so ist der grösste Winkel i_2, für welchen der Sinus von i_1 noch einen reellen Werth erhält, der Winkel γ, dessen Sinus den Werth $\frac{1}{1 + k}$ hat. Dieser Winkel bestimmt die Grenzlage, welcher sich der aus M_1 in M_2 gebrochene Strahl um so mehr nähert, je näher der Einfallswinkel einem

Rechten kommt, und unter allen Strahlen, welche aus M_2 in M_1 übergehen können, weicht der Strahl, welcher unter dem Grenzwinkel γ einfällt, am weitesten, nämlich um 90°, vom Lothe ab. Für gewöhnliches Glas liegt der Grenzwinkel zwischen 41° und 42°, für Wasser bei 48°.

Fig. 489 gibt ein Bild des Vorgangs der Brechung, wenn von allen Seiten her Strahlen auf den Punkt O der Grenzfläche M M' treffen. Das Strahlenbündel, welches im schwächer brechenden Medium N die Halbkugel ausfüllt, wird durch die Brechung in einen Kegel vom Winkel L O L = 2γ zusammengedrängt, während umgekehrt dieser Kegel die ganze Halbkugel mit Strahlen erfüllt, wenn Licht aus dem stärker brechenden Medium N' nach dem Punkte O zuströmt.

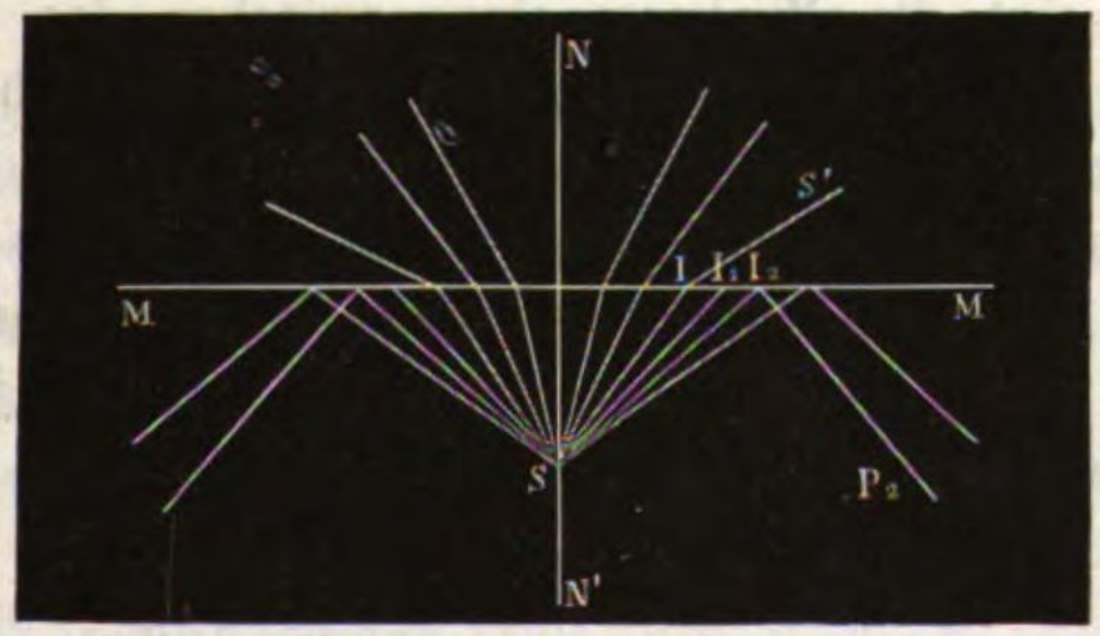
Fig. 489.



§. 592.

Innere Reflexion. — Die sich nun von selbst aufdrängende Frage, was aus den Strahlen wird, welche ihres zu grossen Einfallswinkels wegen aus dem stärker brechenden Medium M_2 in das schwächere M_1 nicht übertreten können, wird von der Erfahrung dahin beantwortet, dass sie in das Medium M_2 hinein vollständig, d. h. ohne erheblichen Helligkeitsverlust dem Spiegelungsgesetze gemäss reflectirt werden.

Fig. 490.



In Fig. 490 stellt $\sphericalangle$ N S I_1 den Grenzwinkel dar und der Strahl S I_1 M geht als der äusserste der austretenden Strahlen längs der Oberfläche I_1 M hin, während S I_2, S I_3 nach dem Spiegelungsgesetze in das Medium N' (= M_2) zurückkehren.

§. 593.

Lage des Divergenzpunktes gebrochener Strahlen. — Die Erfahrung, dass ein Punkt A, welcher Licht aus einem stärker brechenden Medium M_2 in ein schwächeres M_1 sendet, von einem in M_1 befindlichen Auge nicht nur in einer von der geraden Verbindungslinie des Punktes und Auges abweichenden Richtung B A' statt B A (Fig. 491), sondern auch der Oberfläche näher erscheint, erklärt sich aus dem in Fig. 489 dargestellten Gange der Lichtstrahlen. Indem sich nämlich beim Austritte derselben in das Medium 1 der Kegel vom Winkel 2γ zur Halbkugel erweitert, wird die Divergenz der Strahlen vergrössert, und da wir unter sonst gleichen Umständen die Entfernung eines Gegenstandes nach der Grösse des Winkels beurtheilen, den zwei von einem Punkte desselben nach den Endpunkten des Pupillendurchmessers fallende Strahlen mit einander bilden, so erscheint uns der Bildpunkt A' näher zu liegen als der ohne Brechung der Strahlen gesehene reelle Punkt A.

Fig. 491.

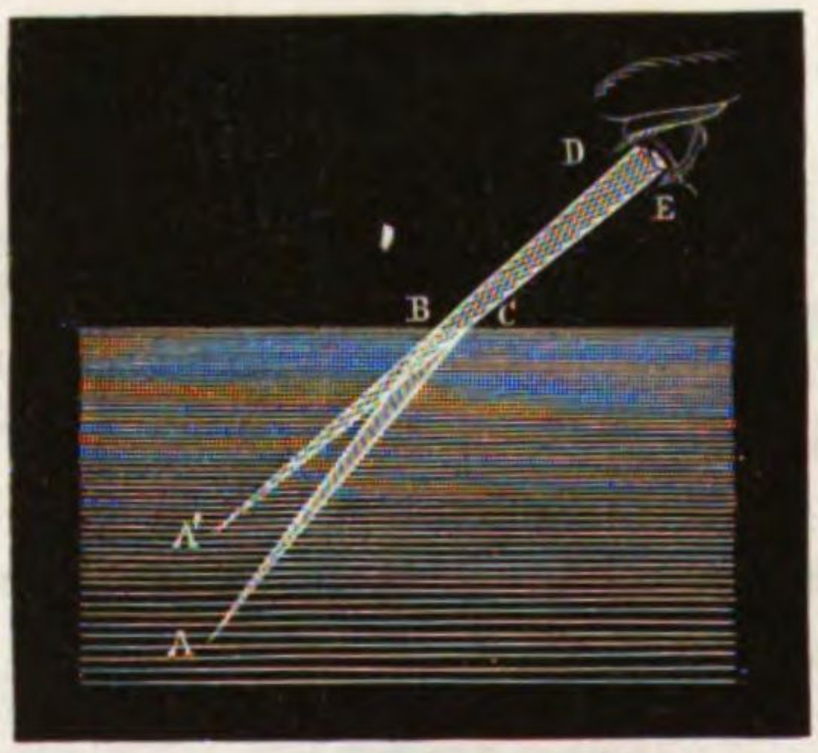


Fig. 492.

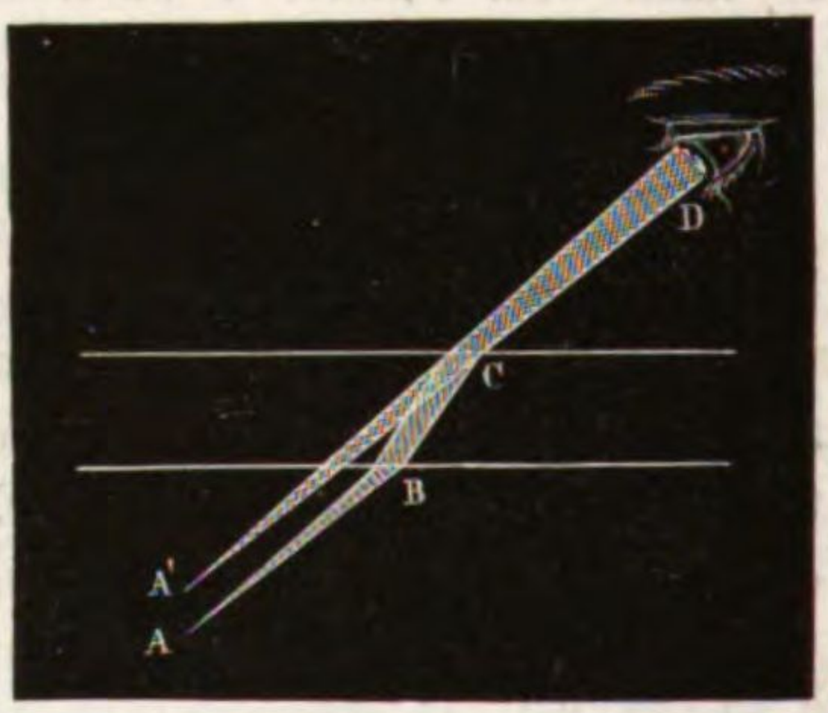


Fig. 492 zeigt die Wirkung eines zwischen das Auge und einen leuchtenden Punkt eingeschobenen, von parallelen Ebenen begrenzten Mediums, z. B. einer planparallelen Glastafel. Sie besteht in einer Parallelverschiebung des Strahlenkegels A B.

In beiden Fällen gibt eine vom Brechungsgesetze ausgehende leichte Rechnung den vollen Beweis des Gesagten und das jedem gegebenen Falle entsprechende quantitative Resultat.

III. Erklärung der Brechung durch die Undulationstheorie.

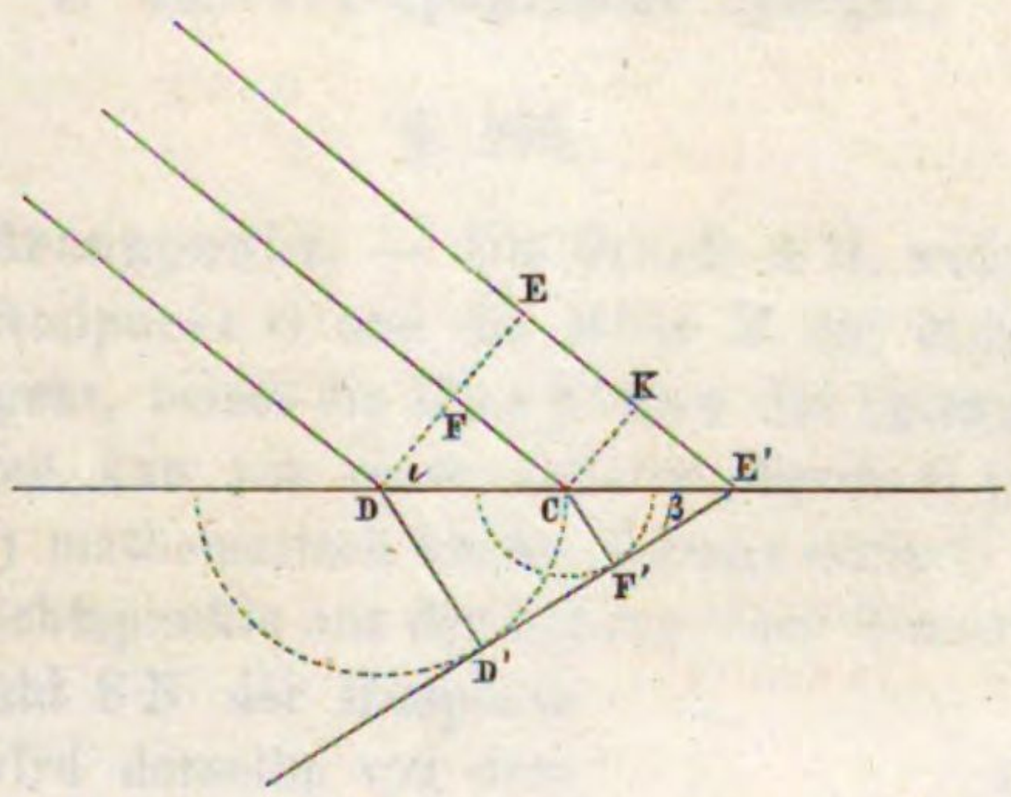
§. 594.

Bezüglich der geradlinigen Fortpflanzung und der Spiegelung des Lichts müssten hier die Erklärungen wiederholt werden, welche bereits in den §§. 525, 526 der Akustik von dem analogen Verhalten des Schalls gegeben worden sind. Dieselben bieten unter Anwendung des Princips von Huyghens keinerlei Schwierigkeit.

Hingegen mag hier die von der Undulationstheorie gegebene Ableitung des Brechungsgesetzes ihre Stelle finden, welche im Bedürfnissfalle auch auf die Schallwellen übertragen werden kann.

Denken wir uns, es komme ein Bündel D F E (Fig. 493) paralleler Lichtstrahlen aus dem schwächer brechenden Medium 1 an der ebenen

Fig. 493.



Grenzfläche D E' des stärker brechenden M_2 an, so wird von allen Punkten des letzteren zuerst der Punkt D erregt und zum Mittelpunkte einer Kugelwelle, deren nach M_1 zurückkehrender Theil hier ausser Betrachtung bleibt. Der sich in M_2 ausbreitende Theil hat bis zur Erregung des äussersten Punktes E' einen Halbmesser D D' erlangt, wenn sich die Strecke D D' und E E' wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten c_2 und c_1 des Lichts in den beiden Medien verhalten. Zur selben Zeit *(t)* ist die Lichtbewegung von dem beliebig zwischen D und E' gelegenen Punkte C aus bis F' vorgedrungen, wenn auch $CF' : KE' = c_2 : c_1$. Nun wird aber nach dem Princip von Huyghens die Hauptwirkung der Wellenbewegung in einer auf der gemeinsamen Tangentialebene der Kugelwellen senkrechten Richtung wahrgenommen. Eine solche

Ebene existirt, wie sich aus der Proportion $E'C : E'D = CF' : DD'$ ergibt, zur Zeit t für die sämmtlichen von Punkten der Grenzfläche aus in das Medium M_2 ausgebreiteten Kugelwellen und liegt so, dass sie von der Ebene der Zeichnung, welche nur grösste Kugelkreise enthält, nach der Geraden $E'F'D'$ geschnitten wird.

Die Hauptwirkung des in M_2 eingedrungenen Lichts findet somit in der Richtung CF' statt, und es bleibt noch nachzuweisen, dass die Ablenkung des Strahles nach dem Brechungsgesetze erfolgt.

Nun ist aber $\sphericalangle DE'D'$ dem Brechungswinkel β, EDE' dem Einfallswinkel ι gleich und $\frac{\sin \iota}{\sin \beta} = \frac{EE'}{DD'} = \frac{c_1}{c_2}$.

Somit ist nachgewiesen, dass das Sinusverhältniss einer constanten Grösse, nämlich dem Verhältniss der entsprechenden Lichtgeschwindigkeiten gleich ist.

Es ist bemerkenswerth, dass hierdurch die Zahl, welche wir den Brechungsexponenten genannt haben, eine physikalische Bedeutung erhält. Foucaults Versuche haben diese Beziehung bestätigt.

Drittes Kapitel.

Spiegelung an krummen Flächen.

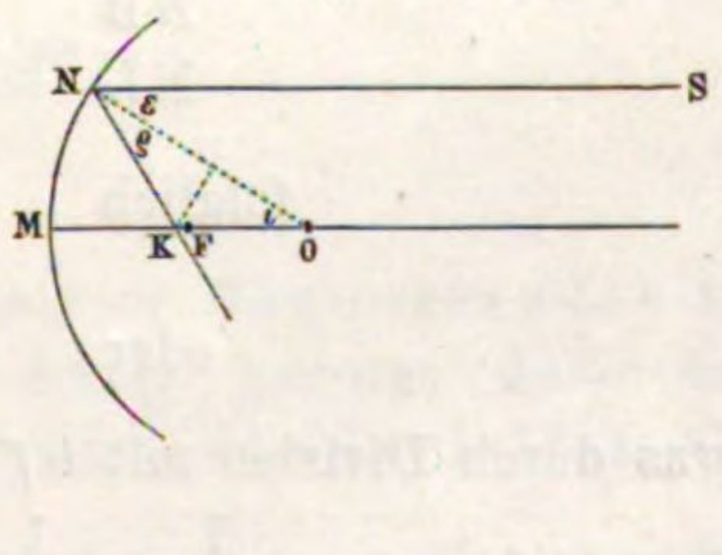
I. Concave sphärische Spiegel.

§. 595.

Hauptaxe. Brennpunkt. — Die Gerade A M, welche zugleich durch den Krümmungsmittelpunkt O und die Mitte M der inwendig spiegelnden Kugelschale N M geht, heisst die Hauptaxe des Spiegels. Man bemerkt indessen, dass diese Axe vor einer anderen durch O gehenden Geraden (einer Nebenaxe) mathematisch keinen Vorzug besitzt, während ihr vom physikalischen Gesichtspunkte aus der Vorzug einer Symmetrieaxe zukommt.

Fällt ein Strahl S N der Hauptaxe parallel ein, so wird derselbe von dem spiegelnden Flächenelemente in N, zu welchem der Radius O N die Normale bildet, nach dem Punkte K der Axe hin so reflectirt, dass $\sphericalangle\ \varrho = \varepsilon$ ist und da auch $i = \varepsilon$, ist das Dreieck N K O gleichschenklig und es folgt

Fig. 494.



$$O K = \frac{r}{2 \cos i}.$$

Nennen wir Centralstrahlen diejenigen, welche der Axe so nahe liegen, dass ohne beträchtlichen Fehler $\cos i = 1$ gesetzt wird, so wird $O K = \frac{r}{2} = O F$ und man erkennt, dass der Hauptaxe parallele Centralstrahlen in einem Punkte der Hauptaxe vereinigt werden, der um die Hälfte des Radius vom Spiegel entfernt liegt.

Dieser Punkt F heisst der Brennpunkt (Focus), die Strecke $f = \frac{r}{2}$ die Brennweite des Spiegels. Somit ist der Brennpunkt eines Spiegels der Vereinigungspunkt der zur Hauptaxe parallelen Centralstrahlen. Sein Name rührt daher, dass ausser den Lichtstrahlen auch die Wärmestrahlen in ihm zusammentreffen und, wenn sie von einer intensiven Wärmequelle kommen, daselbst die Entzündungstemperatur brennbarer Gegenstände erzeugen können.

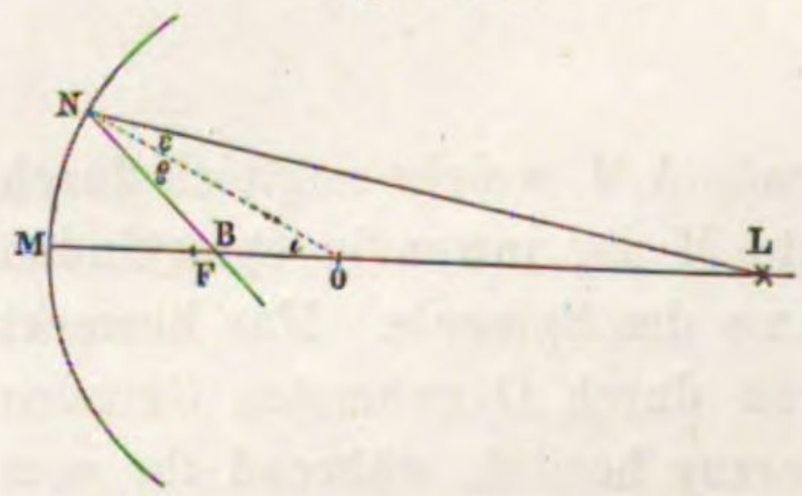
In analogem Sinne hat jedes Bündel paralleler Strahlen einen Focus, der auf der entsprechenden Nebenaxe um die Strecke f vom Mittelpunkte O absteht.

§. 596.

Vereinigungsweite divergenter Strahlen.

a) Liegt der leuchtende Punkt L auf der Hauptaxe um a von M entfernt, so hat man zunächst für die Vereinigungsweite $b = MB$ der Strahlen, welche auf die Peripherie des kleinen Kreises auffallen, dem N angehört,

Fig. 495.



$$MB = 2f - OB,$$

$$\frac{OB}{OL} = \frac{NB}{NL},$$

$$OB = (a - 2f)\frac{NB}{NL}.$$

Beschränkt man die Betrachtung auf Centralstrahlen, so wird

$$\frac{NB}{NL} = \frac{b}{a},\quad OB = (a - 2f)\frac{b}{a},$$

$$\text{folglich} \qquad b = 2f - b + 2f\frac{b}{a},$$

$$\text{oder} \qquad b = f + f\frac{b}{a},$$

was durch Division mit bf übergeht in die Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}. \quad \text{(Hauptgleichung.)}$$

Dass $\frac{NB}{NL} = \frac{a}{b}$ wird, wenn man die zweiten und höheren Potenzen des Winkels gegen die Einheit vernachlässigt, erhellt aus

$$\frac{NB}{NL} = \frac{\sin(i-\varrho)}{\sin(i+\varrho)} = \frac{tg\,(i-\varrho)}{tg\,(i+\varrho)} = \frac{b-x}{a-x},$$

wobei die Abscisse $x = r\,(1 - \cos i)$.

Da für Centralstrahlen die Vereinigungsweite b von den Coordinaten des reflectirenden Flächenelementes unabhängig wird, erkennt man, dass ein Hohlspiegel von geringem Oeffnungswinkel *(i)* nahezu alle Strahlen, welche von einem Punkte der Hauptaxe ausgehen, wieder in einem Punkte der Hauptaxe vereinigt.

b) Auch folgt unmittelbar, dass Centralstrahlen, welche von einem Punkte einer Nebenaxe ausgehen, nach der Reflexion in einem Punkte dieser Nebenaxe zusammentreffen, dessen Entfernung b' vom Durchdringungspunkte der Nebenaxe, aus der Hauptgleichung berechnet werden kann, wenn statt a die entsprechende Weite a' gesetzt wird.

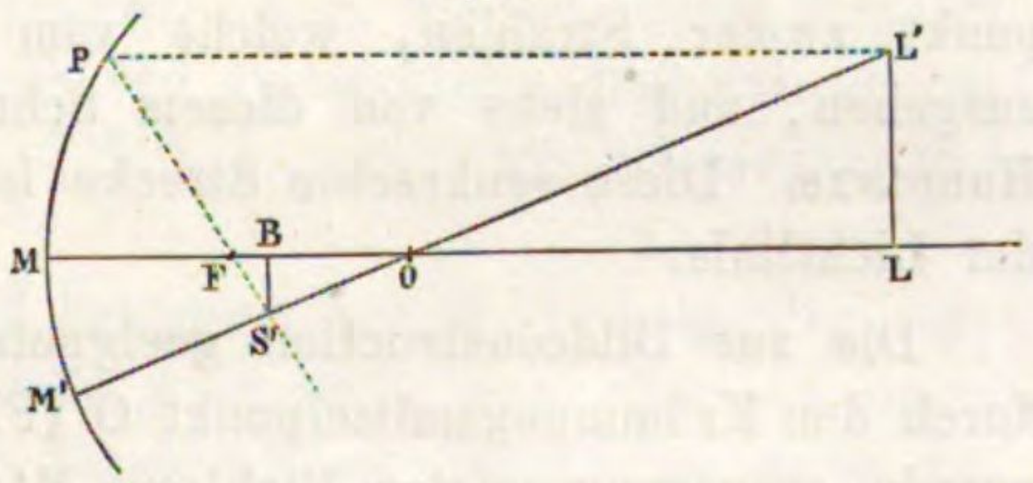
$$b' = \frac{a' f}{a' - f}.$$

§. 597.

Bildweite eines gespiegelten Gegenstandes. — Denkt man sich durch den Gegenstand einen zur Hauptaxe senkrechten Schnitt geführt, welcher den Punkt L mit der Axe gemein hat, so liegt das Bild dieses Schnittes in einer zur Hauptaxe senkrechten Ebene und schneidet demnach die Hauptaxe in dem Bildpunkte B von L.

Zur Begründung dieses Satzes dient der Nachweis, dass das Bild eines in dem genannten Schnitte, aber ausserhalb der Hauptaxe gelegenen Punktes L' in der durch den Bildpunkt B (von L) zur Hauptaxe senkrecht gelegten Ebene liegt.

Fig. 496.



In der That: Schneidet die zu L' gehörige Nebenaxe die in B errichtete senkrechte Ebene in S', so ist

$$\frac{O\,S'}{O\,B} = \frac{O\,L'}{O\,L}.$$

Ist nun die Grösse des gespiegelten Gegenstandes im Verhältniss zu seiner Entfernung klein genug, dass der Strahl O M' bezüglich der Hauptaxe noch als Centralstrahl gelten kann, so darf $\frac{O\,L'}{O\,L} = 1$ gesetzt werden und es folgt zunächst $O\,S' = O\,B$ oder $M'\,S' = b$. Unter der gleichen Voraussetzung gibt auch die Hauptgleichung (wegen $a' = a$) $b' = b$. Unter dieser Bedingung ist demnach $M'\,S' = b'$ und S' der Bildpunkt B' von L'. Diese Bedingung ist aber stets erfüllt, wenn vom Punkte L' nur solche Strahlen auf den Spiegel fallen, welche bezüglich der Nebenaxe L' M' central

sind; denn dann ist u. A. der Strahl L' M central zur Axe L' M', was mit L' M' central zu O M gleichbedeutend ist.

Es lässt sich nachweisen, dass der wahre Bildpunkt von L' zwisehen S' und einem mit dem Radius O B um O beschriebenen Kreise liegt, dass somit der Fehler, der durch die Annahme M S' = b' gemacht wird, noch geringer ist, als der Fehler cos M O M' = 1. Man bringt zu diesem Zwecke den Werth M' S' auf die Form $2f - (2f - b') \frac{b - f}{b' - f}$.

§. 598.

Construction der Bilder. — Unter der Voraussetzung, dass von den einzelnen Punkten des Objects nur solche Strahlen auf den Spiegel fallen, welche bezüglich der jeweiligen Nebenaxe als central gelten können, vereinigen sich alle von einem Punkte des Objects ausgehende Strahlen auf einem Punkte der Nebenaxe. Unter der gleichen Voraussetzung ist diese selbst als ein Centralstrahl bezüglich der Hauptaxe anzusehen, und sämmtliche Bildpunkte eines Vertikalschnittes liegen in einer zur Axe senkrechten Ebene.

Daraus lässt sich eine allgemeine Regel für Construction des Bildes einer zur Axe senkrechten Lichtlinie ableiten: Man suche den Schnittpunkt zweier Strahlen, welche vom äussersten Punkte der Strecke ausgehen, und ziehe von diesem Schnittpunkt eine Senkrechte auf die Hauptaxe. Diese senkrechte Strecke ist nach Lage und Grösse das Bild der Lichtlinie.

Die zur Bildconstruction geeignetsten beiden Strahlen sind 1) der durch den Krümmungsmittelpunkt O (Fig. 496) gehende Strahl, der in der gerade entgegengesetzten Richtung M' O reflectirt wird, und 2) der zur Hauptaxe parallele Strahl L' P, der nach der Spiegelung durch den Brennpunkt geht.

§. 599.

Lage und Grösse des Bildes einer Lichtlinie. — Um die Lage des Gegenstandes und seines Bildes in Kürze bezeichnen zu können, theilen wir den vor dem Spiegel gelegenen Raum in drei Räume ab: Der erste Raum liegt zwischen Spiegel und Brennpunkt und hat demnach die Breite f, der zweite zwischen Brennpunkt und Kreuzungsmittelpunkt, ebenfalls mit der Breite f, der dritte erstreckt sich vom Mittelpunkt aus ins Unendliche. Dazu kommt noch als vierter der Raum hinter dem Spiegel.

§. 600.

Reelle und virtuelle Bilder. — Interessirt uns zunächst, zu wissen, unter welcher Bedingung der Hohlspiegel ein reelles Bild der Lichtlinie gibt, so ist zu beachten, dass zur Entstehung eines reellen Bildes nothwendig und hinreichend ist, dass die Vereinigungspunkte der reflectirten Strahlen vor dem Spiegel liegen. Da nun die Strecke b von M aus nach vorn (der Seite des einfallenden Lichts) positiv gezählt ist, so ergibt sich, dass wir für alle jene Fälle reelle Bilder erhalten, wo b positiv ausfällt.

Da nun

$$b = \frac{af}{a-f},$$

so werden die Bilder reell, so lange die Entfernung a des Gegenstandes positiv und grösser ist, als die Brennweite f, also wenn der Gegenstand im zweiten oder dritten Raume liegt; 2) wenn a negativ ist, d. h. wenn die Strahlen so auf den Spiegel fallen, dass sie nach den Punkten einer hinter dem Spiegel gedachten Linie convergiren. Letzter Fall kann nur künstlich, durch Anwendung optischer Instrumente herbeigeführt werden.

Hingegen werden die Bilder virtuell, d. h. die reflectirten Strahlen divergiren vom Spiegel so, als ob sie von einem hinter dem Spiegel gelegenen Punkte ausgingen, wenn $a < f$, d. h. wenn sich der Gegenstand im ersten Raume befindet.

Die reellen Bilder können auf Schirmen aufgefangen werden, die virtuellen können zwar nicht objectiv dargestellt, wohl aber von einem nach der Spitze der divergirenden Strahlenkegel gerichteten Auge gesehen werden.

§. 601.

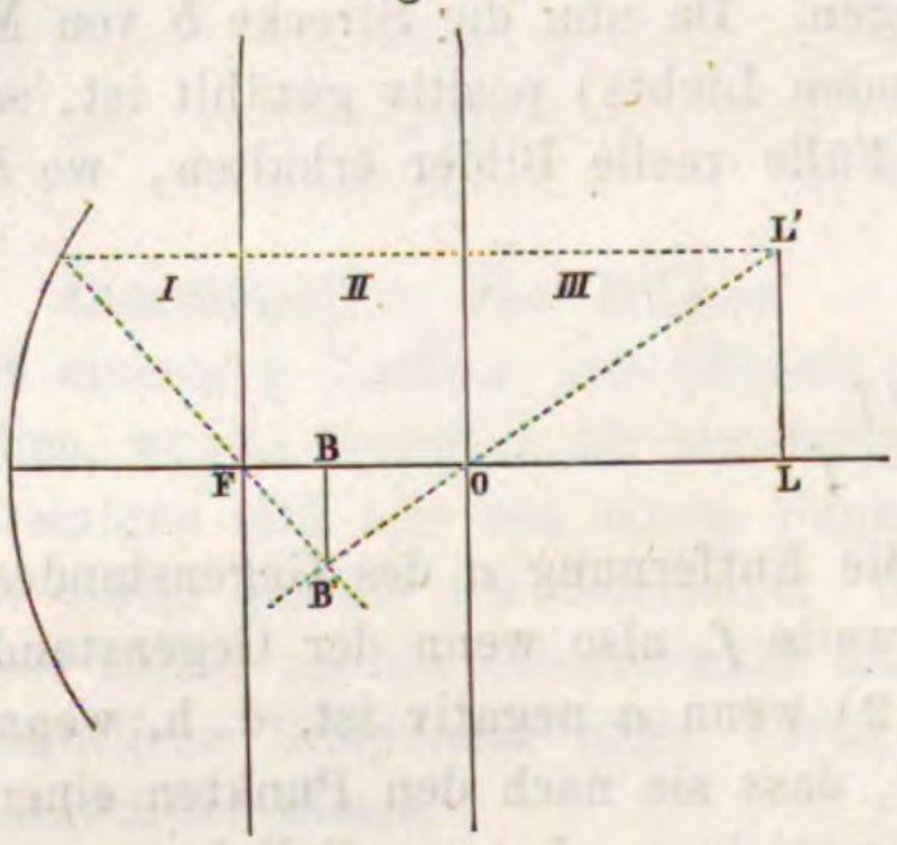
Vergrösserung. Aufrechte und verkehrte Stellung des Bildes. — Ist das Bild grösser als der Gegenstand, so nennen wir es vergrössert, im umgekehrten Falle verkleinert. Haben b und a gleiche Vorzeichen, so erstrecken sich Bild und Gegenstand von der Axe aus nach entgegengesetzten Richtungen, das Bild heisst verkehrt. Sind die Vorzeichen von b und a verschieden, so wird das Bild aufrecht.

Der Construction gemäss verhält sich die Grösse des Bildes zur Grösse des Gegenstandes wie BF zu MF, (Fig. 496) also wie $b - f$ zu f. Da allgemein $b = a\,\frac{b-f}{f}$, so ist $\frac{b-f}{f} = \frac{b}{a}$, d. h. die lineare Aus-

dehnung des Bildes verhält sich zur linearen Ausdehnung des Gegenstandes wie die Entfernung des Bildes (vom Spiegel) zur Entfernung des Gegenstandes.

Da $\frac{b}{a} = \frac{f}{a-f}$, so ist für jede Entfernung (a) des Gegenstandes leicht zu beurteilen, ob man ein vergrössertes oder verkleinertes, verkehrtes oder aufrechtes Bild von ihm zu erwarten hat und in welchem der drei Räume es auftritt.

Fig. 497.



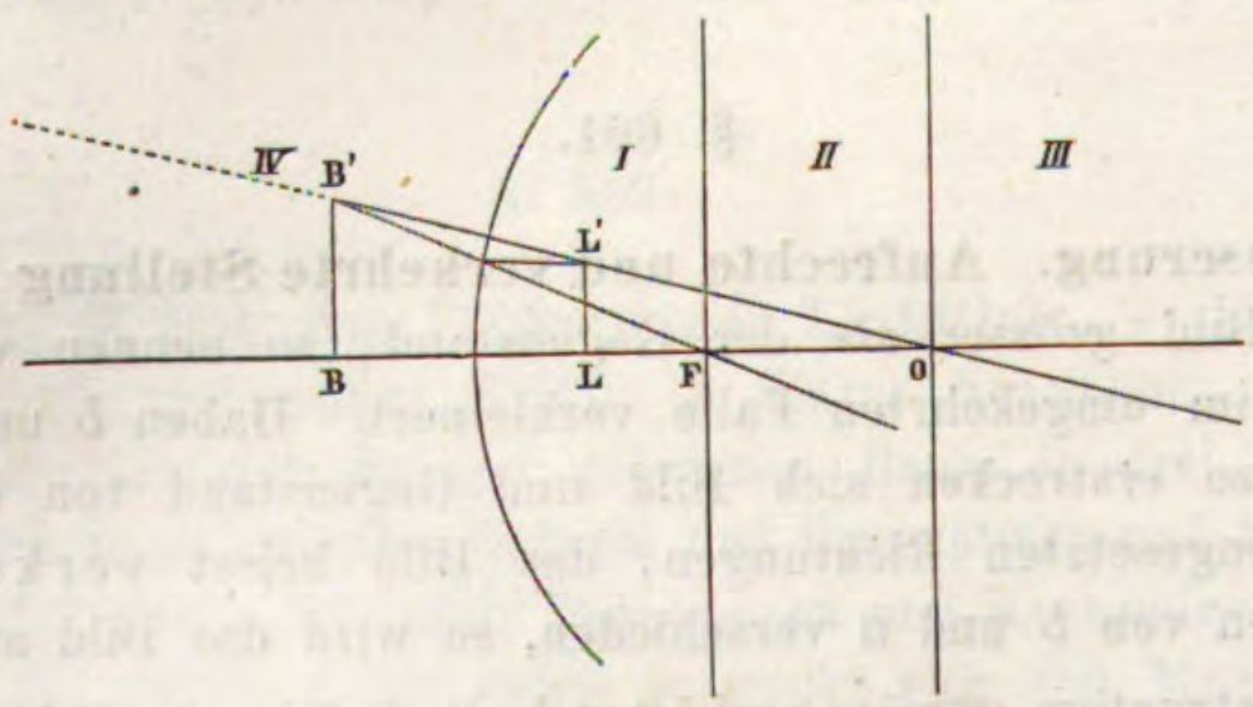
1) Gegenstände, die wie L L' (Fig. 497) im dritten Raume liegen, haben verkleinerte verkehrte Bilder (B B'), welche im zweiten Raume dem Brennpunkte um so näher liegen, je weiter der Gegenstand entfernt ist. Denn es ist wegen $a = 2f(1 + k)$, wo k jede positive Zahl sein kann,

1) $\frac{b}{a} < 1$, 2) $\frac{b}{a}$ positiv,

3) $b = 2f\frac{1+k}{1+2k}$, also kleiner als $2f$ und $\left(\text{in der Form } f\frac{2+2k}{1+2k}\right)$ grösser als f.

2) Liegt der Gegenstand wie B B' (Fig. 497) im zweiten Raume, so ist wegen $a = f(1 + \beta)$, wobei β eine zwischen 0 und 1 liegende Zahl vorstellt, $\frac{b}{a} > 1$, $\frac{b}{a}$ positiv und b, wie aus der Form $b = 2f\frac{1+\beta}{\beta+\beta}$ erkannt wird, grösser als $2f$.

Fig. 498.



Folglich erhält man ein vergrössertes, verkehrtes Bild (L L') im dritten Raum, welches ins Unendliche rückt, wenn der Gegenstand zum Brennpunkte hingeschoben wird.

3) Ist der Gegenstand wie L' L (Fig. 498) im ersten Raume, also $a = f(1-\beta)$, so wird $\frac{b}{a}$ negativ und dem absoluten Werthe nach grösser als 1; ferner $-b = f\frac{1-\beta}{\beta}$, woraus folgt, dass das (virtuelle) Bild (B'B) aufrecht und vergrössert hinter dem Spiegel erscheint und dass, während der Gegenstand vom Brennpunkte bis an den Spiegel geschoben wird, sein Bild aus dem Unendlichen bis an den Spiegel hereinrückt.

4) Ist endlich der Gegenstand selbst virtuell, d. h. convergiren die einfallenden Strahlen nach einer hinter dem Spiegel gedachten Lichtlinie B B' (Fig. 498), so ist $a = -a'$ zu setzen, und es wird b positiv, $\frac{b}{a}$ aber negativ und dem absoluten Werthe nach kleiner als 1, ferner $b = f\frac{a}{a+f}$ und somit kleiner als f. Man erhält also in diesem Fall ein reelles aufrechtes verkleinertes Bild (L L') im ersten Raume.

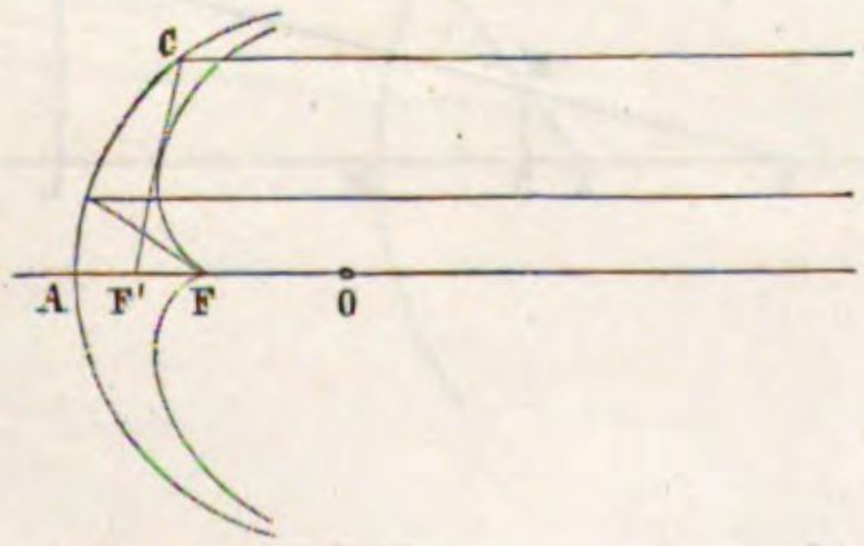
§. 602.

Brennlinie. — Kommen wir bezüglich der Reflexion von Parallelstrahlen nochmals auf den allgemeinen Fall zurück, so sagt uns der Ausdruck

$$\frac{r}{2\cos i},$$

welcher die Entfernung des Sammelpunktes der reflectirten Strahlen vom Mittelpunkte angibt, dass, streng genommen, in jedem Punkte der Strecke $\frac{r}{2\cos i} - \frac{r}{2}$, welche zwischen dem Focus (F) und dem Sammelpunkt F' der Randstrahlen liegt, nur ein Kegelmantel seine Spitze hat, welcher von einer auf dem Spiegel symmetrisch um A gelegenen Peripherie

Fig. 499.



ausgeht. Da die Spitzen dieser Kegelmäntel dem Spiegel um so näher liegen, je näher die Grundlinien dem Rande sind, so durchschneidet jede dieser Strahlenflächen alle übrigen. Die Schnittlinien je zwei benachbarter

Kegelmäntel geben eine kreisförmige Lichtlinie und alle diese Lichtperipherien, die sich stetig an einander reihen, geben eine Lichtfläche, die Katakaustica. (Fig. 499) zeigt den Axenschnitt dieser Rotationsfläche, den man eine Brennlinie oder kaustische Linie nennt.

II. Convexe und parabolische Spiegel.

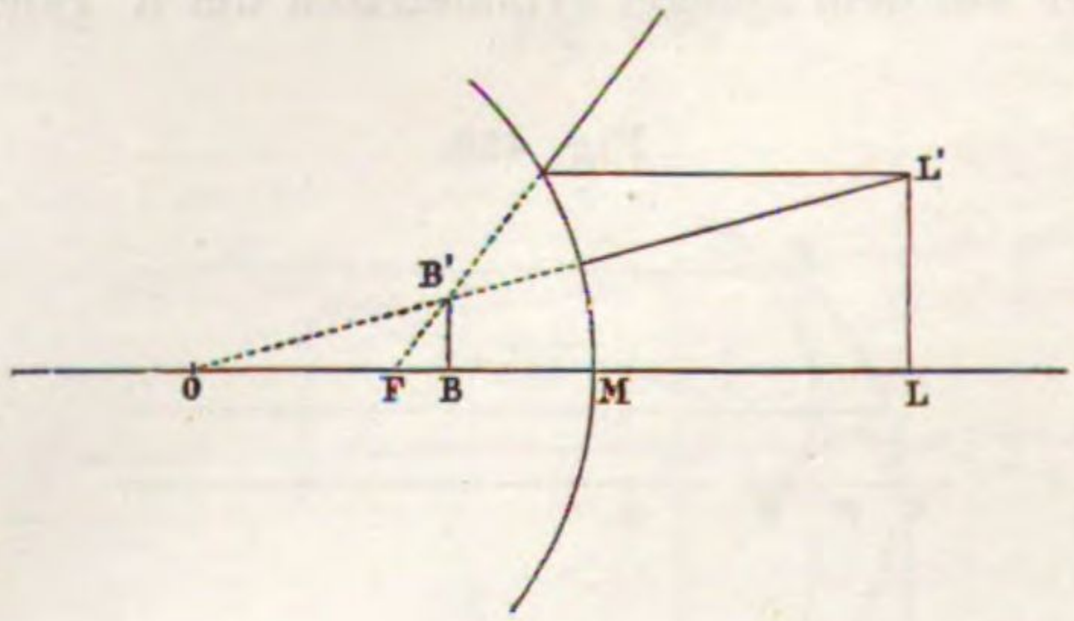
§. 603.

Der **sphärische Convexspiegel** bietet nicht die gleiche Mannigfaltigkeit der Erscheinungen dar, wie der Hohlspiegel. Eine sehr einfache der in §. 596 ganz analoger Betrachtung über den Zusammenhang der Bildweite, Gegenstandsweite und Brennweite ergibt, dass der Convexspiegel als Hohlspiegel von negativer Brennweite aufgefasst werden kann. Denn es ist

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f},$$

wenn $f = \frac{r}{2}$ angenommen wird. Daraus erhalten wir $b = -\frac{af}{a+f}$, und hieraus folgt, dass man von einem reellen Gegenstande L′L (Fig. 500) nur virtuelle, verkleinerte Bilder B′B erhält, welche zwischen dem Spiegel (M) und dem (gleichfalls virtuellen) Brennpunkt (F) liegen.

Fig. 500.



Virtuelle Gegenstände ($a = -a'$) können wegen $b = -\frac{a'f}{a'-f}$ reelle Bilder geben, deren Lage und übrige Beschaffenheit nach der im Vorausgehenden angedeuteten Methode der Discussion leicht ermittelt werden.

§. 604.

Parabolische Hohlspiegel vereinigen Strahlen, welche ihrer Axe parallel einfallen, genau in einem Punkte und reflectiren umgekehrt die vom Brennpunkte der erzeugenden Parabel ausgehenden Strahlen. Wo es sich also um Erreichung eines dieser Zwecke handelt, wird man sie, wenn sie genau genug der Axe parallel hergestellt sind, den sphärischen Spiegeln vorziehen.

Viertes Kapitel.

Brechung durch Linsen.

I. Gang der Lichtstrahlen.

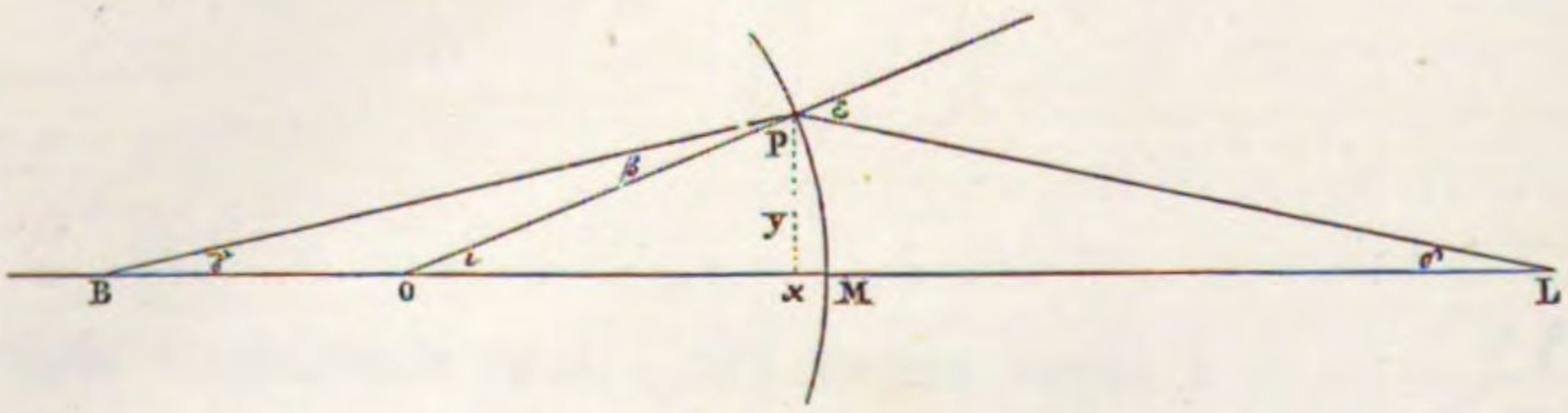
§. 605.

Unter einer **Linse** verstehen wir im Folgenden ein von zwei Kugelflächen begrenztes Stück Glas. Die optischen Instrumente: Fernrohre und Mikroscope aller Art sind aus Linsen zusammengesetzt. Um ihre Wirkung beurteilen zu können, ist es zweckmässig, vorerst die Wirkung einzelner Linsen zu studiren.

§. 606.

Brechung an einer sphärischen Fläche. — Ist P M (Fig. 501) die um O sphärische Grenzfläche zweier Medien, deren eines, rechts von

Fig. 501.



P M, Luft, das andere Glas sein mag, so wird ein Strahl L P, der von irgend einem Punkte L der Axe auf die Grenzfläche fällt, so nach P B

hin gebrochen, dass $\frac{\sin \varepsilon}{\sin \beta} = n$. Ersetzt man ε durch $i + \delta$, β durch $i - \gamma$ und entwickelt die Functionen, so wird

$$n = \frac{\sin i \cos \delta + \cos i \sin \delta}{\sin i \cos \gamma - \cos i \sin \gamma}.$$

Ist y die Ordinate, x die Abscisse von P, ferner $M L = a$, positiv auf Seite der einfallenden Strahlen (vor der brechenden Fläche), $M B = b'$, positiv auf Seite des gebrochenen Strahlen (hinter der brechenden Fläche), $M O = r_1$, positiv in demselben Sinne wie b', so folgt

$$n = \frac{\frac{y}{r_1} \cdot \frac{a + x}{PL} + \frac{r_1 - x}{r_1} \cdot \frac{y}{PL}}{\frac{y}{r_1} \cdot \frac{b' - x}{PB} - \frac{r_1 - x}{r_1} \cdot \frac{y}{PB}} = \frac{a + r_1}{b' - r_1} \cdot \frac{PB}{PL}$$

Beschränken wir von hieran die Betrachtung auf Centralstrahlen, d. h. auf Strahlen, welche so kleine Winkel mit der Axe O M bilden, dass die Cosinus des Einfallswinkels ε der Einheit gleich gesetzt werden dürfen, so darf zunächst P B durch $b' - x$, P L durch $a + x$ ersetzt werden, und da wegen $i < \varepsilon$, auch $x = 0$ angenommen werden darf, folgt

$$n = \frac{a + r_1}{b' - r_1} \cdot \frac{b'}{a}$$

oder

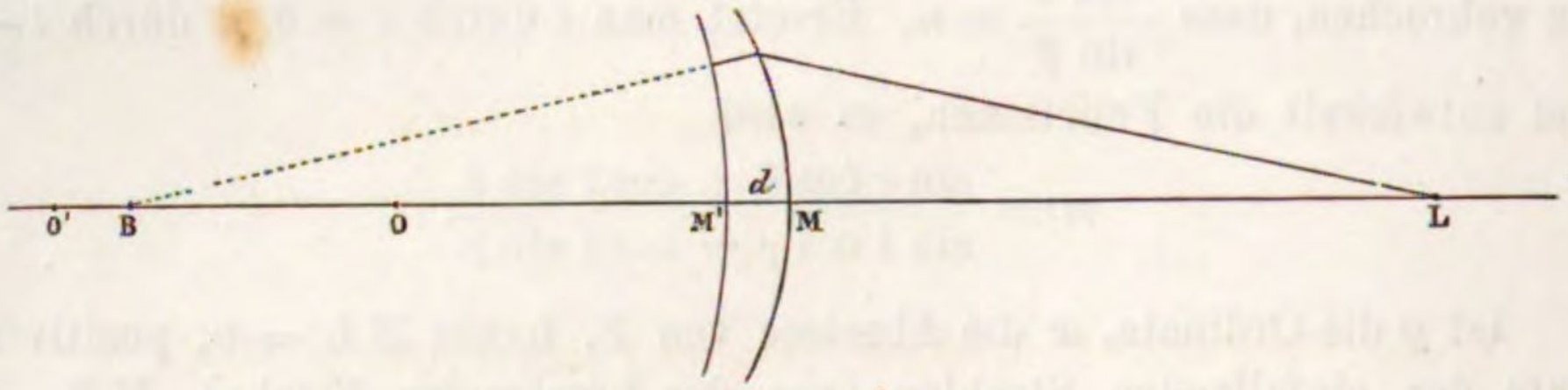
$$\frac{n - 1}{r_1} = \frac{n}{b'} + \frac{1}{a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{I.}$$

Da der Punkt M mathematisch vor keinem anderen Punkte der Kugelfläche ausgezeichnet ist, so erhalten wir das Resultat: Alle von einem Punkte ausgehende Centralstrahlen vereinigen sich wieder in einem Punkte des Glaskörpers, der auf der Verbindungslinie des Punktes mit dem Krümmungsmittelpunkte liegt und um b' vom Schnittpunkte der brechenden Fläche absteht.

§. 607.

Brechung durch eine Linse. — Begrenzt man nun das Glas durch eine zweite Kugelfläche vom Radius r_2, deren Krümmungsmittelpunkt O' (Fig. 502) auf der Axe O M liegt und deren Mitte M' von M um d absteht, so muss für die Brechung an dieser Fläche die gleiche Formel (I) gelten, wenn nur a_1 als die von M' aus nach rechts positiv gezählte Vereinigungsweite vor der Brechung, durch $-b' + d$, b' als Vereinigungsweite nach der Brechung durch die neue Unbekannte b, r_1 durch r_2 und, wegen des Austritts von Glas in Luft, n durch $\frac{1}{n}$ ersetzt wird.

Fig. 502.



Es folgt dann durch Substitution in I.

$$\frac{\frac{1}{n} - 1}{r_2} = \frac{\frac{1}{n}}{b} + \frac{1}{-b' + d}$$

oder

$$\frac{1 - n}{r_2} = \frac{1}{b} - \frac{n}{b' - d} \quad \ldots\ldots\ldots \text{Ia.}$$

§. 608.

Um eine erste Annäherung zu gewinnen, pflegt man von der Dicke d der Linse abzusehen oder eine Linse vorauszusetzen, deren Dicke gegen die Vereinigungsweite b' vernachlässigt werden kann. Thut man dieses, so lässt sich für $\frac{n}{b'}$ aus der obigen Gleichung I. substituiren, und man erhält

$$\frac{1 - n}{r_2} = \frac{1}{b} - \frac{n - 1}{r_1} + \frac{1}{a}$$

oder

$$(n - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \ldots \text{II.}$$

Wird a unendlich, so werden die einfallenden Strahlen der Axe parallel, und b geht in die Brennweite f der Linse über. Somit findet man die Brennweite einer Linse aus den Krümmungsradien und dem Brechungsexponenten mittelst der Gleichung

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \quad \ldots\ldots \text{III}$$

und die Vereinigungsweite b der gebrochenen Strahlen aus der Brennweite f und der Entfernung des leuchtenden Punktes mittelst

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.}$$

II. Wirkung verschiedener Linsen.

§. 609.

Vorzeichen der Bestimmungsstücke einer Linse. — Es ist nützlich, vorerst noch einen Augenblick bei den Begriffen zu verweilen, welche in den vier aufgestellten Gleichungen vorkommen, um dann leicht auf jeden besonderen Fall überzugehen.

Zunächst bemerkt man, dass die Axe einer Linse als Verbindungslinie der Krümmungsmittelpunkte vor allen anderen Geraden, welche zu der Linse in Beziehung stehen, auch in mathematischer Beziehung ausgezeichnet ist.

Die Krümmungsradien sind positiv eingeführt für den Fall, dass die brechende Fläche dem ankommenden Licht ihre convexe Seite zukehrt, d. h. der Abstand des Krümmungsmittelpunkts (O) vom Scheitel M der brechenden Fläche ist, in gleicher Richtung mit der Vereinigungsweite *b* von M aus positiv gezählt. Demnach hat man für den Fall, dass der Krümmungsmittelpunkt von den einfallenden Strahlen eher passirt wird als die brechende Fläche oder, was dasselbe ist, diese auf der concaven Seite getroffen wird, in Gleichung III. das Vorzeichen des betreffenden Krümmungsradius zu ändern.

Der Brennpunkt der Linse ist ebenso definirt wie der des sphärischen Spiegels als Vereinigungspunkt der der Axe parallel einfallenden Centralstrahlen. Die Brennweite *(f)* ist wie alle Vereinigungsweiten *(b)* positiv auf der Seite der gebrochenen Strahlen. Fällt sie durch Rechnung negativ aus, so haben die Parallelstrahlen nach der Brechung keinen wirklichen (reellen) Vereinigungspunkt, sondern divergiren als ob sie direct von einem vor der Linse (auf Seite der einfallenden Strahlen) liegenden Punkte kämen. Das Vorzeichen der Brennweite ist das wichtigste Bestimmungsstück für den Charakter der Linse.

§. 610.

Ermittelung des Hauptcharakters einer Linse durch Discussion der Gleichung III.

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Zunächst bemerkt man, dass sich die Brennweite *(f)* einer Linse nicht ändert, wenn man die Richtung der einfallenden Strahlen oder die Linse selbst umkehrt, so dass nun die zweite der brechenden Flächen

zur ersten wird. Denn da in diesem Falle zugleich r_2 an die Stelle von r_1 zu setzen und das Vorzeichen beider Radien zu ändern ist, erhält man für $\frac{1}{f}$ wieder den früheren Werth. Somit hat jede Linse zwei Brennpunkte, von welchen der eine ebensoweit vor der Linse liegt als der andere hinter derselben.

Strahlen, welche aus einem dieser Brennpunkte auf die Linse fallen, werden durch die Brechung der Axe parallel, und Strahlen, welche der Axe parallel auf die Linse fallen, vereinigen sich nach der Brechung im zugehörigen Brennpunkt.

In der folgenden Uebersicht findet man die 6 möglichen Linsenformen mit den Ausdrücken für ihre Brennweite zusammengestellt.

a) Linsen mit positiver Brennweite:

Fig. 503.

biconvexe Linse

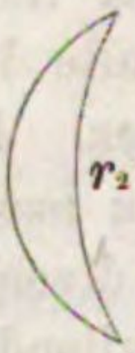
$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

Fig. 504.

planconvexe Linse

$$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{r},$$

Fig. 505.



concav-convexe Linse

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

positiv wegen $r_2 > r_1$.

b) Linsen mit negativer Brennweite:

Fig. 506.

biconcave Linse

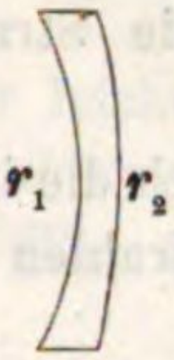
$$-\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right),$$

Fig. 507.

planconcave Linse

$$-\frac{1}{f} = \frac{n-1}{r},$$

Fig. 508.



convex-concave Linse

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(-\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$$

negativ wegen $r_1 < r_2$.

§. 611.

Wirkung der Linsen von positiver Brennweite. — Diese Linsen führen den sehr bezeichnenden Namen Sammellinsen, weil sie nicht nur parallele Strahlen in einem hinter der Linse liegenden Punkte sammeln, sondern auch divergirende Strahlenbündel entweder zur Convergenz bringen oder doch so beeinflussen, dass die Lichtstrahlen weniger divergent aus der Linse austreten, als sie auf die vordere Fläche derselben einfielen.

Die Schlussgleichung IV bezieht sich auf die Vereinigungsweite b solcher Strahlen, welche von einem Punkte der Axe kommen. Es ist aber leicht einzusehen, dass auch Strahlen, welche von einem nicht in der Axe gelegenen Punkte ausgehen, durch die Brechung in einen Punkt vereinigt werden.

Die Betrachtung, welche auf Gleichung I führte, beweist nämlich, dass Strahlen, welche von irgend einem in Luft gelegenen Punkte L' kommen, nach einem innerhalb des Glases befindlichen Punkte gebrochen werden, welcher auf der geraden Verbindungslinie des leuchtenden Punktes L' mit dem Krümmungsmittelpunkte liegt. Fassen wir, wie oben, diesen ersten Vereinigungspunkt bezüglich der zweiten brechenden Fläche als leuchtenden Punkt auf, so werden die von ihm ausgehenden Strahlen von dieser letzteren Fläche in einen Punkt vereinigt, welcher auf der geraden Verbindungslinie des ersten Vereinigungspunktes mit dem Krümmungsmittelpunkte der zweiten brechenden Fläche liegt. Dieser zweite Vereinigungspunkt ist dann das von der Linse erzeugte Bild des Punktes L'.

§. 612.

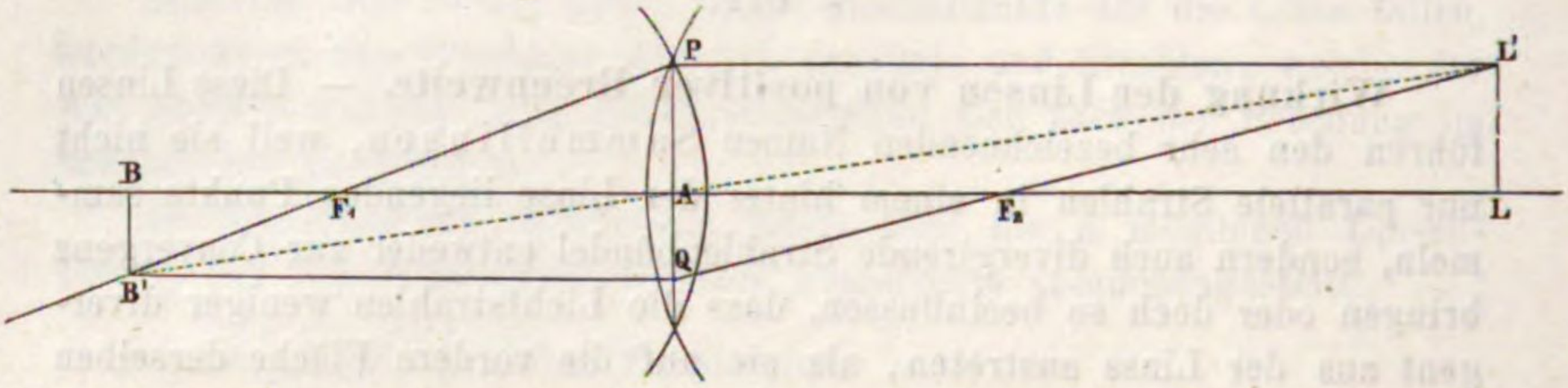
Construction des Bildes einer zur Axe senkrechten Lichtlinie L' L. (Fig. 509). — Man sucht den Vereinigungspunkt (B') zweier Strahlen, welche von dem äussersten Punkte (L') der Lichtlinie ausgehen, und zieht von B' eine Senkrechte auf die Axe. Diese Senkrechte ist das Bild von L' L.

Zwei Strahlen, deren Vereinigungspunkt sehr leicht gefunden wird, sind 1) der parallel der Axe einfallende Strahl L' P, der nach der Brechung durch den ersten Brennpunkt geht; 2) der durch den zweiten (vor

der Linse gelegenen) Brennpunkt einfallende Strahl, welcher der Axe parallel aus der Linse austritt.

Benützt man diese Strahlen, so ergibt sich die in Fig. 509 ausgeführte Construction, in welcher die einfallenden Strahlen bis zur gemeinschaft-

Fig. 509.



lichen Sehne fortgeführt sind, die bei Vernachlässigung der Dicke als Repräsentantin des Linsendurchschnittes gelten kann.

Es ist nachzuweisen, dass man durch diese Construction in den Bildpunkt B von L kommt oder dass $AB = b$ ist, wenn $AL = a$ gesetzt wird.

In der That ist aus geometrischen Gründen: $\frac{BB'}{AP} = \frac{AB - f}{f}$

und $\frac{AQ}{LL'} = \frac{f}{a-f}$, daher $\frac{AB-f}{f} = \frac{f}{a-f}$ und $AB = \frac{af}{a-f}$, welches als Werth von b aus Gleichung IV bekannt ist.

Hier lässt sich auch nachweisen, dass eine von L' durch die Mitte A der Linse gezogene Gerade in den Bildpunkt B' von L' trifft. Nennen wir nämlich vorläufig C' den Schnittpunkt dieser Geraden mit der Bildlinie BB', so ist $\frac{BC'}{LL'} = \frac{b}{a}$, und da zugleich $LL' = PA = BB' \frac{f}{b-f}$, so folgt $BC' = BB' \frac{bf}{a(b-f)}$. Da aber $a = \frac{bf}{b-f}$ (IV), ist $BC' = BB'$, d. h. C' mit B' identisch.

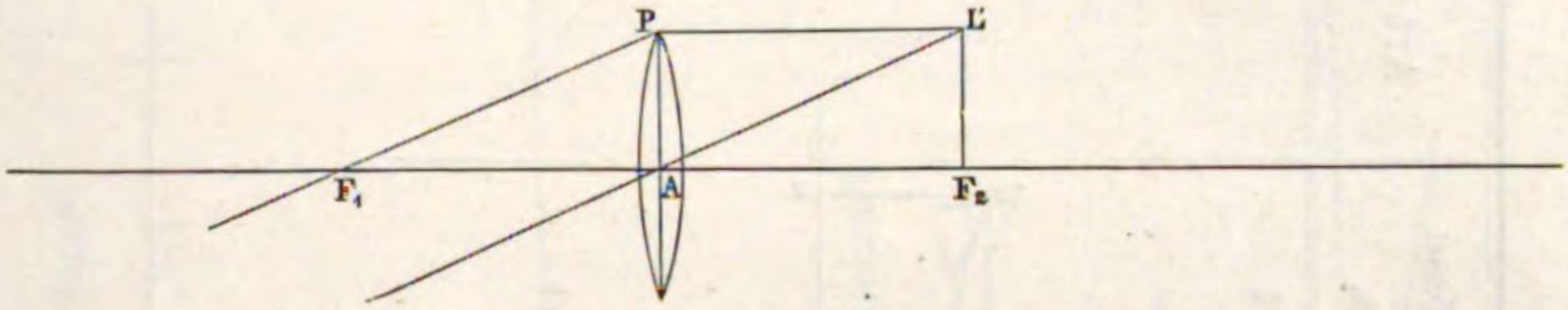
Da nun der Lichtstrahl, der mit der Geraden L'A gleichgerichtet ist, ebenfalls nach B' kommt, so folgt, dass dieser nach A gerichtete Strahl (mit der Annäherung, welche wir durch das ganze Verfahren erreichen) ungebrochen durch die Linse geht.

§. 613.

Die angegebene Construction passt nicht auf den Fall, wo der Gegenstand sich in derjenigen zur Axe senkrechten Ebene befindet, welche den Brennpunkt enthält.

Man erkennt aber leicht, dass alle von einem Punkte der Brennebene ausgehenden Strahlen unter sich parallel die Linse verlassen. Denn zieht man ausser L' P (Fig. 510) den Strahl L' A, der wie eben bewiesen,

Fig. 510.



ungebrochen durch die Linse geht, so ist, weil $L'P = f$, aus geometrischen Gründen L'A parallel zu PF_1, und da diese beiden Strahlen parallel sind, so müssen (nach §. 611) es auch die übrigen sein. Die Gerade L'A gibt die Richtung des parallelen Strahlenbündels, in welches der von L' auf die Linse fallende Lichtkegel durch die Brechung verwandelt wird.

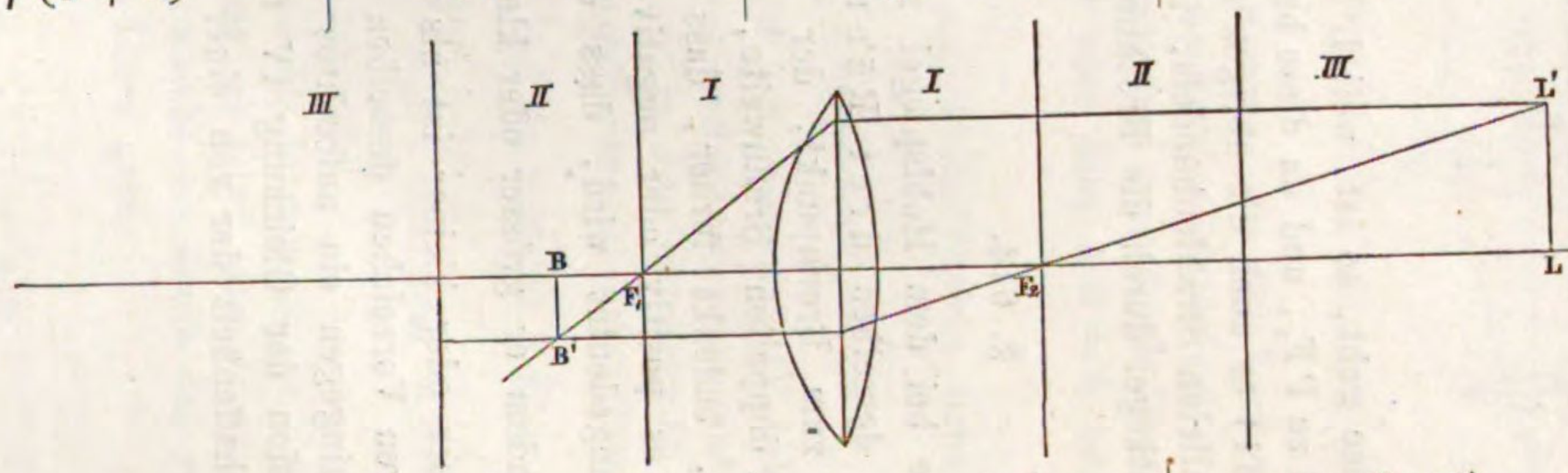
§. 614.

Unterscheidet man wie bei dem Hohlspiegel so auch hier sowohl vor der Linse als hinter derselben drei Räume, von denen der erste von der Linse bis zum Brennpunkt, der zweite vom Brennpunkt bis zum Ende der doppelten Brennweite, der dritte von hier bis ins Unendliche reicht, bedenkt ferner, dass durch das Vorzeichen von b, je nachdem es positiv oder negativ ausfällt, ein reelles oder virtuelles Bild angedeutet wird, dass der absolute Werth des Quotienten $\frac{b}{a}$, je nachdem er grösser oder kleiner ist als 1, entscheidet, ob das Bild grösser oder kleiner ist als der Gegenstand und endlich, dass einem positiven Vorzeichen desselben Quotienten ein verkehrtes, einem negativen hingegen ein aufrechtes Bild entspricht; so ergibt sich aus der Discussion der Gleichung IV folgende Zusammenstellung der Lage und Beschaffenheit der von einer positiven Linse gelieferten Bilder.

Zusammenstellung.

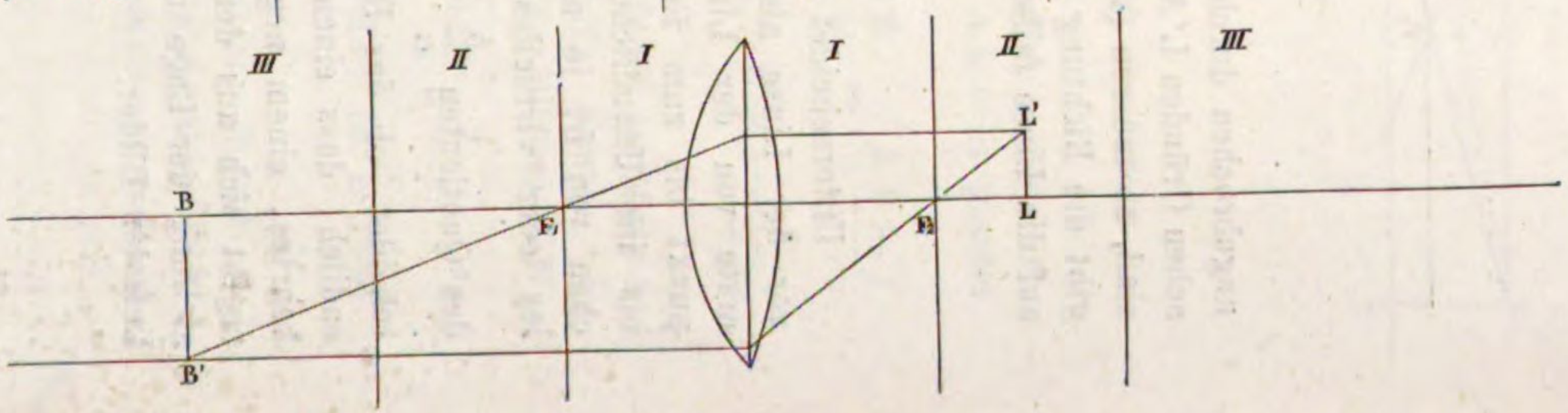
Lage des Objects. a) Ein reelles Object liegt:	Ort des Bildes.	Relative Lage des Bildes.	Relative Grösse des Bildes.	Art des Bildes.
1) im III. Raum $a = 2f(1+k)$	II. Raum $2f > b > f$	verkehrt $\frac{b}{a} = +$	verkleinert $\frac{b}{a} < 1$	reell $b = +$

Fig. 511.



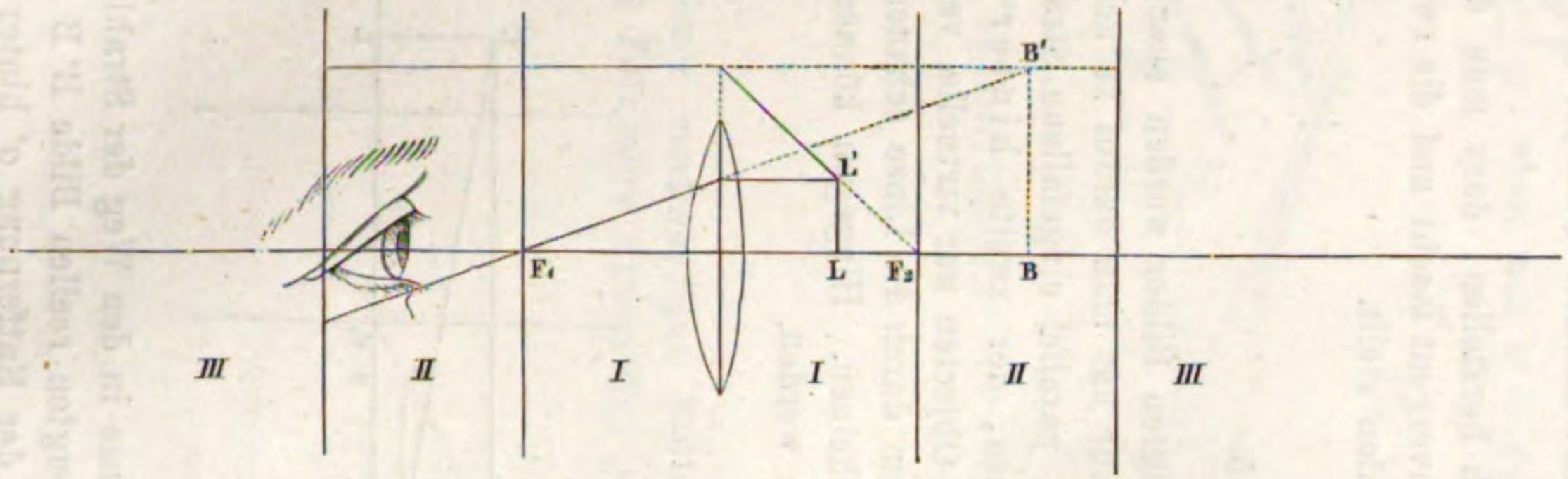
2) im II. Raum $a = f(1+\beta)$	III. Raum $b > 2f$	verkehrt $\frac{b}{a} = +$	vergrössert $\frac{b}{a} > 1$	reell $b = +$

Fig. 512.



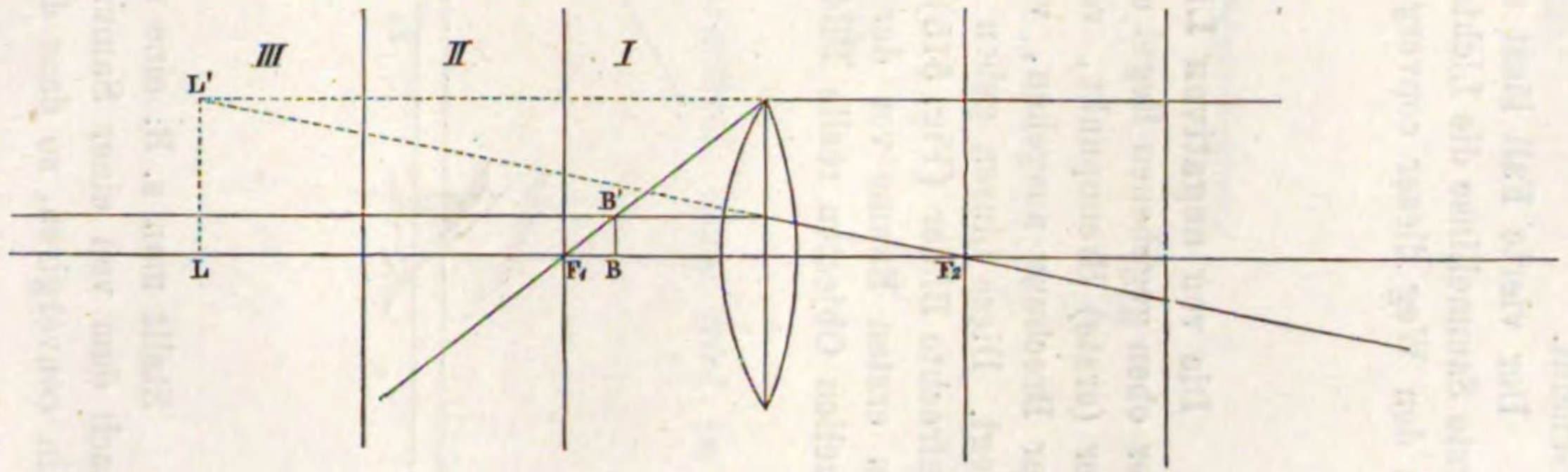
3) im I. Raum $a = f(1 - \beta)$	vor der Linse $-b > 0$	aufrecht $\frac{b}{a} = -$	vergrössert $\frac{b}{a} > 1$	virtuell $b = -$

Fig. 513.



b) das Object ist virtuell $a = -a'$	I. Raum $b < f$	aufrecht $\frac{b}{a} = -$	verkleinert $\frac{b}{a} < 1$	reell $b = +$

Fig. 514.



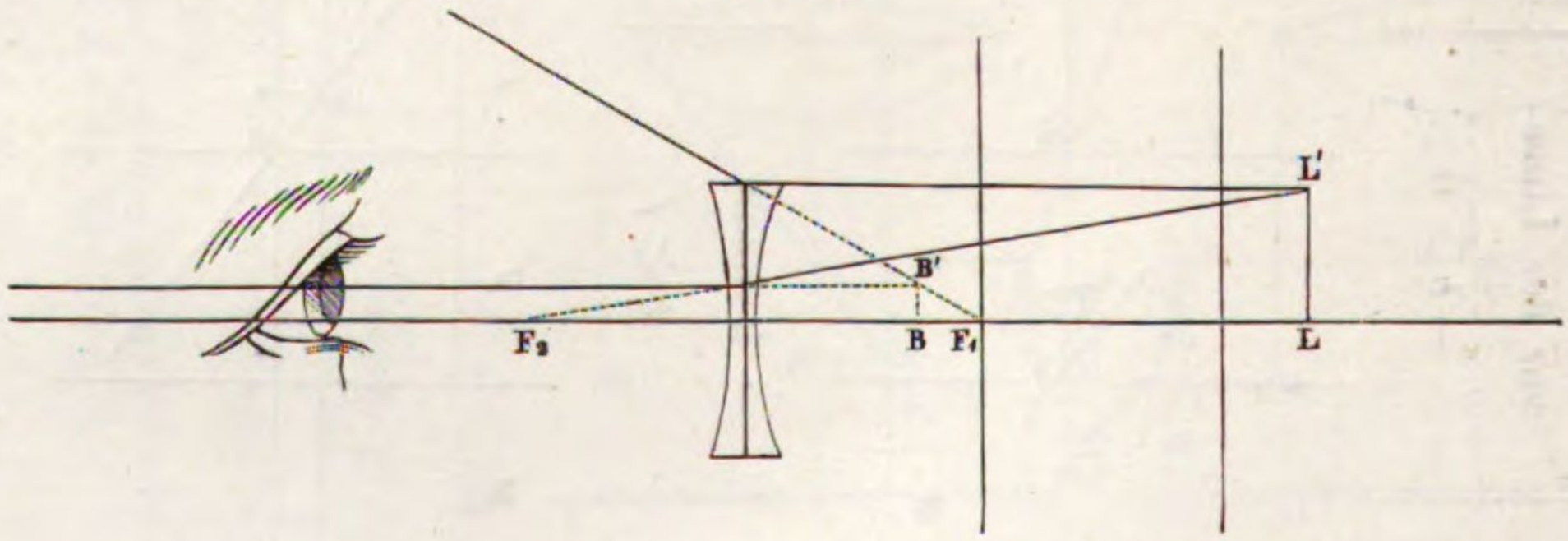
Die einzelnen Fälle lassen sich sowohl mittelst der angegebenen Bildconstruction graphisch darstellen, als auch experimentell nachweisen, indem man auf einer mit Zentimeter-Theilung versehenen Holzleiste eine brennende Kerze als Lichtquelle und eine Linse so aufstellt, wie es den Bedingungen des Falls entspricht, und dann einen Schirm so lange verschiebt, bis auf demselben ein möglichst scharfes Bild der Kerzenflamme erscheint.

Der vierte Fall lässt sich dadurch herstellen, dass man durch eine erste Sammellinse die Lichtstrahlen convergent macht und die zweite Linse in den Weg dieser convergenten Strahlen stellt.

§. 615.

Die von **negativen Linsen** erzeugten Bilder werden ebenfalls nach der oben gegebenen Regel construirt, nur hat man darauf zu achten, dass der (erste) Brennpunkt, von welchem parallel eingefallene Strahlen nach der Brechung ausgehen, vor der Linse, der zweite hinter derselben liegt. Diese Linsen geben von reellen Objecten nur virtuelle, verkleinerte, aufrechte Bilder (Fig. 515), welche dem durch die Linse schauenden Auge im ersten Raume vor der Linse erscheinen. Hingegen können von virtuellen Objecten reelle Bilder erhalten werden.

Fig. 515.

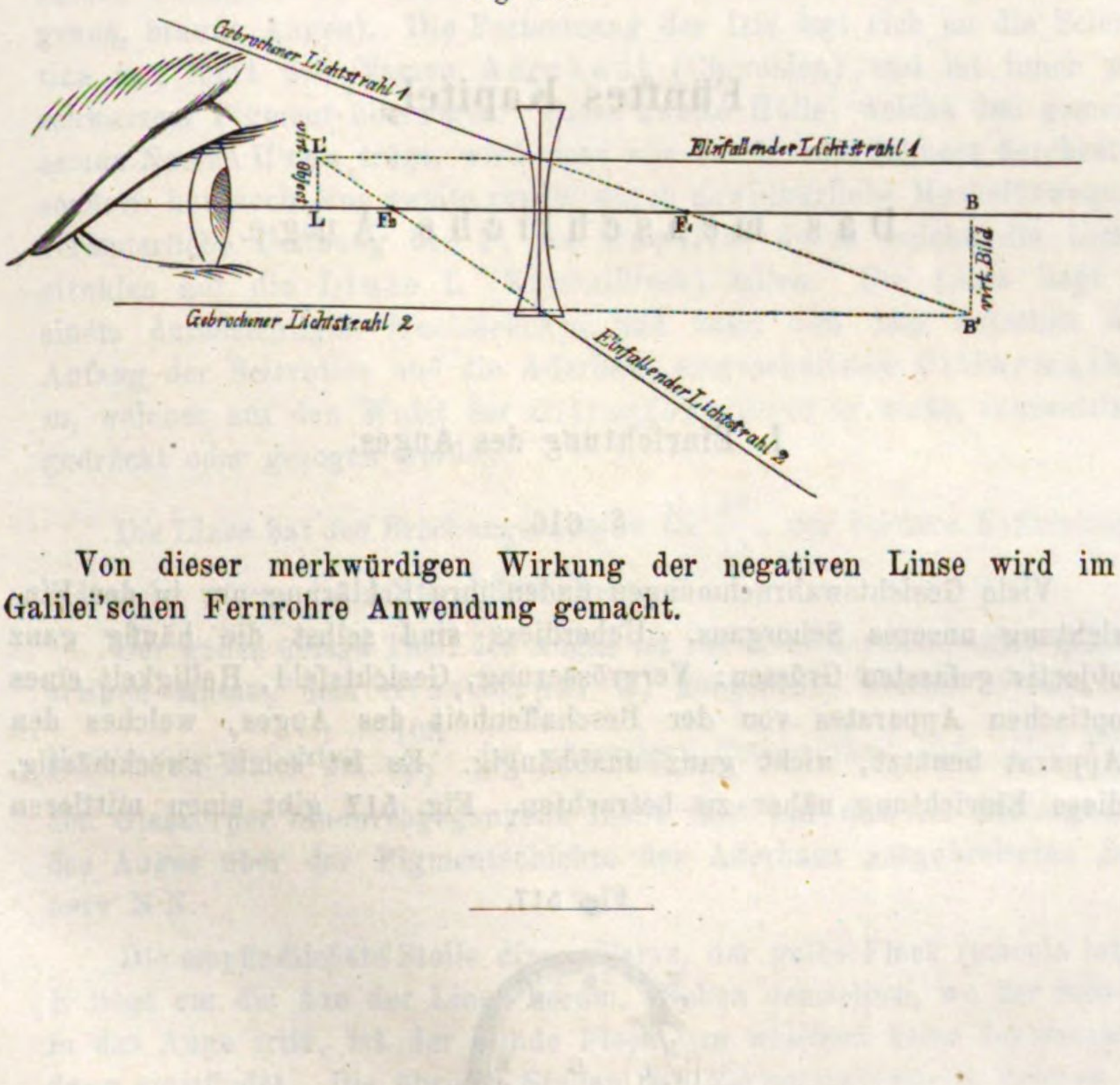


Stellt man z. B. eine negative Linse in den Weg der Strahlen, welche nach dem von einer Sammellinse erzeugten reellen Bilde B' B (Fig. 515) hin convergiren, so dass das Bild in der Entfernung a' hinter der negativen Linse entstehen würde, so ist in der Formel $b = \frac{-af}{a+f}$, $-a'$ an die Stelle von a zu setzen und man erkennt, dass, wenn $a' < f$, b positiv wird. Also erhalten wir ein reelles Bild (L' L) hinter der negativen Linse, wenn sich dieselbe um weniger als ihre Brennweite vor dem Orte des virtuellen Gegenstandes befindet. Dieses Bild rückt von der Linse aus bis ins Unendliche, wenn man die Linse vom Orte des virtuellen

Gegenstandes aus um eine Brennweite vorschiebt. Würde man die Linse noch etwas weiter vorschieben, so würde man durch dieselbe das Bild verkehrt und vergrössert sehen, dasselbe aber mit dem Schirme nicht mehr auffangen können.

Es ergibt sich dieses durch Construction (Fig. 516) und auch aus $-b = \frac{a' f}{a' - f}$, wenn man $a' = f(1 + \beta)$ setzt.

Fig. 516.



Von dieser merkwürdigen Wirkung der negativen Linse wird im Galilei'schen Fernrohre Anwendung gemacht.

Fünftes Kapitel.

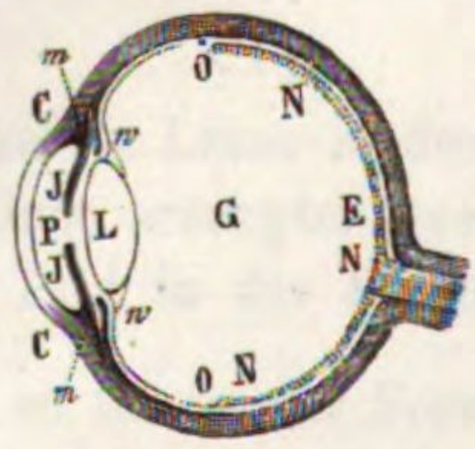
Das menschliche Auge.

I. Einrichtung des Auges.

§. 616.

Viele Gesichtswahrnehmungen finden ihre Erklärung nur in der Einrichtung unseres Sehorgans. Ueberdiess sind selbst die häufig ganz objectiv gefassten Grössen: Vergrösserung, Gesichtsfeld, Helligkeit eines optischen Apparates von der Beschaffenheit des Auges, welches den Apparat benützt, nicht ganz unabhängig. Es ist somit zweckmässig, diese Einrichtung näher zu betrachten. Fig. 517 gibt einen mittleren

Fig. 517.



Durchschnitt des menschlichen Auges in natürlicher Grösse. Der ganze Augapfel ist in eine harte Haut eingehüllt, welche nur bei N durchbohrt ist, um den mit dem Gehirn in Verbindung stehenden Sehnerv einzulassen. Die im Allgemeinen undurchsichtige harte Haut (Sclerotica), welche theilweise als »Weisses im Auge« gesehen wird, geht vorn in einen

durchsichtigen Theil C C, die Hornhaut (Cornea), über, welche einen kleineren Krümmungsradius von (im Mittel) 8^{mm} besitzt. Durch die von nahe parallelen Flächen begrenzte Hornhaut treten die Lichtstrahlen in die vordere Augenkammer J P J ein, welche mit der durchsichtigen wässerigen Feuchtigkeit vom Brechungsexponenten $\frac{103}{77}$ (= 1,337 . . .) angefüllt ist. Die hintere Grenze der wässerigen Feuchtigkeit wird zum Theil von der Iris (Regenbogenhaut) J J gebildet, einer muskulösen Haut, welche bei verschiedenen Menschen verschieden gefärbt ist (blaue, graue, braune Augen). Die Fortsetzung der Iris legt sich an die Sclerotica an, führt den Namen Aderhaut (Choroidea) und ist innen mit schwarzem Pigment überzogen. Diese zweite Hülle, welche den gemeinsamen Namen Uvea trägt, wird nicht nur bei N vom Sehnerv durchsetzt, sondern hat noch eine zweite runde, durch unwillkürliche Muskelbewegung veränderliche Oeffnung bei P, die Pupille, durch welche die Lichtstrahlen auf die Linse L (Krystalllinse) fallen. Die Linse liegt in einem durchsichtigen Hautsäckchen und kann von dem zwischen den Anfang der Sclerotica und die Aderhaut eingeschalteten Ciliarmuskel *m*, welcher auf den Wulst der Ciliarfortsätze *w* wirkt, concentrisch gedrückt oder gezogen werden.

Die Linse hat den Brechungsexponenten $\frac{16}{11}$, der vordere Krümmungsradius ist 10^{mm}, der hintere 6^{mm} gross.

Der ganze übrige Theil des Auges ist von einer durchsichtigen gallertartigen Masse, dem Glaskörper G, ausgefüllt, welcher wieder den Brechungsexponenten $\frac{103}{77}$ der wässerigen Feuchtigkeit hat. Das durch den Glaskörper hindurchgegangene Licht fällt auf den im Hintergrunde des Auges über der Pigmentschichte der Aderhaut ausgebreiteten Sehnerv N N.

Die empfindlichste Stelle dieses Nervs, der gelbe Fleck (macula lutea) E liegt um die Axe der Linse herum. Neben demselben, wo der Sehnerv in das Auge tritt, ist der blinde Fleck, an welchem keine Lichtempfindung stattfindet. Die übrigen Stellen der Nervenausbreitung nehmen bis gegen ihr Grenze O O hin an Empfindlichkeit ab.

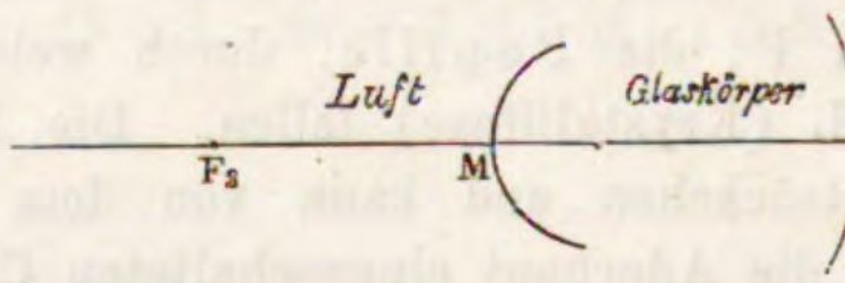
Um das Auge als optischen Apparat zu beurtheilen, um für verschiedene Entfernungen der Gegenstände den Ort und die Grösse des Bildes zu berechnen, müsste man den Weg der Strahlen durch vier brechende Medien, die Hornhaut, die wässerige Feuchtigkeit, die Linsensubstanz und den Glaskörper verfolgen, welche durch vier sphärische Flächen, die beiden Seiten der Hornhaut und die beiden Grenzflächen der Linse geschieden sind.

Bei dieser Betrachtung dürfen zwar, kleine Einfallswinkel vorausgesetzt, die Dicken der brechenden Medien aber nicht vernachlässigt werden. Es wären also die Gleichungen I und I_a der §§. 606 und 607 zu benützen und denselben noch zwei weitere analoge beizufügen.

§. 617.

Das reducirte Auge. — Indessen hat uns Listing dieser Mühe überhoben, indem er nachwies, dass die Wirkung des ganzen Systems durch eine brechende Fläche, welche als Scheidewand zwischen Luft und Glaskörper aufgefasst wird, hervorgebracht werden kann.

Fig. 518.



Diese Fläche (Fig. 518) ist sphärisch, ihr Scheitel (M) liegt 2,345^{mm} hinter der Vorderfläche der Hornhaut, und ihr Krümmungsradius beträgt 5,125^{mm}. Der Mittelpunkt liegt also nahe an der hinteren Fläche der Linse. Nimmt man hiezu den Brechungsexponenten des Glaskörpers $\frac{103}{77}$, so hat man alle Elemente, um für gegebene Entfernungen des Gegenstandes die Lage des Bildes zu rechnen und zu construiren.

Die Vereinigungsweite (f) paralleler Strahlen ist nach Gleichung I bei $\frac{1}{a} = 0$

$$f = \frac{n}{n-1} \cdot r = \frac{103}{26} \cdot 5^1/_8 = 20{,}3^{mm}.$$

Somit liegt der erste Brennpunkt um 20,3^{mm} hinter dem Scheitel M der brechenden Fläche. Die Entfernung des zweiten Brennpunkts F_2 wird aus derselben Gleichung gerechnet, indem man $b = \infty$ setzt:

$$f' = \frac{r}{n-1} = \frac{41}{8} \cdot \frac{77}{26} = 15{,}2.$$

Die erste Brennweite f ist zugleich als Abstand der Netzhaut von der brechenden Fläche oder als Tiefe des reducirten Auges zu betrachten.

II. Accommodation.

§. 618.

Da die Bedingung für deutliches Sehen ist, dass das Bild auf der Netzhaut, also 20,3^{m} hinter dem Scheitel M (Fig. 518) der gedachten brechenden Fläche des reducirten Auges auftrete, jeder Entfernung (a) des Gegenstandes aber bei constanter Brennweite des optischen Apparates eine andere Bildweite (b) entspricht; so würde ein Auge von unveränderlicher Brennweite nur Gegenstände von ganz bestimmter Entfernung deutlich sehen. Das reducirte Auge im Besonderen würde nur unendlich oder sehr weit entfernte Gegenstände (wie z. B. die Gestirne) mit scharfer Begrenzung erblicken. Da wir nun thatsächlich in sehr verschiedenen Entfernungen deutlich sehen, so besitzen wir die Fähigkeit, die Brennweite des Auges zu ändern. Dieses Vermögen nennen wir Accommodationsfähigkeit.

Man hat durch Betrachtung der (3) Spiegelbilder, welche die brechenden Flächen des Auges von einer Flamme geben, nachgewiesen, dass die Veränderung der Brennweite durch Verstärkung oder Schwächung der Krümmung der vorderen Linsenfläche gemacht wird. Diese Bewegung wird durch die Thätigkeit des Ciliarmuskels bewirkt.

§. 619.

Die **Accommodationsfähigkeit** des Auges darf wohl nach der Differenz der Brennweiten bemessen werden, welche das Auge bei Fixirung des Fernpunktes und des Nahepunktes hat. Diese beiden Punkte sind die Grenzen der Strecke, auf welcher ein Gegenstand liegen muss, damit ihn das Auge deutlich sehen kann. Diese Strecke selbst hat man Accommodationsbreite genannt. Ausser der Accommodationsfähigkeit kommt zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit des Auges noch die Lage eines der Grenzpunkte der Accommodationsbreite (des Nahepunkts oder des Fernpunkts) in Betracht.

Die folgende Tabelle gibt für einige Gegenstandsweiten diejenige Brennweite f des Auges, welche erforderlich ist, damit ein in der Entfernung a vor dem (reducirten) Auge befindlicher Gegenstand deutlich gesehen wird. Zur Berechung von f dient die Formel

$$f = \frac{20{,}3}{1 + \frac{15{,}2}{a}}.$$

Entfernung des Gegenstandes.	Accommodirte Brennweite des Auges.
a^{mm}	f^{mm}
∞	20,3
1000	20,0
600	19,8
250	19,1
200	18,9
100	17,6
80	17,1
60	16,2

§. 620.

Brillen der Kurzsichtigen. — Während man dem normalen Auge die Fähigkeit zuschreibt, von unendlicher Ferne bis auf 10^{zm} zu accommodiren, liegt bei einem kurzsichtigen jugendlichen Auge der Fernpunkt oft in 200^{mm} Entfernung und der Nahepunkt in 60^{mm} Entfernung vom Auge. Ein solches Auge vermag seine Brennweite um $2{,}7^{mm}$ zu ändern, d. h. um eben so viel als ein normalsichtiges (vgl. die Tabelle). Somit ist sein Accommodationsvermögen nicht geringer. Dieses Auge kann normalsichtig gemacht werden durch eine Brille, welche seinen Fernpunkt von 200^{mm} ins Unendliche verlegt. Es leistet dieses offenbar eine negative Linse, deren Brennweite 200^{mm} ist; denn diese bringt parallel einfallende Strahlen so zur Divergenz, als ob sie aus ihrem vor der Linse liegenden Brennpunkte kämen. Da dann Strahlen, welche aus 100^{mm} Entfernung kommen, wie aus einer Entfernung von 67^{mm} divergiren, auf welche unserer Annahme gemäss noch accommodirt werden kann, so ist durch Anwendung der Brille nun der ganze Bezirk der normalen Sehweite in das Bereich der Accommodationsfähigkeit des Kurzsichtigen gerückt.

Nimmt bei vorrückendem Alter des Kurzsichtigen das Accommodationsvermögen ab, so rückt der Nahepunkt hinaus. Liegt er nicht näher als der des Normalsichtigen (100^{mm}), so wird ihn die concave Brille (von 200^{mm} Brennweite) in die Entfernung von 200^{mm} verlegen, und der Kurzsichtige wird Gegenstände in den Entfernungen von ∞ bis 200^{mm} mit der Brille deutlich sehen. Da er die zwischen 200 und 100^{mm} Entfernung ohne Brille deutlich sieht, ist er mit Hilfe der Brille auch jetzt noch dem Normalsichtigen gleich gestellt. Aus dieser Betrachtung ergibt sich, dass die Brennweite der Brille eines Kurzsichtigen mit Vorteil gleich dem Abstande seines Fernpunktes vom Auge gewählt wird.

§. 621.

Das **Greisenauge** ist ein Auge von geringem Accommodationsvermögen. In der Regel tritt im Alter noch eine Verflachung der Wölbungen dazu, wodurch der Nahepunkt hinausrückt.

Liegt z. B. der Nahepunkt eines Greisenauges in 600^{mm} Entfernung, der Fernpunkt im Unendlichen, so pflegt man durch eine positive Linse den Nahepunkt in eine Entfernung von 250^{mm} zu verlegen. Da in diesem Falle Strahlen, die thatsächlich aus 250^{mm} Entfernung kommen, nach der Brechung durch die Brille aus der Entfernung von 600^{mm} divergiren sollen, so ergibt sich die Brennweite der anzuwendenden Linse aus $250 = \frac{-600 \cdot f}{-600 - f}$ oder $f = 430^{mm}$. Durch diese Brille wird also der Fernpunkt bis auf 430^{mm} hereingerückt und das Auge sieht durch die Brille deutlich, was zwischen 250 und 430^{mm} Entfernung liegt.

§. 622.

Aus der hier aufgestellten Behauptung, dass das Auge Dinge deutlich sieht, die sich in sehr grosser Entfernung befinden, könnte der Schluss gezogen werden, es müsse ein normales Auge eine kleine Schrift in beliebig grosser Entfernung lesen können. Dieser Schluss würde auf einer Verwechselung des Unterscheidungsvermögens mit dem Accommodationsvermögen beruhen.

Nach Helmholtz muss die Entfernung zweier Punkte, welche noch als verschieden wahrgenommen werden sollen, unter einem Sehwinkel von mindestens 60″ erscheinen.

Man wird bei gutem Tageslicht mindestens die Grösse von 3,5 Minuten annehmen dürfen für den kleinsten Sehwinkel, unter welchem die Höhe eines Buchstabens (m-striches) erscheinen muss, der noch erkannt werden soll. Da $\text{tang } 3{,}5 = 0{,}001 = \frac{\text{Buchstabenhöhe}}{\text{Entfernung}}$ ist, so wird (bei guter Beleuchtung) eine Schrift von 1^{mm} Höhe höchstens in 1^{m} Entfernung gelesen, eine solche von 2^{mm} Höhe in 2^{m} Entfernung u. s. f. (vollkommenes Accommodationsvermögen vorausgesetzt).

III. Ermittelung der Accommodationsbreite.

§. 623.

Der **Scheiner'sche Versuch.** — Blickt man durch zwei mit einer Nadel in ein Kartenblatt gestochene Löcher, deren Abstand horizontal und

geringer ist als der Durchmesser der Pupille, nach einem feinen vertikalen Lichtspalte, so erscheint derselbe doppelt, wenn das Auge auf die Entfernung des Spaltes nicht accommodirt ist. Denn in diesem Falle wird das durch die beiden Löcher eingetretene Licht auf der Netzhaut nicht zu einem Bilde des Spaltes vereinigt, sondern es entspricht jedem Lichtpunkte des Spaltes statt eines Punktes ein Lichtkreis (Zerstreuungskreis), welcher von der dunklen Scheidewand der beiden Lichtlöcher diametral durchschnitten wird.

Nähert sich nun ein kurzsichtiges Auge aus der Ferne mit vorgehaltenem Kartenblatt allmählich dem Lichtspalte, so wird die Scheidewand der beiden Spaltbilder schmäler (vgl. Fig. 520, S. 719), und endlich kommt es in eine Entfernung, wo der Spalt einfach erscheint. In dieser Entfernung vom Auge liegt der Fernpunkt desselben. Bei weiterem Vorrücken des Beobachters bleibt der Spalt einfach, bis die zweite Grenze der Accommodationsbreite (der Nahepunkt) erreicht ist, um von da an wieder doppelt zu erscheinen (vgl. Fig. 519, S. 719).

Bei Ausführung des Versuchs ist die Vorsicht zu gebrauchen, vor Beendigung desselben den Kopf oder das Kartenblatt stets ein wenig zu verschieben, damit man sich versichert, mit einem Auge durch beide Löcher zugleich gesehen zu haben.

§. 624.

Optometer. — Auf diesen Versuch des Paters Scheiner sind die Optometer gegründet: Innen geschwärzte Metallröhren mit Auszug und Theilung, um die Entfernung eines feinen Spaltes vom Auge messbar verändern zu können. Das Auge sieht durch zwei ihm unmittelbar vorliegende, im Ocular angebrachte Löcher oder Spalten nach dem Lichtspalte. An der Stelle des Objectivs ist gewöhnlich eine mattgeschliffene Glasplatte angebracht, die beim Gebrauche des Optometers einer hellen Fläche zugewendet wird. Häufig ist in geringer Entfernung von den beiden Löchern eine positive Linse eingeschaltet, wodurch an der Länge des Rohrs gespart, an Genauigkeit aber verloren wird.

§. 625.

Der Scheiner'sche Versuch ist noch anderweitig interessant. Verdeckt man eines der beiden Sehlöcher (z. B. das rechte), so verschwindet auch eines der beiden Spaltlöcher und zwar das entgegengesetzt liegende, (i. B. das linke), wenn der Spalt diesseits des Nahepunktes, das gleichliegende (i. B. das rechte), wenn er jenseits des Fernpunktes liegt. Da wir nun mit Bestimmtheit wissen und an präparirten Augen stets nach-

weisen können, dass im ersten Falle (Fig. 519) der Strahlenkegel, welcher durch das rechts von der Augenaxe liegende Loch eingetreten ist, auch rechts von dieser Axe auf die Netzhaut fällt, während er im zweiten

Fig. 519.

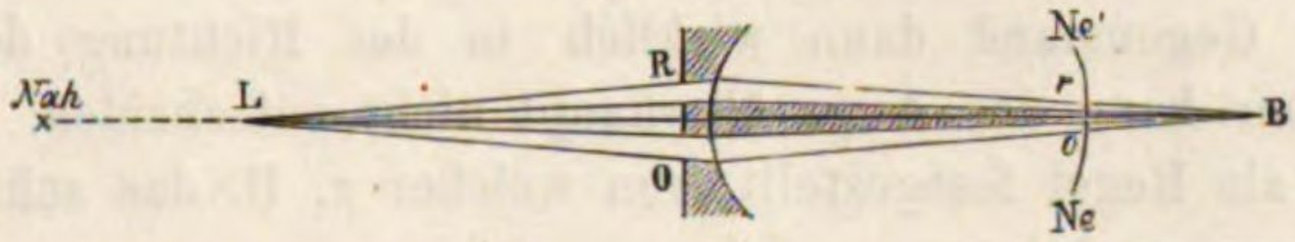
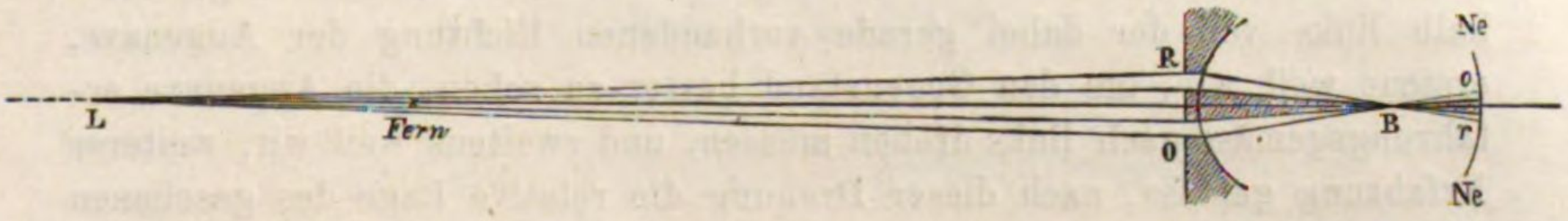


Fig. 520.



Falle (Fig. 520) vom gemeinsamen Bildpunkte aus divergirend, links von der Augenaxe auffällt; so stehen wir vor einer Erscheinung, welche der Erklärung bedarf und dieselbe durch Folgendes finden soll.

§. 626.

Lage des Bildes auf der Netzhaut. — Auf der Netzhaut ist jedes deutliche Bild eines Gegenstandes verkehrt. Die Stellen der Netzhaut, welche rechts von der Augenaxe liegen, werden von den Bildern solcher Gegenstände eingenommen, die in der Natur links von der Augenaxe liegen, und oberhalb der Axe liegen die Bilder der unterhalb derselben befindlichen Gegenstände, so dass wir, wenn wir das Bild nicht unmittelbar empfänden, sondern nochmals betrachten müssten, allerdings Alles verkehrt sähen. Wir beurteilen aber die wirkliche Lage der Gegenstände nicht nach dem Orte, den ihr Bild auf der Netzhaut einnimmt. Dieses Bild konnte in keiner Weise mitwirken zur Construction der Begriffe unten, oben, links, rechts, da diese Begriffe entstanden, als die Existenz des Bildes noch gar nicht bekannt war. Vielmehr sagen wir von Gegenständen, sie liegen bezüglich einer bestimmten Richtung links, wenn die Augenaxe (oder der Kopf), um von dieser bestimmten Richtung auf den Gegenstand zu kommen, eine Drehung nach der als links bezeichneten Hand machen muss u. s. f.

Es ist eine relativ späte Erfahrung, ein Ergebniss wissenschaftlicher Forschung, das jeder Punkt des Netzhautbildes gegen den abgebildeten Punkt um 180° verdreht liegt.

Erst durch diese Entdeckung wurden wir dann belehrt, dass wir von jeher, sobald der Sehnerv an einer rechts von der Axe gelegenen Stelle

gereizt wurde und wir zur Klärung dieses Reizes Anregung verspürten, die Augenaxe nach links gedreht haben. Und dieses Verfahren musste in der That stets das sichere Resultat des Probirens sein: denn es wird durch diese Drehung der empfindlichere gelbe Fleck an die Stelle der weniger empfindlichen Stelle gesetzt, welche den ersten Reiz empfing.

Ob der Gegenstand dann wirklich in der Richtung der Augenaxe liegt, darüber kann das Auge überhaupt nicht entscheiden. Es ist aber anderweitig als Regel festgestellt, von welcher z. B. das schielende Auge eine Ausnahme macht.

Wir sehen also, um die Erklärung zusammenzufassen, einen Gegenstand, dessen Bild rechts von der Augenaxe auf der Netzhaut liegt, desshalb links von der dabei gerade vorhandenen Richtung der Augenaxe, erstens weil wir, um den Gegenstand besser zu sehen, die Augenaxe erfahrungsgemäss nach links drehen müssen, und zweitens weil wir, weiterer Erfahrung gemäss, nach dieser Drehung die relative Lage des gesehenen Gegenstandes beurteilen.

Dass die Orientirung unseres Gesichtsinnes wirklich allein auf diese beiden Erfahrungen gegründet ist, beweist gerade der Scheiner'sche Versuch, wo wir einen auf der rechten Seite der Axe in der Netzhaut hervorgebrachten Lichteindruck links sehen. Wir wissen durch das stets gleiche Resultat des Probirens, dass wir die Axe nach links drehen müssen, um ihn zu fixiren und irren darin auch dieses Mal nicht; aber der Gegenstand (das Lichtloch), der den Eindruck sandte, ist dieses Mal nicht dort und es kommt auch kein Licht in dieser Richtung, sondern der Gegenstand ist auf der rechten Seite der Axe und sendet auch sein Licht von rechts. Es liegt darin der Beweis für den Satz: dass wir von der Richtung der Strahlen im Auge nichts empfinden.

Sechstes Kapitel.

Optische Apparate und Instrumente.

I. Einfache Apparate.

§. 627.

Die **Lupe** soll für das Auge des Beobachters ein aufrechtes, vergrössertes Bild eines Gegenstandes liefern, welcher seiner geringen Grösse wegen dem unbewaffneten Auge nicht detailirt genug erscheint. Dieser Zweck kann erreicht werden durch Anwendung einer positiven Linse, welche so zwischen das Auge und das Object gehalten wird, dass letzteres sich innerhalb der Brennweite der Linse befindet.

Die Vergrösserung durch optische Apparate, bei welchen schliesslich ein virtuelles Bild vom Auge benützt wird, schätzt man nach der Grösse des Verhältnisses der beiden Sehwinkel, unter welchen einerseits das Bild, andererseits der Gegenstand selbst gesehen wird. Bei einer Lupe von gegebener Brennweite ist die erreichbare Vergrösserung durch das Accommodationsvermögen des Auges beschränkt. Ist g der Abstand des Fernpunktes vom Auge, so kann der Abstand des vor der Linse auftretenden virtuellen Bildes vom Auge höchstens g sein. Um das Accommodationsvermögen vollständig auszunützen, hat man das Auge unmittelbar hinter die Linse zu bringen und den Gegenstand in solcher Entfernung (a) vor der Linse aufzustellen, dass der absolute Werth ($-b$) der Bildweite gleich der Entfernung (g) des Fernpunktes wird. Ist m die lineare Grösse des Bildes, so hat der Sehwinkel desselben die Tangente $\frac{m}{g}$.

Der grösstmögliche Sehwinkel des Gegenstandes von der linearen Grösse o hat die Tangente $\frac{o}{k}$, wenn k der Abstand des Nahepunktes vom Auge ist.

Die Maximalleistung der Lupe, verglichen mit der Maximalleistung des freien Auges, ist demnach (wenn die Tangenten an die Stelle der Sehwinkel treten)

$$\frac{m}{g} : \frac{o}{k} = \frac{k}{g} \cdot \frac{m}{o}.$$

Da nun $\frac{m}{o} = \frac{-b}{a} = \frac{f-b}{f} = \frac{f+g}{f}$

so wird die Vergrösserung

$$\frac{k}{g}\left(\frac{g}{f} + 1\right).$$

Dieser Ausdruck hat einen vollkommen exacten Sinn für ein kurzsichtiges Auge. Für das normale Auge ist g anderweitig, insbesondere durch Rücksicht auf die Helligkeit beschränkt, und wird gewöhnlich zu 25^{zm} angenommen.

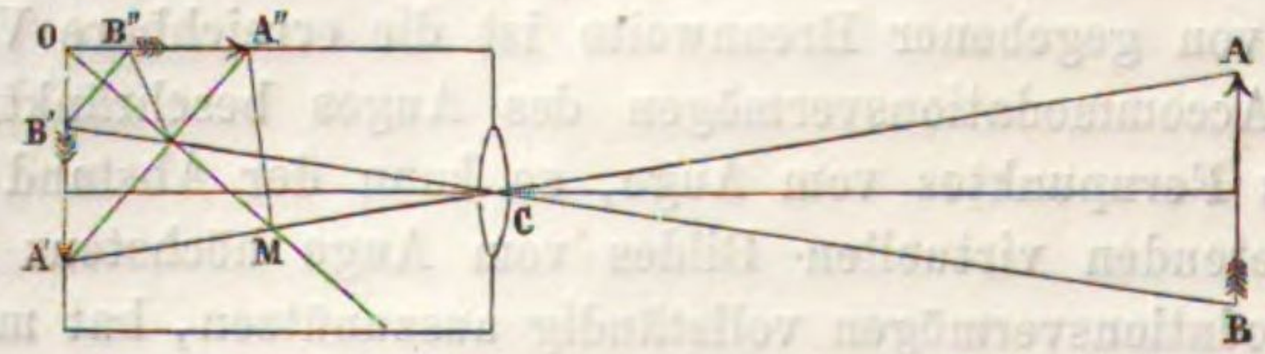
Zuweilen findet man die Vergrösserung der Lupe nur durch $\frac{g}{f} + 1$ angegeben, und unter g $(= k)$ eine mittlere Sehweite (25^{zm}) verstanden.

§. 628.

Das Bild, welches durch eine kleine Oeffnung auf die hintere Wand einer Dunkelkammer fällt (vgl. §. 578), ist als Schablone zum Nachzeichnen nicht gut verwendbar, weil es ihm entweder an Schärfe oder Helligkeit gebricht.

Setzt man aber in die Oeffnung eine positive Linse (Fig. 521), welche in der Richtung ihrer Axe verschoben werden kann, so erhält man von

Fig. 521.



dem entfernten Gegenstande A B ein reelles verkehrtes Bild, welches im zweiten Raume der Linse und ihrem Brennpunkte um so näher liegt, je weiter der Gegenstand A B von C absteht. Um dieses Bild in eine dem Zeichner bequeme Lage zu bringen, wird ein um 45° gegen die Axe der Linse geneigter Planspiegel O M in den Weg der Strahlen gestellt. Dieser

reflectirt die Strahlen nach B″A″, wo sie durch eine Glasplatte auf transparentes Papier fallen. Die Dimensionen der Kammer müssen der Brennweite der Linse soweit angepasst sein, dass, durch ein geringes Verschieben der Linse, in A″B″ ein scharfes Bild von AB erhalten werden kann.

Die photographischen Apparate sind ebenfalls Dunkelkammern, doch fehlt der Planspiegel. Das Bild wird zunächst (durch Verschiebung der Objectivlinse) mit möglichster Schärfe auf einer im Hintergrunde eingeschobenen matten Glasplatte eingestellt; diese wird dann durch die präparirte Platte ersetzt. Da man hier lichtstarke, scharfe und in allen Theilen dem Object ähnliche Bilder wünscht, so haben die Objective grosse Dimensionen und sind aus mehreren Linsen von verschiedenen Glassorten und von berechneten Krümmungsradien so zusammengesetzt, dass alle Strahlen, die von einem Punkte des Objects ausgehen, die Randstrahlen mit den Centralstrahlen und auch die verschiedenen Strahlen einer Mischfarbe, mit möglichster Annäherung in einem Punkte des Bildes vereinigt werden.

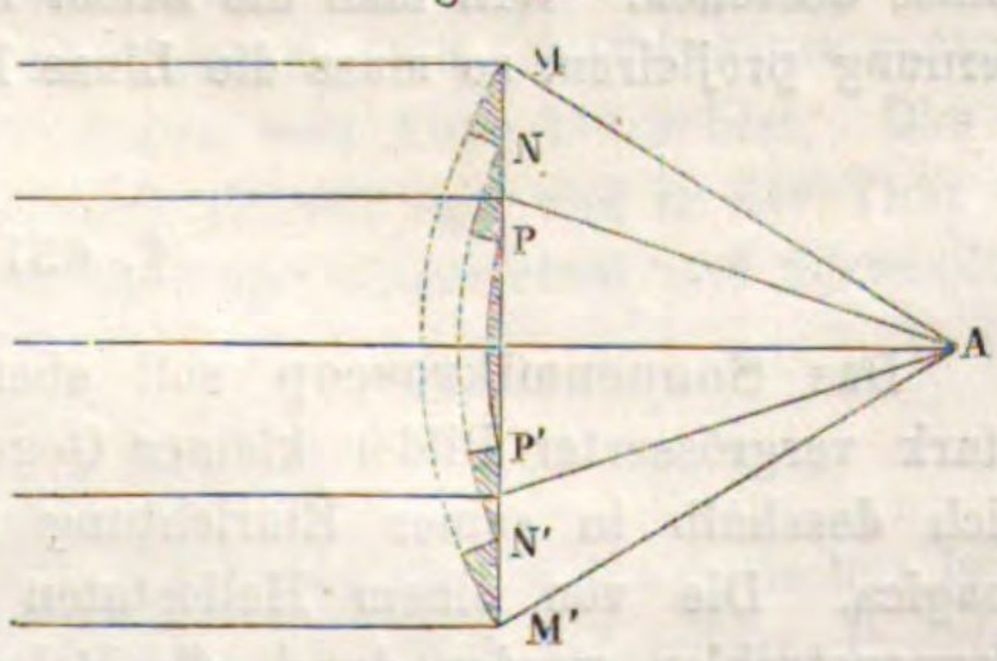
§. 629.

Ein **Leuchtthurm** soll Lichtsignale geben, welche vom Meere aus weithin und von allen Seiten gesehen werden.

Von einem Lichte, welches ohne besondere optische Vorrichtungen auf dem Thurme unterhalten wird, gehen alle über den Horizont gesandten Strahlen, also die Hälfte, für den Zweck verloren. Um diese zu gewinnen, wendet man entweder Hohlspiegel an, welche um ihre Brennweite von dem Lichte abstehen und demnach jeden aus einem Punkte ihrer Brennweite kommenden Strahlenkegel als paralleles Strahlenbündel reflectiren, oder grosse positive Linsen, welche, ebenfalls um ihre Brennweite von der Lichtquelle entfernt, von jedem Punkte derselben einen Strahlencylinder nach dem Meere senden. Das Licht wird so aufgestellt, dass es sich ganz oberhalb der (horizontalen) Axe der Linse befindet.

Die von Fresnel zu diesem Zwecke verwendeten Linsen sind planconvex und, wie Fig. 522 zeigt, aus mehreren Ringen von gleicher Brennweite zusammengesetzt. Durch diese Anordnung wird sowohl allzugrosses Gewicht der Linse als insbesondere der Lichtverlust vermieden, welchen die Strahlen beim Durchgang durch dicke Glasschichten erleiden.

Fig. 522.

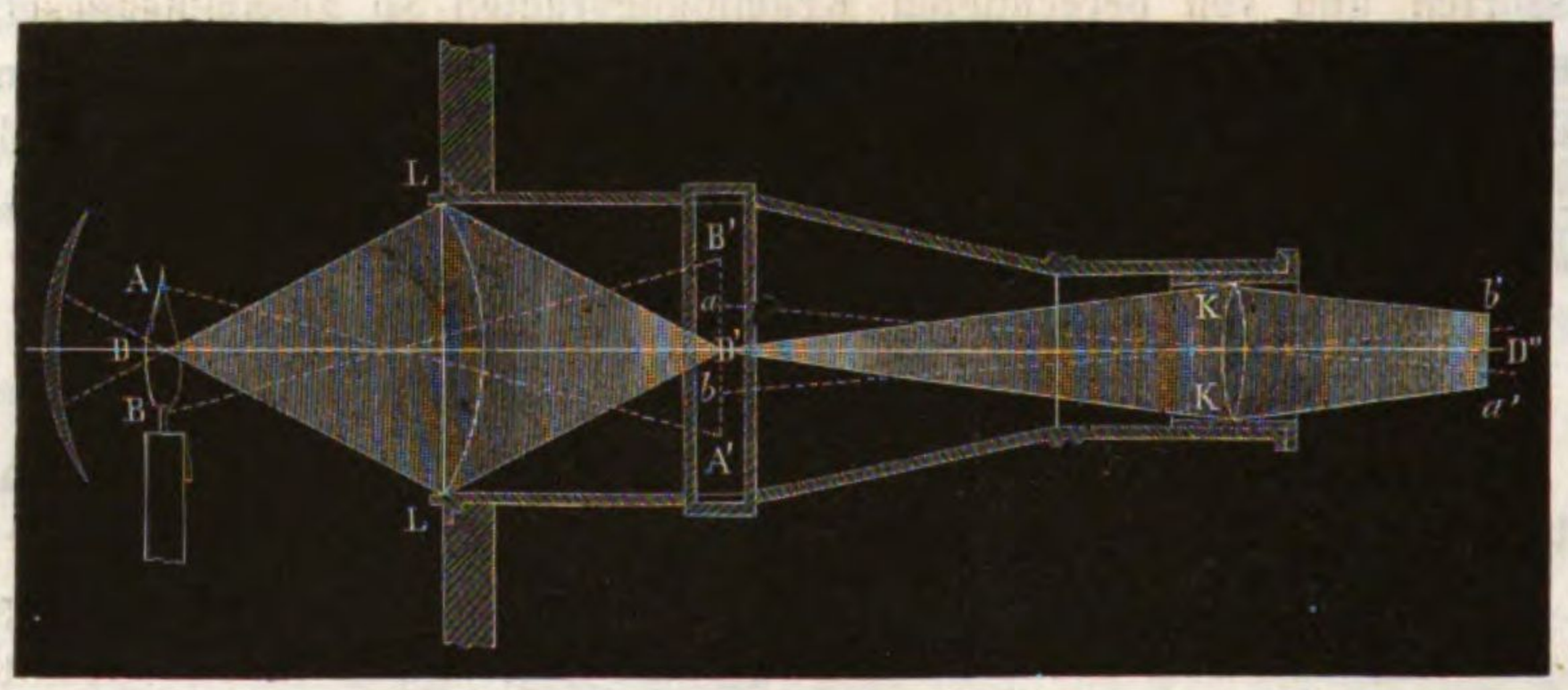


Der Leuchtthurm hat 8 solche Linsen, welche symmetrisch um die in ihrem gemeinschaftlichen Brennpunkte befindliche Leuchte aufgestellt sind. Das ganze System wird in stetiger Rotation erhalten, um durch den Wechsel von Licht und Dunkelheit den Leuchtthurm vor anderen Lichtquellen auszuzeichnen.

§. 630.

Die **Zauberlaterne** (laterna magica) [Fig. 523] soll von kleinen transparenten Zeichnungen vergrösserte reelle Bilder auf einer dunklen

Fig. 523.



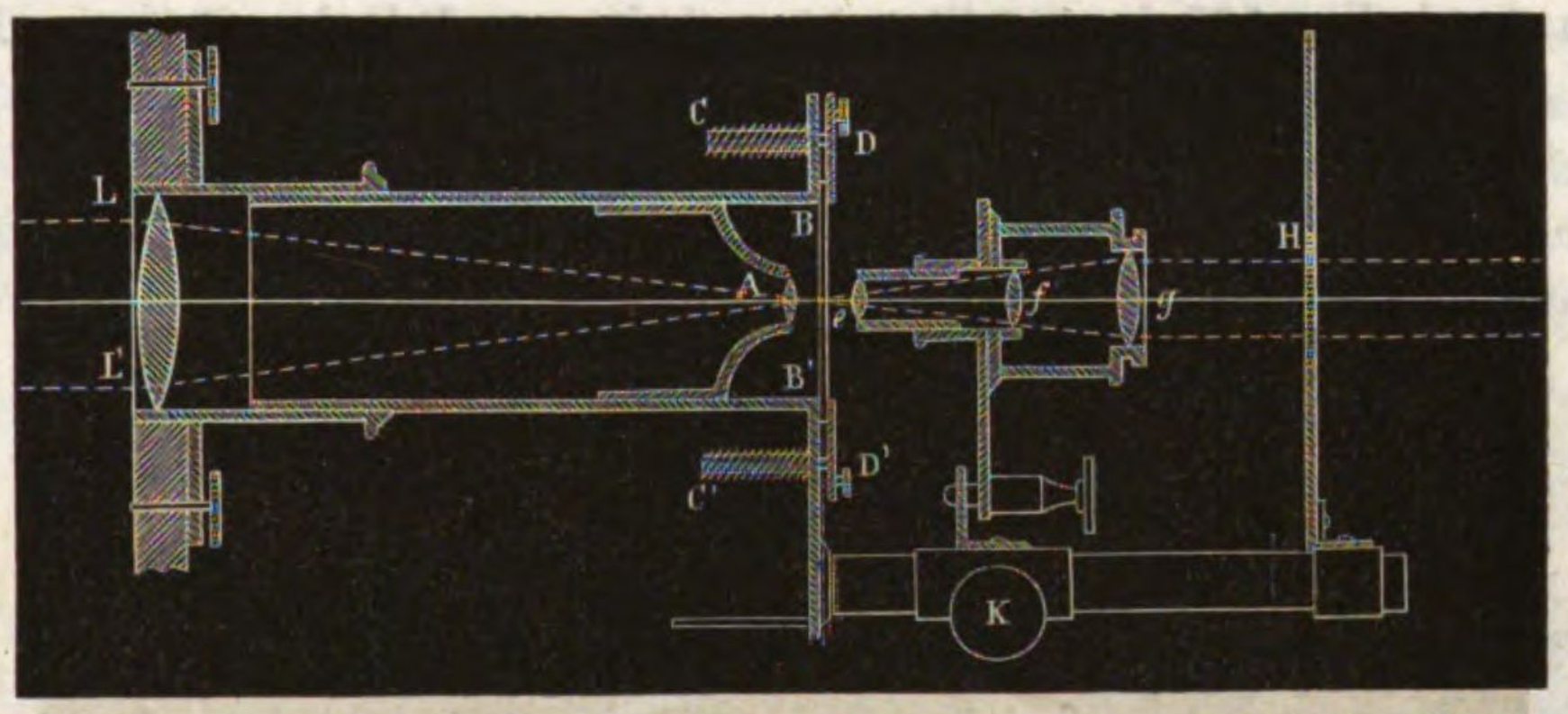
Wand entwerfen, wo dieselben als Geistererscheinungen u. dgl. zur Belustigung der Zuschauer dienen. Die planconvexe Linse L L', in deren Brennebene das Licht A B steht, dient ebenso wie der links angedeutete Hohlspiegel zur Beleuchtung der bei A' B' verkehrt eingeschobenen Zeichnung, die das Object für die sorgfältiger gearbeitete positive Linse K K' bildet. Da das Bild reell und grösser werden soll als der Gegenstand, muss sich A' B' im zweiten Raume der Linse K K' befinden, d. h. um mehr als eine Brennweite und um weniger als zwei Brennweiten von der Linse abstehen. Will man die Bilder auf Wände von verschiedener Entfernung projiciren, so muss die Linse K K' etwas verstellbar sein.

§. 631.

Das **Sonnenmikroscop** soll ebenfalls zur objectiven Darstellung stark vergrösserter Bilder kleiner Gegenstände dienen und unterscheidet sich desshalb in seiner Einrichtung nicht wesentlich von der laterna magica. Die von einem Heliostaten in bestimmter Richtung fixirten Sonnenstrahlen werden durch die Beleuchtungslinse L L' (Fig. 524) und die zur Abkürzung ihrer Brennweite eingesetzte kleinere Linse A auf das

in der Ebene B B' befindliche, immer sehr kleine Object (mikroscopisches Präparat) concentrirt. Nun folgt der Vergrösserungsapparat, der aus einer oder mehreren Linsen bestehen kann, wenn nur das System positive Brennweite besitzt. Dasselbe muss durch Verschiebung so eingestellt

Fig. 524.



werden, dass zugleich das Object sich im zweiten Raume befindet und auf dem in passender Entfernung aufgestellten Schirme ein deutliches Bild entsteht. Die Vergrösserung ist dabei nur durch die Rücksicht auf Helligkeit und Schärfe des Bildes beschränkt.

II. Allgemeines über optische Instrumente.

§. 632.

Die Fernrohre und Mikroscope haben in ihrer Einrichtung so viel Gemeinschaftliches, dass sie zunächst unter einem Gesichtspunkte behandelt werden können.

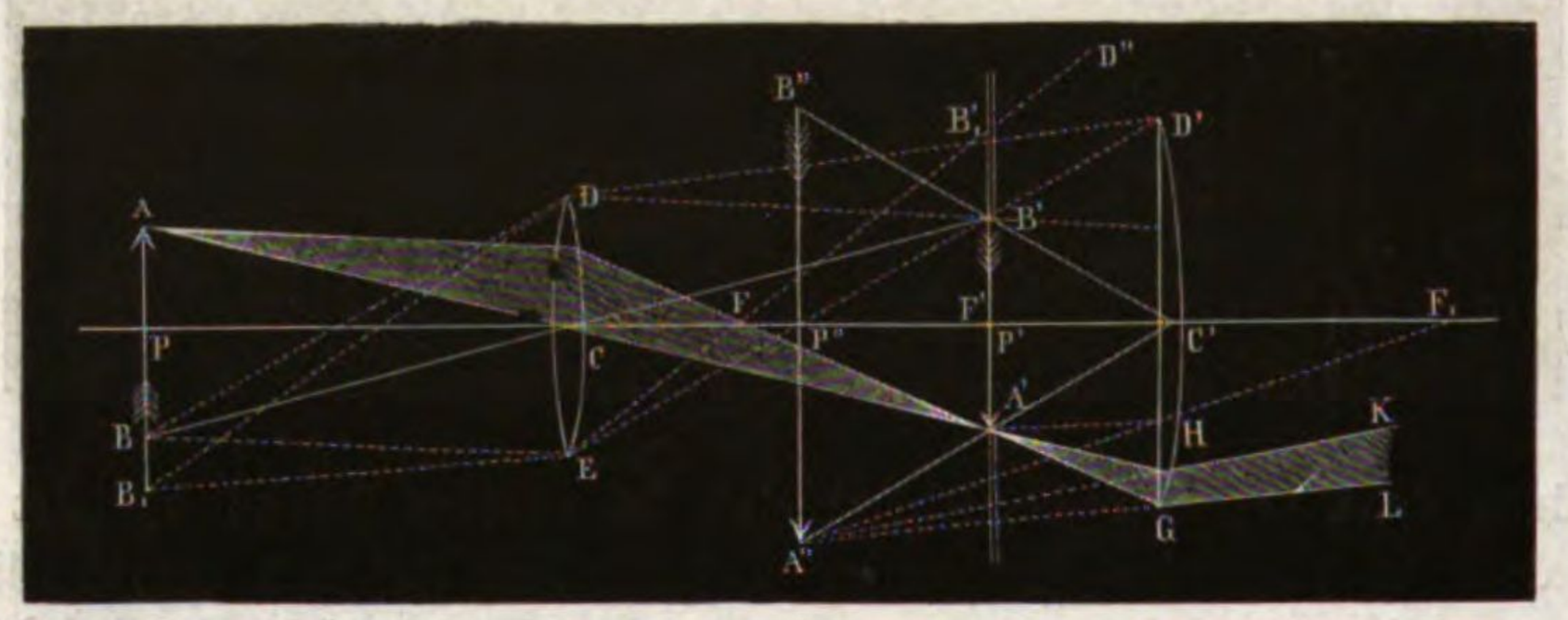
Die dem Object zugewendete Linse, das Objectiv, ist nothwendig positiv, weil es die Aufgabe hat, ein reelles Bild des Objects zu erzeugen. Dieses Bild wird mittelst des Oculars vom Auge betrachtet. Das vom Oculare gelieferte Bild kann demnach virtuell sein und in der That wird das Ocular in den meisten Fällen als Lupe eingerichtet und verwendet.

§. 633.

Die **Blendungen** (Diaphragmen), welche in den optischen Instrumenten vorkommen, haben den Zweck, das Bild auf solche Punkte zu

beschränken, von welchen aus der ganze Strahlenkegel, der vom Objectiv her nach ihnen convergirt, auch aus dem Ocular austritt. Diese Beschränkung ist dadurch gerechtfertigt, dass durch Aufnahme von Bildpunkten, welche nur einen Theil der erhaltenen Lichtstrahlen durch das Ocular senden, also den übrigen an Helligkeit nachstehen, die Helligkeitsverhältnisse des Objects unrichtig wiedergegeben würden. Nun sind in dem durch Fig. 525 dargestellten Axenschnitt, wo D E das Objectiv, D' G das Ocular ist, E D', D G die äussersten Strahlen, welche noch aus dem

Fig. 525.



Ocular austreten. Folglich ist die grösste zulässige Ausdehnung des Bildes, in welcher Ebene zwischen Objectiv und Ocular dasselbe auch auftreten mag, durch diese beiden Strahlen begrenzt. Um die Begrenzung mechanisch auszuführen, setzt man an derjenigen Stelle, wo das reelle Bild auftritt, ein Diaphragma ein, d. h. einen geschwärzten Metallring, dessen Oeffnung die für das Bild zulässige Ausdehnung hat. Da zum deutlichen Sehen ein bestimmter Abstand des reellen Bildes vom Ocular erforderlich ist (der auch theilweise von der Accommodationsfähigkeit des Auges abhängt), so wird die Blendung in diesem Abstand vom Ocular in dem Ocularstutzen angebracht und, wenn nöthig, mit diesem zugleich dem Bilde zugeschoben.

§. 634.

Die nähere Begründung des über die Zweckmässigkeit der Blendung Gesagten findet man, wenn man das Object A B nach der in der Figur angegebenen Weise construirt und den Punkt B_t sucht, von welchem das Bild in B'_t so entsteht, dass keiner der Strahlen mehr durch das Ocular austritt. Die zwischen B und B_t gelegenen Punkte würden Bilder von abnehmender Helligkeit geben, wenn sie nicht durch die Blendung ausgeschlossen würden.

§. 635.

Gesichtsfeld. — Das reelle Bild ist in der Figur 525 bei B′ A′ von der Blendung umgeben angedeutet. Da die Anwendung jedes gegebenen optischen Instrumentes sich auf bestimmte, relativ wenig von einander verschiedene Entfernungen beschränkt, ist die Entfernung des Bildes vom Objectiv und damit auch die grösste zulässige Oeffnung des Diaphragmas nur innerhalb sehr enger Grenzen variabel. Sucht man nun von den äussersten Bildpunkten B′ und A′ aus die zugehörigen Punkte des Objects, so liegen dieselben in der Richtung B′ C, A′ C, und das Object erscheint demnach vom Objectiv aus unter dem Winkel A C B. Dieser Winkel heisst das Gesichtsfeld des Instrumentes.

§. 636.

Für ein Auge, welches parallele Strahlen auf der Netzhaut vereinigt, steht das Diaphragma im Brennpunkt des Oculars, und dieser liegt in der Bildebene. Ist f' die Brennweite des Oculars, b der Abstand des reellen Bildes vom Objectiv, ferner o die Oeffnung des Objectivs, o' die Oeffnung des Oculars, y der Abstand des Kreuzungspunktes (P″ Fig. 525) der Randstrahlen vom Ocular, so ist $\frac{y}{b + f' - y} = \frac{o'}{o}$. Ferner sei x der gesuchte Durchmesser der Blendung, dann ist $x : o' = (y - f') : y$. Daraus findet man dem absoluten Werthe nach $x = \frac{f' o - b o'}{b + f'}$ als Durchmesser der Blendung.

Für das Gesichtsfeld r hat man

$$tg \frac{r}{2} = \frac{x}{2b} = \frac{f' o - b o'}{2b (b + f')}, \text{ oder kürzer}$$

$$r = \frac{f' o - b o'}{b (b + f')}.$$

§. 637.

Das **Fadenkreuz.** — Ueber die Blendung sind bei Fernröhren in der Regel zwei gekreuzte Spinnenfäden gespannt, welche mit dem Bilde zugleich deutlich gesehen werden. Ist P′ (Fig. 525) ihr Kreuzungspunkt, so ist die von P′ nach der Mitte C des Objectivs gezogene Gerade die optische Axe des Instruments. Da die durch C gehenden Strahlen durch das Objectiv keine Winkelablenkung erfahren, liegt ein Punkt, dessen Bild mit P′ zusammenfällt, in der optischen Axe. Muss man die optische Axe um einen gewissen Winkel α drehen, damit nach dem Bilde des Punktes P dasjenige des Punktes A vom Kreuzungspunkte der Fäden

bedeckt wird, so ist α der Winkel, unter welchem die Strecke P A vom Standorte des Beobachters aus (genauer: vom Mittelpunkte der Drehung aus) gesehen wird.

Andererseits besitzt das Instrument eine geometrische Axe, welche mit der geometrischen Axe der beiden (halbcylindrischen) Lager des Fernrohres identisch ist. Diese Axe ist es, deren Richtung und Drehung auf dem getheilten Kreise abgelesen wird, welcher dem Instrumente beigegeben ist. Demnach muss man vor Ausführung von Messungen dafür sorgen, dass die optische Axe mit der geometrischen zusammenfalle. Zu diesem Zwecke untersucht man zunächst, ob eine Abweichung besteht, indem man das Rohr in seinem Lager dreht. Tritt dabei das Bild eines entfernten Punktes hinter dem Kreuzungspunkte der Fäden hervor, so muss dieser Kreuzungspunkt verlegt werden.

Erscheint die Dicke eines Fadens des Fadenkreuzes vom Objectiv aus unter dem Winkel δ, so kann eine Drehung des Rohres um den Winkel δ unbemerkt bleiben, folglich ist die Genauigkeit der Einstellung der Dicke der Fäden umgekehrt und dem Abstande des Fadenkreuzes vom Objectiv direct proportional.

§. 638.

Züge. — Das Fadenkreuz muss deutlich gesehen werden. Auch der Rand der Blendung soll als scharfe Grenze des Bildes erscheinen. Daraus folgt, dass in einem Fernrohre, welches für Augen von verschiedener Accommodation verwendbar sein soll, der Abstand der Blendung vom Ocular muss verändert werden können. Diese Veränderlichkeit darf indessen immer in engen Grenzen bemessen sein.

Ausserdem muss noch der ganze Ocularapparat so verschoben werden können, dass das reelle, vom Objectiv gelieferte Bild von der Ebene des Fadenkreuzes aufgenommen wird. Diese zweite Verschiebung muss um so grösser berechnet sein, je verschiedener die Entfernungen der Objecte sind, welche gesehen werden sollen. Beim Mikroscop, welches kein Fadenkreuz besitzt, fehlt die erste Verschiebung und die zweite wird vom ganzen Instrumente gemacht.

Steinheil hat eine für Ablesefernrohre sehr bequeme Einrichtung getroffen, welche wirksamer ist als die Verschiebung des Oculars. Zwischen Objectiv und Ocular ist eine verschiebbare positive Linse eingesetzt, welche die aus dem Objectiv convergent austretenden Strahlen innerhalb ihrer Brennweite vereinigt. Ein solches Instrument kann ebensowohl zur Beobachtung eines Sternes als zur Ablesung eines 50^{zm} entfernten Thermometers verwendet werden.

§. 639.

Der günstigste Augenort wird derjenige sein, in welchem das aus dem Ocular austretende Strahlenbündel den kleinsten Querschnitt hat. Dieser kleinste Querschnitt liegt um die Bildweite des Objectivs hinter dem Ocular. Da nämlich alle Strahlen, welche auf das Ocular fallen, vom Objectiv kommen, so kann dieses selbst als ein Object betrachtet werden, von welchem das Ocular ein reelles Bild gibt. Nach diesem Bilde convergiren alle durch das Ocular gegangenen Strahlen. Es ist somit der geeignetste Ort für die Pupille des Auges.

Der Augenort kann durch Rechnung gefunden werden sobald die Länge (l) des Rohres und die Brennweite f' des Oculars bekannt ist, er liegt um $h = \frac{l f'}{l - f'}$, also um mehr als eine Brennweite hinter dem Ocular. Sein Durchmesser ist der Bruchtheil $\frac{f'}{l - f'}$ vom Durchmesser des Objectivs.

Er lässt sich auch experimentell leicht finden, indem man das Objectiv abnimmt, an seiner Stelle eine Blechhülse mit viereckigem Ausschnitt in die Oeffnung einsetzt und, während das Rohr etwa einer weissen Wolke zugekehrt ist, diejenige Stelle sucht, wo ein scharfes Bild des Ausschnitts erscheint.

An dem ausgeführten Instrument ist der Augenort durch ein Diaphragma fixirt, dessen Oeffnung (O'') dem kleinsten Durchmesser des ausgetretenen Strahlenbündels gleich ist.

III. Astronomische Fernrohre.

§. 640.

Normalstellung. — Die zu Beobachtungen am Himmel verwendeten Instrumente gestatten dadurch eine Vereinfachung der Betrachtung, dass das vom Objectiv erzeugte reelle Bild genau im Brennpunkte des Objectivs auftritt. Ein Auge, welches auf unendlich entfernte Gegenstände accommodirt, stellt den Brennpunkt des Oculars auf den Brennpunkt des Objectivs ein, während ein kurzsichtiges Auge den Brennpunkt des Oculars etwas über den des Objectivs hinausschiebt. Da diese den Brennweiten gemeinsame Strecke nicht bedeutend und von Auge zu Auge veränderlich ist, sieht man bei den allgemeinen Angaben über Vergrösserung,

Gesichtsfeld, Augenort etc. von derselben ganz ab und bezieht diese Angaben auf die Normalstellung, in welcher die Brennpunkte zusammenfallen.

§. 641.

Unter der linearen **Vergrösserung** eines Fernrohres versteht man allgemein das Verhältniss des Sehwinkels, unter welchem das Bild erscheint, zu dem Sehwinkel, unter welchem das Object vom unbewaffneten Auge gesehen wird.

Bei der Normalstellung treten die von je einem Punkte des reellen Bildes auf das Ocular fallenden Strahlen unter sich parallel aus, und ihre Richtung ist durch die Gerade gegeben, welche vom Punkte aus durch die Mitte des Oculars gezogen wird. Verfolgt man zwei Strahlen, z. B. den in der Axe einfallenden und einen Randstrahl, so ist, da die Länge des Fernrohres dem Abstande des Objects gegenüber nicht in Betracht kommt, L′ O L (Fig. 526) der directe Sehwinkel, B O′ B′ der Sehwinkel des Bildes, also $\frac{B\,O'\,B'}{L'\,O\,L}$ die Vergrösserung.

Fig. 526.

Man setzt $\frac{B\,O'\,B'}{L'\,O\,L} = \frac{\text{tang}\,B\,O'\,B'}{\text{tang}\,L'\,O\,L} = \frac{B\,B'}{f'} \cdot \frac{f}{B\,B'} = \frac{f}{f'}$, so dass die Vergrösserung durch das Verhältniss der Brennweite des Objectivs zur Brennweite des Oculars gegeben ist.

§. 642.

Die **Blendung** steht im Brennpunkte des Oculars und hat den Durchmesser

$$\frac{f'\,o - f\,o'}{f + f'}.$$

Das Gesichtsfeld ist

$$\frac{f'\,o - f\,o'}{f\,(f + f')} = \frac{o - \frac{f}{f'}\,o'}{\frac{f}{f'}\,(f + f')}.$$

Aus dieser Formel sieht man, dass die Vergrösserung $\left(\frac{f}{f'}\right)$ dem Gesichtsfelde in zweifacher Weise Abbruch thut. Der Augenort liegt um $\frac{f'}{f}(f+f')$ hinter dem Ocular, und die letzte Blendung hat den Durchmesser $o'' = \frac{f'}{f}\, o$.

Hierauf $\left[\frac{o}{o''} = \frac{f}{f'} = \text{Vergrösserung}\right]$ stützt sich eine von Ramsden angegebene Methode, die Vergrösserung experimentell zu bestimmen: Man sucht das Verhältniss der Objectivöffnung o zu dem Durchmesser o'' des kleinsten Querschnitts der, bei fehlendem Objectiv, aus dem Ocular austretenden Strahlen, oder, bei Anwendung der oben (§. 639) erwähnten Hülse, das Verhältniss einer linearen Dimension des Ausschnittes zur entsprechenden Dimension des Bildes.

§. 643.

Die **Helligkeit** verdient hier besondere Beachtung. Bei der folgenden Erörterung ist von dem Verluste, welchen das Licht durch Reflexion und Absorption erleidet, abgesehen. Ist bei directem Sehen u die Fläche des Bildes, p^2 die Oeffnungsfläche der Pupille, so ist, wenn noch i die auf die Flächeneinheit der Pupille treffende Lichtmenge vorstellt: $p^2 i$ die Lichtmenge, welche das Bild erhält, und $\frac{p^2 i}{u}$ die auf die Flächeneinheit des Bildes treffende Lichtmenge. Bei Anwendung des Fernrohrs hat das Bild die Grösse $u\frac{f^2}{f'^2}$, worauf die Lichtmenge $O^2 i$ fällt, wenn O^2 die Fläche des Objectivs bezeichnet. Folglich ist die nun auf die Flächeneinheit des Bildes treffende Lichtmenge: $\frac{O^2 i}{u\frac{f^2}{f'^2}}$.

Das Verhältniss $\frac{h}{H}$ der mit und ohne Fernrohr gesehenen Helligkeiten ist dem Verhältniss der soeben berechneten Lichtmengen gleich, und somit von der Grösse $\frac{h}{H} = \frac{O^2 f^2}{p^2 f'^2}$. Da $\left(\frac{f'}{f} O\right)^2$ der kleinste Querschnitt O'''^2 des austretenden Lichtbündels ist, so folgt $\frac{h}{H} = \left(\frac{O'''}{p}\right)^2$, d. h. so lange die Pupillenöffnung ebenso gross ist als der Durchmesser des kleinsten Querschnitts der austretenden Strahlen, ist die gesehene Helligkeit des Bildes der des Objectes gleich.

Dieses ist auch der Fall, wenn die Pupillenöffnung kleiner ist, weil in diesem Falle die Helligkeit des directen und des vergrösserten Bildes

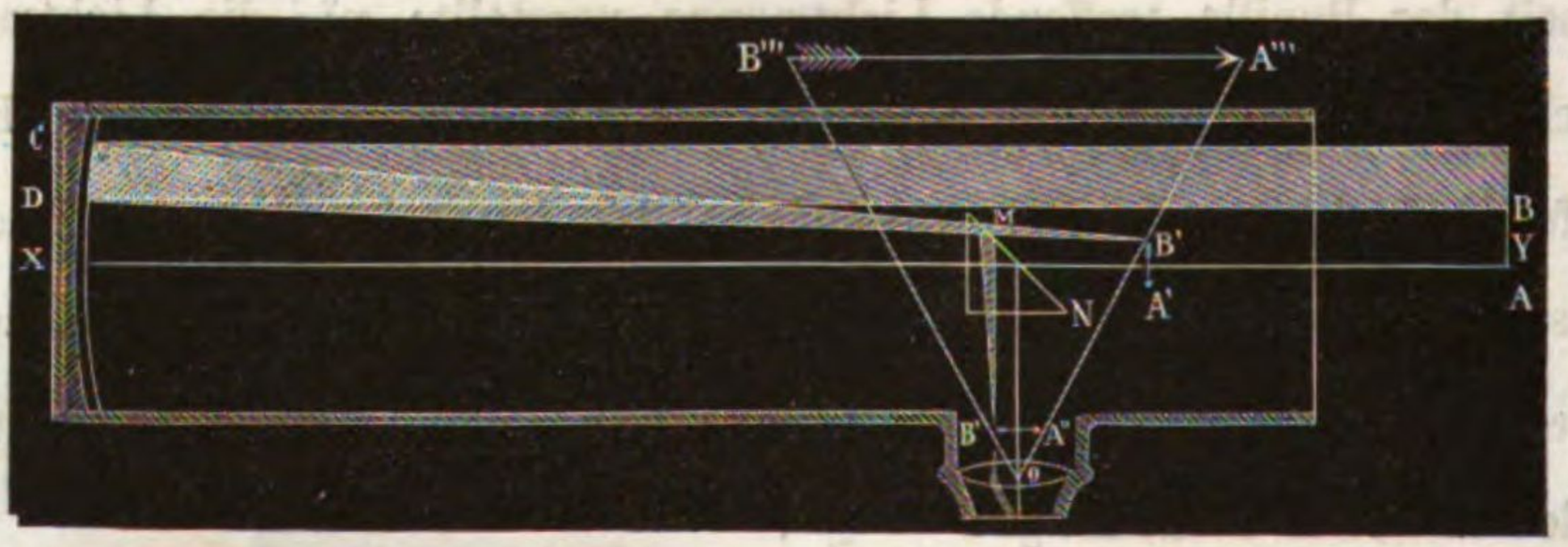
in gleichem Maasse geschwächt wird, also das Verhältniss derselben unberührt bleibt. Wird hingegen O'' kleiner als die Pupillenöffnung, was bei starken Vergrösserungen eintritt, so ist die Helligkeit des vergrösserten Bildes geringer.

Für **Fixsterne**, deren Bild im Fernrohre keine merkliche Fläche besitzt, gilt diese Betrachtung nicht. Hier überwiegt vielmehr, so lange alle Strahlen, welche von dem Fixstern auf das Objectiv fallen, auch in das Auge eintreten, die Helligkeit, welche das Bild im Fernrohr besitzt, über die direct gesehene in dem Verhältniss, in welchem die Fläche (O^2) der Objectivöffnung grösser ist als die Fläche (p^2) der Pupillenöffnung. Es kann demnach die Vergrösserung der Helligkeit keinen Eintrag thun.

§. 644.

Spiegeltelescope. — Die grössten astronomischen Fernrohre, welche ausgeführt worden sind, um siderische Erscheinungen von sehr geringer Lichtstärke zu sehen oder die Beschaffenheit der Oberfläche von näher liegenden Gestirnen zu erkennen, besitzen statt der Objectivlinse einen den Hintergrund des Rohres ausfüllenden Hohlspiegel C D X (Fig. 527), dessen

Fig. 527.

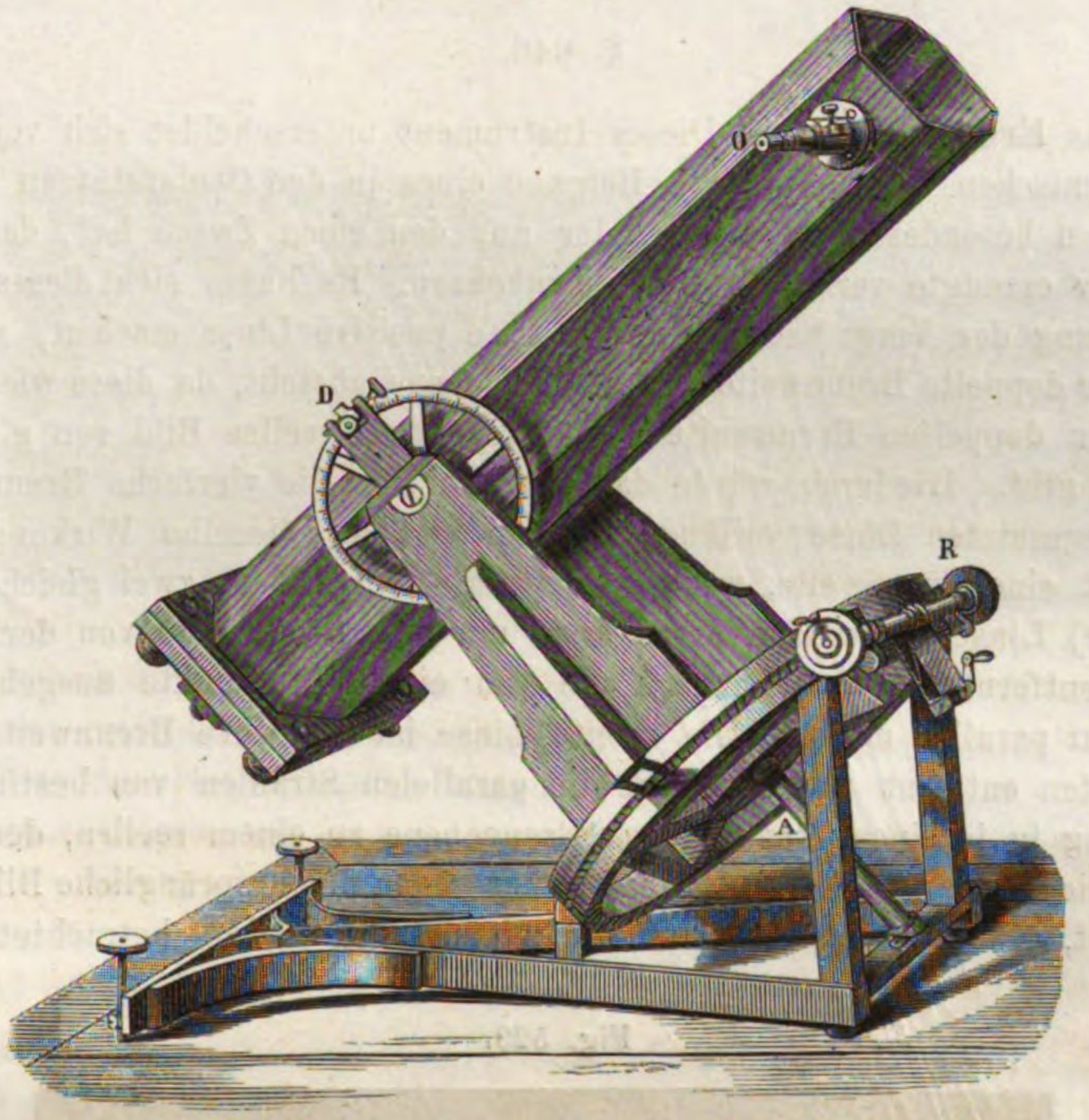


Brennweite der Länge des Rohrs ungefähr gleich kommt. Der Hohlspiegel ist von Metall oder, seit Liebig's Erfindung, von Glas mit einem Silberüberzug. Derselbe würde das vertikale Bild B' A' eines sehr entfernten Objectes in seinem Brennpunkte B' erzeugen, wenn nicht das gleichseitige rechtwinklige Glasprisma M N den convergirenden Strahlen so in den Weg gestellt wäre, dass dieselben an der inneren Hypotenusenfläche vollständig reflectirt werden. Dadurch erreicht man den Vorteil, das Bild B'' A'', welches nun in eine der Hauptaxe parallele Ebene verlegt ist, von der Seite beobachten zu können. Dieses geschieht mittelst eines Ocularapparates, welcher wie ein Mikroscop wirkt.

Fig. 528 zeigt einen solchen Reflector in parallaktischer Aufstellung. Der untere grosse Theilkreis R steht fest um das Complement der Pol-

höhe (geographische Breite) des Orts über den Horizont erhoben. Indem das Rohr um die Axe A dieses Theilkreises gedreht wird, beschreibt es Bögen, welche der in den Himmelsraum erweitert gedachten Aequatorial-

Fig. 528.



ebene der Erde parallel sind. Der kleinere in vertikaler Ebene angebrachte Theilkreis D lässt die Abweichung der Axe des Fernrohres von der zum unteren Kreise parallelen Stellung (die Declination des Gestirns) ablesen. Die Beobachtung geschieht durch den Ocularapparat bei O.

IV. Terrestrische Fernrohre.

§. 645.

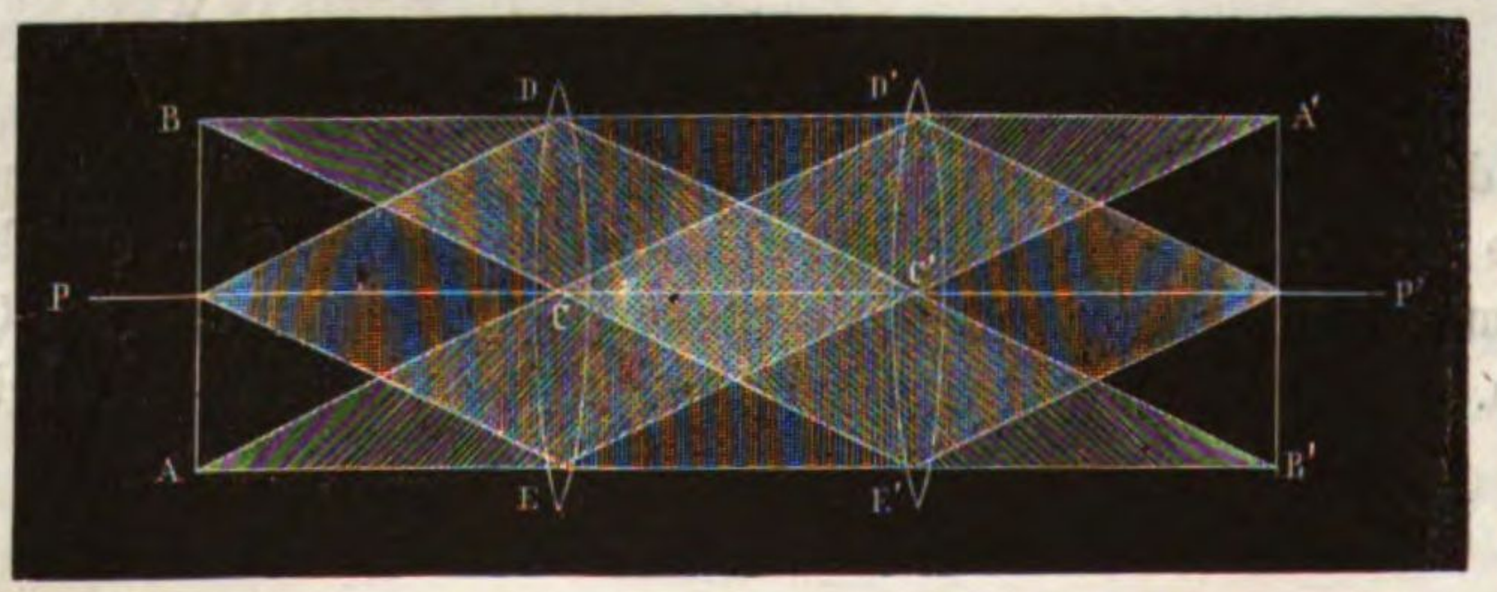
Die zu geodätischen Messungen verwendeten Fernrohre haben im Allgemeinen die Einrichtung der astronomischen. Da sie zu wissenschaftlichen Zwecken dienen, ist die verkehrte Stellung des Bildes

nicht so weit hinderlich, dass zur Umkehrung desselben ein Opfer an Helligkeit oder Schärfe gerechtfertigt wäre. Hingegen ist bei Fernrohren, welche ausschliesslich oder vorzüglich zum Vergnügen dienen, die aufrechte Stellung des Bildes eine wesentliche Anforderung.

§. 646.

Das **Erdfernrohr.** — Dieses Instrument unterscheidet sich von dem astronomischen Fernrohr durch Beigabe eines in den Ocularstutzen eingesetzten besonderen Apparates, der nur den einen Zweck hat, das vom Objectiv erzeugte verkehrte Bild umzukehren. Es liesse sich dieses ohne Aenderung der Vergrösserung durch eine positive Linse machen, welche um ihre doppelte Brennweite von der Bildebene absteht, da diese wiederum in ihrer doppelten Brennweite ein umgekehrtes reelles Bild von gleicher Grösse gibt. Hiedurch würde das Fernrohr um die vierfache Brennweite der eingesetzten Linse verlängert. Man erreicht dieselbe Wirkung und gewinnt eine Brennweite, wenn man statt einer Linse, zwei gleiche (biconvexe) Linsen anwendet, deren erste um ihre Brennweite von der Bildebene entfernt ist und demnach die von einem Bildpunkte ausgehenden Strahlen parallel macht. Die zweite Linse ist um ihre Brennweite von der ersten entfernt und vereinigt die parallelen Strahlen von bestimmter Richtung in je einem Punkte ihrer Brennebene zu einem reellen, dem ursprünglichen gleich grossen Bilde, welches gegen das ursprüngliche Bild B A verkehrt, somit nun aufrecht ist und mittelst des Oculars betrachtet wird.

Fig. 529.



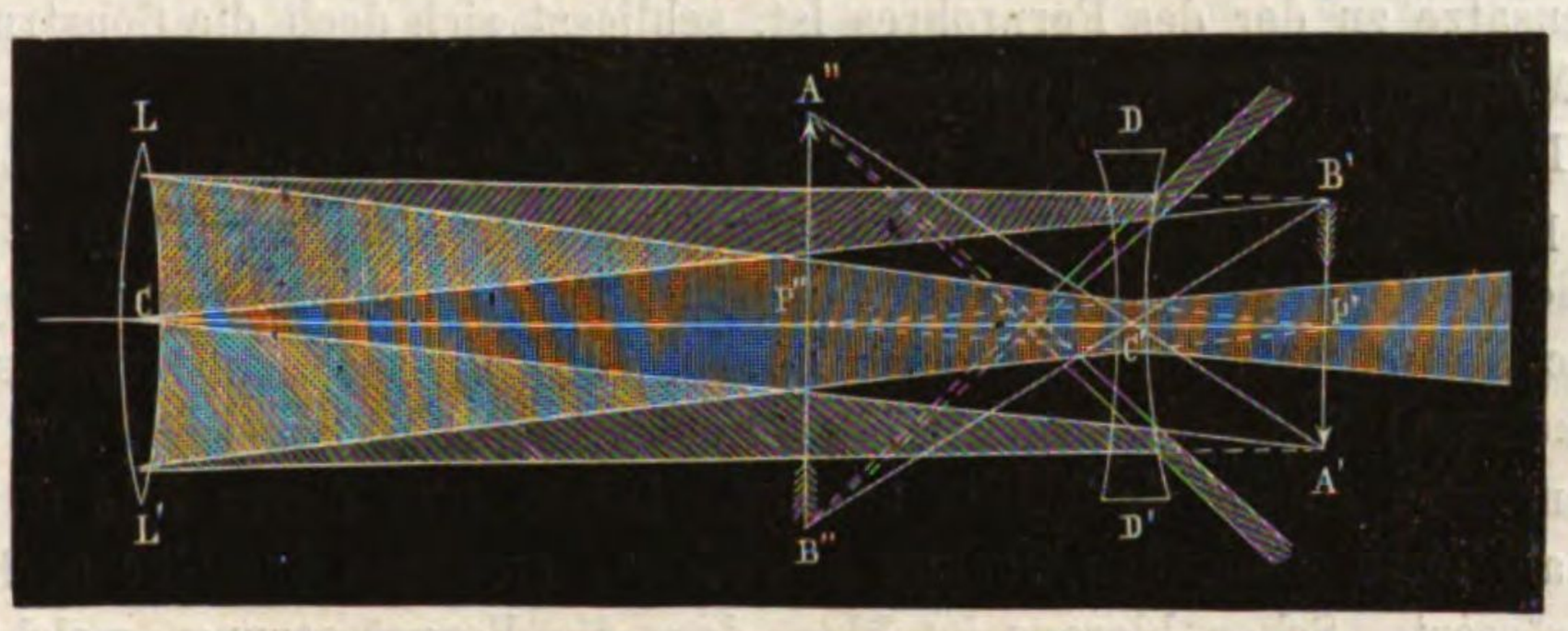
Die Figur 529 in welcher B A das ursprüngliche A' B' das umgekehrte Bild andeutet, gibt hiezu die nöthigen Erläuterungen.

§. 647.

Das **Galilei'sche Fernrohr** ist noch als Operngucker in Gebrauch. Dasselbe ist vor allen anderen Constructionen durch Anwendung einer

negativen Linse als Ocular ausgezeichnet. In der Normalstellung steht das Ocular um die Differenz der Brennweiten vom Objectiv entfernt, und die nach einem Punkte des reellen Bildes convergirenden Strahlen treten parallel aus dem Ocular aus. Die meisten Beobachter werden das Ocular dem Objectiv nähern, so dass die einzelnen Strahlenbüschel etwas divergent austreten, wie es in Fig. 530 dargestellt ist.

Fig. 530.



Hier ist durch A' B' das vom Objectiv L L' gelieferte (reelle) Bild angedeutet, welches aber nicht zu Stande kommt, weil das Ocular D D' in den Weg der convergirenden Strahlenbüschel tritt und dieselben so zur Divergenz bringt, als ob sie von dem aufrechten Bilde A'' B'' ausgingen. (Vgl. §. 615.)

Die Vergrösserung ist dem Quotienten der Brennweiten gleich wie bei dem astronomischen Fernrohre.

Gesichtsfeld. Die Grösse des reellen Bildes ist höchstens der Grösse (o') des Oculars gleich, wenn dieses, wie allein zulässig, kleiner als das Objectiv vorausgesetzt wird. Ist dieses der Fall, dann hat man für die Grösse (r) des Gesichtsfeldes $tg\,\frac{r}{2} = \frac{o'}{2f}$ oder $r = \frac{o'}{f}$, wobei f die Brennweite des Objectivs ist.

Man fordert, um den schwächsten Theil dieses Instrumentes, das Gesichtsfeld, zu schützen, grosse Oculare und Objective von kurzer Brennweite. Die Vergrösserung kann demnach nicht stark ausfallen. Die Grösse des Objectivs kann zur Vergrösserung des Gesichtsfeldes nichts beitragen, sie vermehrt aber die Helligkeit. Der Augenort liegt unmittelbar hinter dem Ocular.

V. Das Mikroscop.

§. 648.

Der Name deutet an, dass dieses Instrument dienen soll, nahe an einander liegende Linien sehr kleiner Gegenstände deutlich unterscheidbar zu machen. Obwohl demnach seine Bestimmung gewissermassen im Gegensatze zu der des Fernrohres ist, schliesst sich doch die Construction des Mikroscops der des Fernrohres sehr nahe an.

Das Objectiv ist eine positive Linse oder ein System von Linsen mit positiver Brennweite. Das Object wird in den zweiten Raum (zwischen den Brennpunkt und das Ende der doppelten Brennweite) des Objectivs gebracht, so dass schon das Objectiv für sich ein vergrössertes (verkehrtes) Bild des Gegenstandes liefert, welches um mehr als zwei Brennweiten hinter demselben auftritt. Indem man dieses Bild mittelst des als Lupe dienenden Oculars betrachtet, erscheint dasselbe nochmals vergrössert. Schon hieraus ist klar, dass die Vergrösserung, welche ein Mikroscop gibt, erhalten wird, wenn man die durch das Objectiv hervorgebrachte Vergrösserung mit der durch das Ocular erzeugten multiplicirt.

§. 649.

Zulässige Vergrösserung. — Man bemerkt ferner, dass bei dieser Anordnung das Maass der Vergrösserung insofern unbeschränkt ist, als durch Annäherung des Objects (von aussen) an den Brennpunkt des Objectivs das Grössenverhältniss zwischen Bild und Gegenstand $\left(\frac{b}{a} = \frac{f}{a-f}\right)$ unendlich wächst. Da das Bild aber zugleich ins Unendliche rückt, während für den Gebrauch die Länge des Instrumentes über eine bestimmte Grenze nicht wohl ausgedehnt werden darf, so liegt hierin eine erste Beschränkung für die zulässige Vergrösserung.

Noch wichtiger sind drei andere, ebenfalls beschränkende Gesichtspunkte: Die Präcision, Aehnlichkeit und Helligkeit des Bildes. Ein Flächenelement des Bildes erhält nicht mehr Licht als von dem entsprechenden Flächenelemente des Objectes auf das Objectiv fällt. Seine Helligkeit nimmt also in dem Verhältnisse ab, als die Flächenausdehnung des Bildes wächst.

Auch die Präcision des Bildes leidet unter starker Vergrösserung. Denn soll z. B. bei einer Länge des Mikroscops von 30^{zm} das reelle Bild auch nur zehnmal so gross sein als das Object, so darf (wie man leicht aus der Gleichung $\frac{f}{a-f} = 10$, $\frac{af}{a-f} < 30^{zm}$ erkennt) die Brenn-

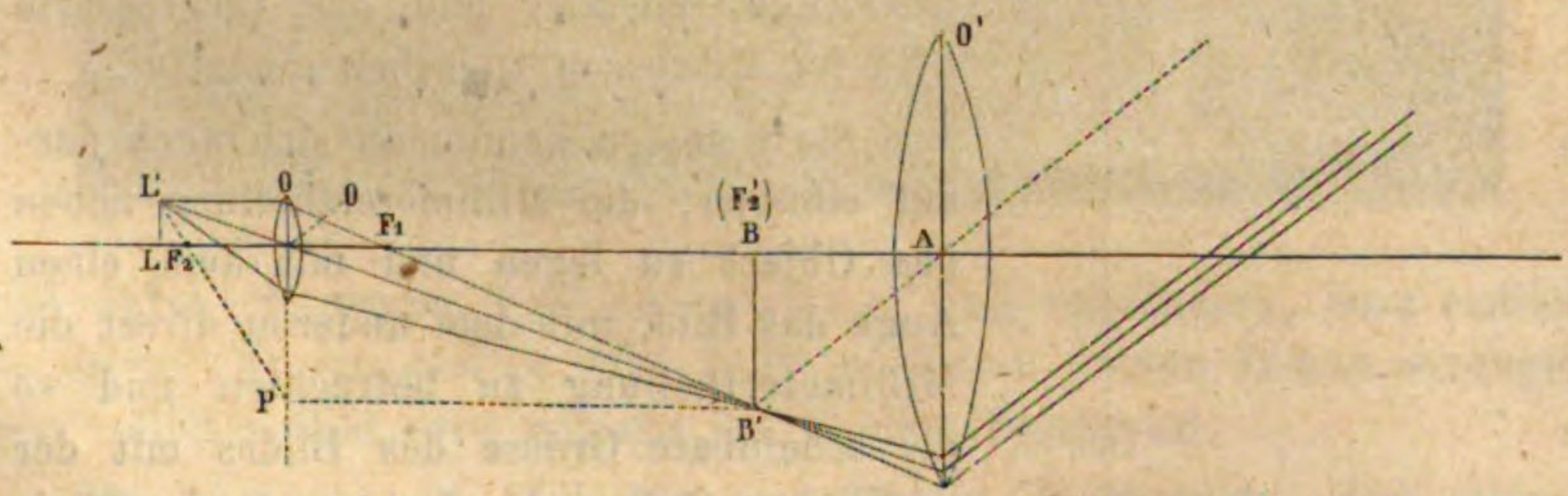
weite des Objectivs 3^{zm} nicht erreichen. Steht nun ein Object in 3^{zm} Entfernung vor einer Linse von kleiner Brennweite, so sind die Einfallswinkel nicht unbeträchtlich und die Vereinigungsweite der Randstrahlen weicht von derjenigen der Centralstrahlen zum Schaden der Präcision oder scharfen Begrenzung des Bildes ab, indem kleine Kreise statt der Bildpunkte in der Bildebene auftreten. Durch dieselbe Ursache wird die Aehnlichkeit der Bilder beeinträchtigt, da wohl noch der in der Axe einfallende Hauptstrahl, nicht mehr aber ein vom Rande des Objects kommender Hauptstrahl als ungebrochen durch die Linse gehend angenommen werden darf.

Man sieht hieraus, dass die Stärke der zulässigen Vergrösserung wesentlich durch die Stärke der Beleuchtung des Objects und durch die Güte des Objectivs bedingt ist, d. h. durch den Grad von Präcision und Aehnlichkeit der Bilder, welcher durch die Construction dieses Apparates erreicht wird.

§. 650.

Berechnung der Vergrösserung. — Die grösste Länge ausgeführter Instrumente dürfte 30^{zm} nicht überschreiten. Diese Länge (Abstand des Oculars vom Objectiv) ist bei den meisten derselben unveränderlich, so dass die Einstellung durch Bewegung des ganzen Instrumentes gemacht wird.

Fig. 531.



Sei L L' (Fig. 531) der Gegenstand in der Entfernung a vor dem Objectiv O, B B' sein Bild, der Brennpunkt F'_2 des Oculars O' in der Bildebene und die Länge A O = l. Zugleich sei der Abstand A L als deutliche Sehweite des unbewaffneten Auges angenommen und letzteres

in unmittelbarer Nähe von A gedacht. Dann erhält man die Vergrösserung aus folgender Betrachtung:

$$tg\ B\,A\,B' = \frac{B'\,B}{f},\ tg\ L\,A\,L' = \frac{L'\,L}{A\,L},\ \text{Vergrösserung} = \frac{A\,L}{f} \cdot \frac{B'\,B}{L'\,L}.$$

Nun ist, wie aus der Figur erhellt, $L'\,L\,F_2 \backsim F_2\,O\,P$, folglich $\frac{B'\,B}{L'\,L} = \frac{f}{a-f}$, $A\,L = a + l$ und zugleich $l = b + f$, $b = \frac{af}{a-f}$. Hierdurch wird a eliminirt und man findet durch leichte Rechnung den Ausdruck

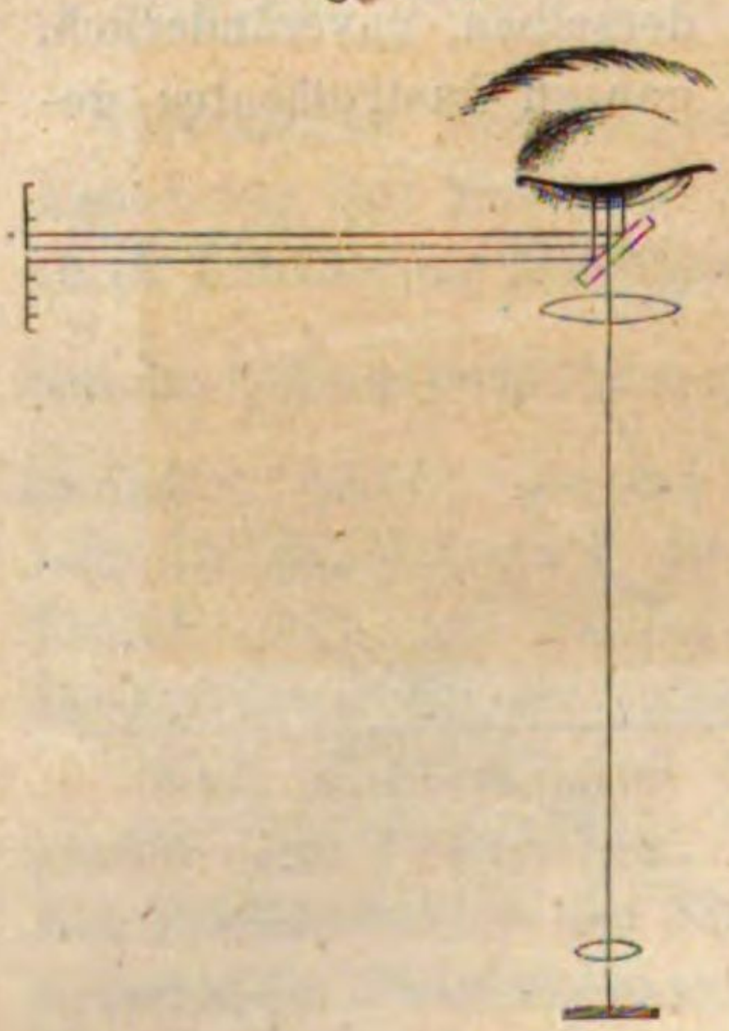
$$\text{Vergrösserung} = \frac{l\,(l-f)}{ff} - 1.$$

Dabei kann wohl immer 1 gegen die vorausstehende Zahl vernachlässigt werden. Man erhält also, wenn beispielsweise die Länge des Instruments 25^{zm}, die Brennweite des Oculars 3^{zm} und die Brennweite des Objectivs 1^{zm} beträgt, eine 180fache (lineare) Vergrösserung.

§. 651.

Messung der Vergrösserung (Fig. 532). — Experimentell lässt sich die Vergrösserung ermitteln, indem man an die Stelle des Objects eine auf Glas aufgetragene Theilung bringt, welche 20—100 Theilstriche auf das Millimeter hat, und zwischen Auge und Ocular eine um 45° gegen die Axe geneigte durchsichtige Spiegelplatte, welche zugleich das Bild einer seitlich in der deutlichen Sehweite angebrachten (Millimeter-) Scala in das Auge reflectirt und das vergrösserte Bild im Mikroscop zu sehen gestattet.

Fig. 532.



Statt dessen kann man sich auch darauf einüben, die Millimetertheilung neben das Object zu legen und mit dem einen Auge das Bild, mit dem anderen direct die Millimetertheilung zu betrachten und so die scheinbare Grösse des Bildes mit der wirklichen Grösse der frei gesehenen Theilung zu vergleichen.

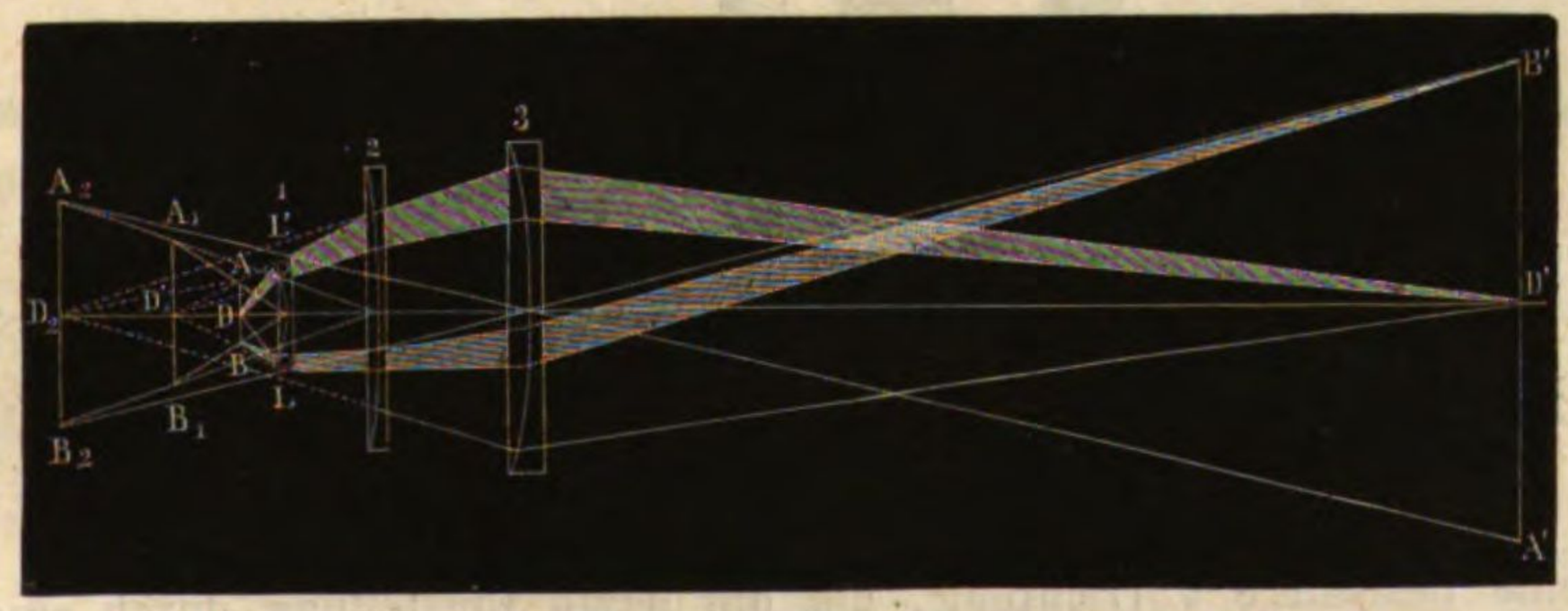
Ist ein Intervall der unteren Theilung gleich $\frac{1}{n}$ Millimeter und erscheint sein Bild gleich a direct gesehenen Millimetern, so ist die Vergrösserung durch die Zahl $a\,n$ gemessen.

Die vom Objectiv allein hervorgebrachte Vergrösserung misst man, indem man wie vorhin eine sehr detailirte Theilung als Object unterlegt und eine Millimetertheilung in der Bildebene anbringt. Letztere wird dann mit dem Bilde zugleich durch das Ocular vergrössert, und man schliesst auf eine $(a\,n)$ fache Vergrösserung, wenn ein Intervall der unteren Theilung in Wahrheit $\frac{1}{n}$ eines Millimeters ist und im gesehenen Bilde a Millimetern gleich zu sein scheint.

§. 652.

Ausgeführte Instrumente. — Um allzustarke Krümmungen der brechenden Flächen des Objectivs zu vermeiden, zieht man vor, dasselbe aus mehreren Linsenpaaren zusammenzusetzen, wobei jedes einzelne Paar (zur Vermeidung farbiger Säume) aus zwei Linsen von verschiedener Glassorte zusammengesetzt ist. Fig. 533 zeigt ein solches Objectiv in natürlicher Grösse. Das Object A B befindet sich innerhalb der Brennweite des ersten Linsenpaars (1), die Divergenz der austretenden Strahlen

Fig. 533.

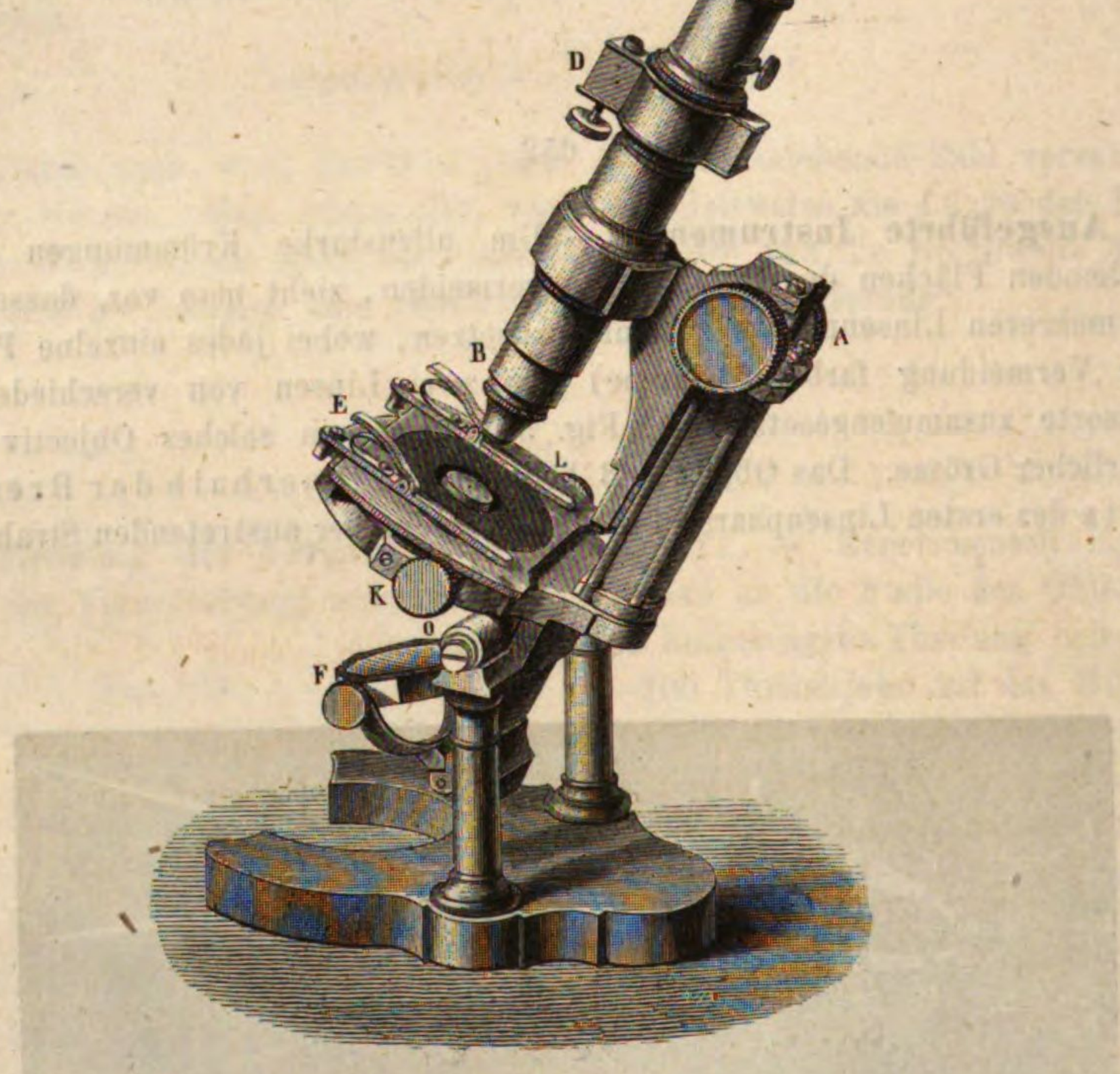


wird durch die zweite Combination (2) so weit vermindert, dass endlich die dritte (3) ein reelles Bild A' B' in ihrem dritten Raume erzeugen kann. Dieses Bild wird mittelst des Oculars betrachtet.

Fig. 534 gibt ein Bild des ausgeführten Instruments. Das Object wird zwischen zwei Glasplatten, von welchen die obere (das Deckgläschen) sehr dünn ist, möglichst in eine Ebene ausgebreitet und auf der oben abgeschliffenen, in der Mitte durchbohrten Metallplatte L durch federnde Lamellen festgehalten. Der drehbare Hohlspiegel F O concentrirt das Tageslicht auf das Object, welches demnach im durchfallenden Lichte erscheint. Wünscht man es von oben beleuchtet, so bedient man sich

einer positiven Glaslinse. Der Trieb A ermöglicht die Einstellung durch Verschiebung des ganzen Rohres B C. Dazu besitzen einige Instrumente

Fig. 534.



noch eine besondere Vorrichtung, um die letzte Einstellung durch eine geringe Verschiebung des Oculars zu machen.

Siebentes Kapitel.

Farben.

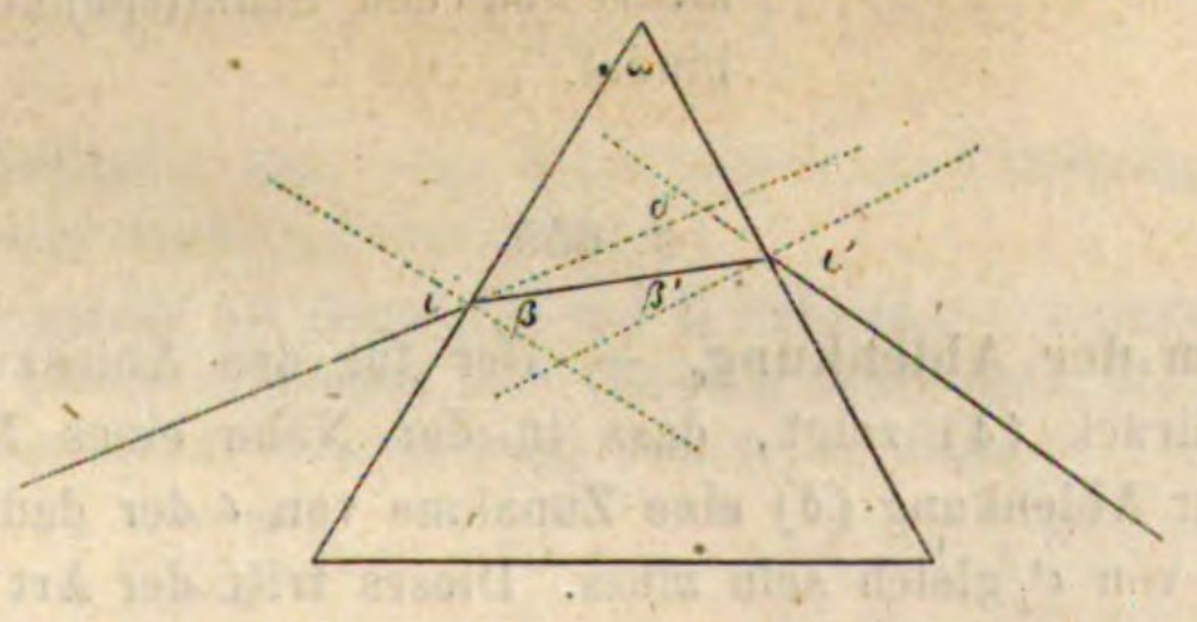
I. Brechung durch ein Prisma.

§. 653.

Unter einem Prisma versteht man in der Optik ein (massives) Stück irgend eines Stoffes, welches zwei unter irgend einem Winkel (dem brechenden Winkel des Prismas) gegen einander geneigte Ebenen unter seinen Grenzflächen hat.

Es soll der Weg eines Lichtstrahls durch ein Prisma bestimmt werden für den Fall, dass dasselbe auf der Seite des eintretenden und des austretenden Strahls von demselben Medium umgeben ist.

Fig. 535.



Man hat nach dem Brechungsgesetz (Fig. 535 die einen Grundriss des Prismas vorstellt)

$$\frac{\sin \iota}{\sin \beta} = n = \frac{\sin \iota'}{\sin \beta'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1 \text{ u. } 2)$$

ferner sind als Supplemente des Winkels der Lothe (wenn ω der brechende Winkel ist)

$$\beta + \beta' = \omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Mit Hilfe dieser drei Gleichungen lässt sich die Abhängigkeit des Austrittswinkels ι' von dem Einfallswinkel ι und den Bestimmungsstücken ω und n des Prismas darstellen.

Da die Gesammtablenkung (δ) des Strahls durch

$$\delta = \iota + \iota' - \omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

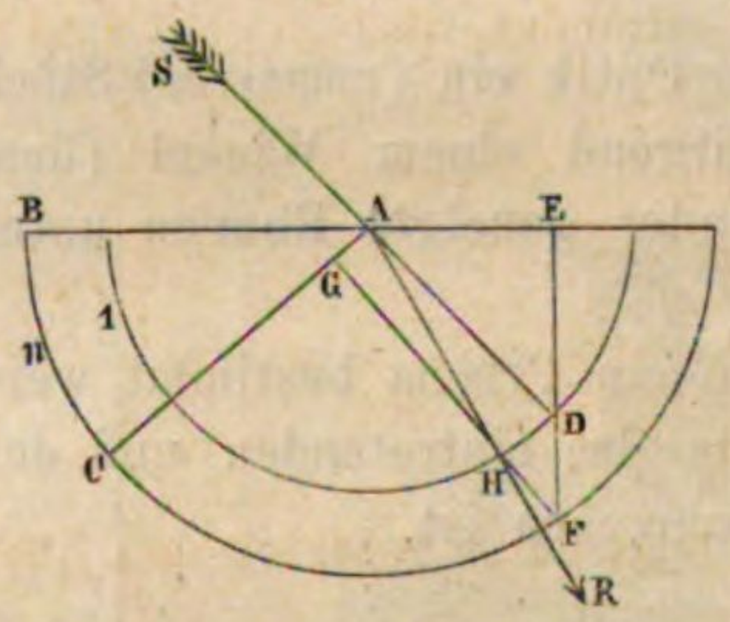
gegeben ist, so lässt sich auch diese für jeden Einfallswinkel ι berechnen.

Allgemein genügt es, von den sieben Grössen ι, ι', β, β', ω, δ, n drei zu kennen, um die übrigen vier berechnen zu können.

§. 654.

Man findet leicht durch **Construction** die Richtung des aus einem Prisma B A C (Fig. 536) austretenden Strahls, wenn zu den Bestimmungsstücken des Prismas noch die Richtung S A des einfallenden Lichts gegeben ist.

Fig. 536.



Beschreibt man nämlich um A sowohl mit dem Radius A D = 1 als mit dem Radius A C = n Kreise, zieht die zur Einfallsebene B A normale D E und verlängert dieselbe bis F, so gibt die (nicht gezogene) A F die Richtung des gebrochenen Strahls. Dieser bildet den auf die zweite Fläche A C einfallenden Strahl und man erhält den an dieser Fläche in Luft gebrochenen Strahl A H R durch eine der vorigen analoge Construction, indem man F G senkrecht auf A C zieht und den Schnittpunkt H mit A verbindet.

§. 655.

Minimum der Ablenkung. — Der für den Ablenkungswinkel gefundene Ausdruck (4) zeigt, dass in der Nähe eines Maximums oder Minimums der Ablenkung (δ) eine Zunahme von ι der dadurch veranlassten Abnahme von ι' gleich sein muss. Dieses tritt der Art der Abhängigkeit des ι von ι' gemäss nur dann ein, wenn diese Winkel selbst einander gleich sind. Man hat desshalb einen extremen Werth immer für den Fall $\iota' = \iota$ zu erwarten, und die Erfahrung lehrt, dass in der That bei Erfüllung dieser Bedingung ein Minimum der Ablenkung stattfindet.

Ablenkungswinkel Θ und Einfallswinkel $\bar{\iota}$ stehen dann in der Beziehung

$$\bar{\iota} = \frac{\Theta + \omega}{2}$$

und da $\overline{\beta} = \frac{\omega}{2}$, folgt

$$\sin \overline{\iota} = n \sin \frac{\omega}{2}$$

und

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\Theta + \omega}{2}\right)}{\sin \frac{\omega}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Es ist leicht durch Drehung des Prismas diejenige Stellung desselben gegen die einfallenden Strahlen zu finden, deren Aenderung sowohl in dem einen als in dem anderen Sinne der Drehung eine Vergrösserung der Ablenkung verursacht. Ist dann diese Ablenkung und der brechende Winkel des Prismas gemessen, so findet sich der Brechungsexponent (n) aus Gleichung (5) durch einfache Rechnung.

Begründung der obigen Rechnung über das Minimum der Ablenkung. Wenn ein Minimum der Ablenkung stattfindet, ist $\frac{d\Theta}{d\iota}$ Null oder $d\iota = -d\iota'$.

Nun ist

$$\cos \iota \, d\iota = n \cos \beta \, d\beta$$
$$\cos \iota' d\iota' = n \cos \beta' \, d\beta'$$
$$d\beta' = -d\beta$$

und wenn $d\iota = -d\iota'$

$$\cos \iota \cos \beta' = \cos \iota' \cos \beta.$$

Da nun auch $\sin \iota \sin \beta = \sin \iota' \sin \beta$, so folgt durch Addition und Subtraction, dass

$$\iota' + \beta = \iota + \beta'$$
$$\iota' - \beta = \iota - \beta',$$

also $\iota' = \iota$ ist.

Somit ist bewiesen, dass, wenn ein Minimum der Ablenkung stattfindet, der Einfallswinkel dem Austrittswinkel gleich ist.

Und dieses genügt als Grundlage der Gleichung (5), nachdem die Existenz des Minimums erfahrungsgemäss ist. Indessen führt auch die weitere Verfolgung der mathematischen Untersuchung zum vollen Beweis

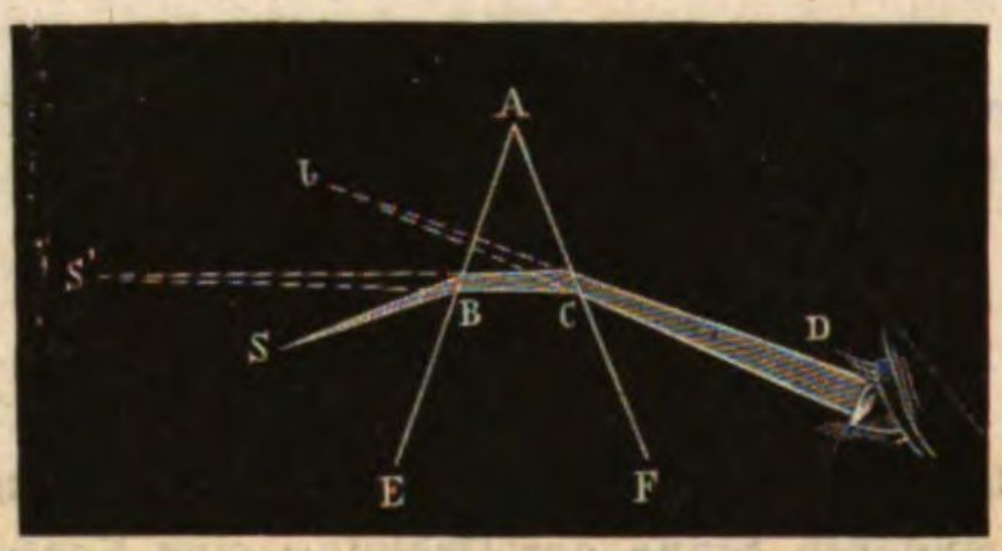
$$\left[\frac{d^2\Theta}{d\iota^2} > 0, \text{ wenn } \iota = \iota' \text{ und } n > 1\right].$$

§. 656.

Virtueller Brennpunkt des Prismas. — Die einfarbigen Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte S (Fig. 537) auf das Prisma E A F fallen, divergiren nach ihrer ersten Brechung weniger als vorher, also wie von dem entfernteren Punkte S' aus. Die zweite Brechung vermehrt die Divergenz wieder und zwar wird im Falle des Minimums der Ablenkung

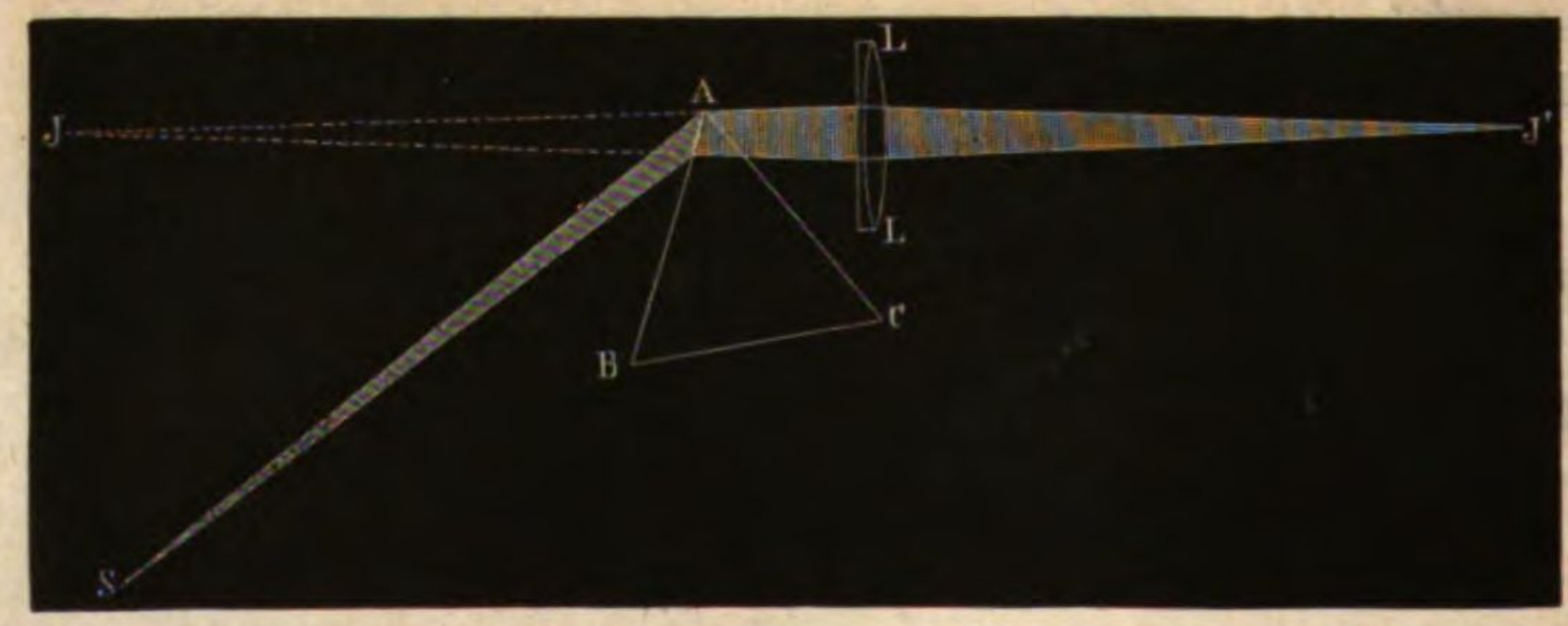
(wegen $\iota = \iota'$, $\beta = \beta'$) die ursprüngliche Divergenz der Strahlen wieder hergestellt. Denken wir uns in S einen der brechenden Kante in A parallelen Spalt, aus welchem ein keilförmiges Lichtbüschel auf das Prisma

Fig. 537.



fällt, so gilt für jedes Flächenelement des Spaltes das über den leuchtenden Punkt Gesagte, und wir sehen von D aus das Bild des Lichtspaltes in J. Eine positive Linse L L (Fig. 538), welche so in den Weg der von J

Fig. 538.



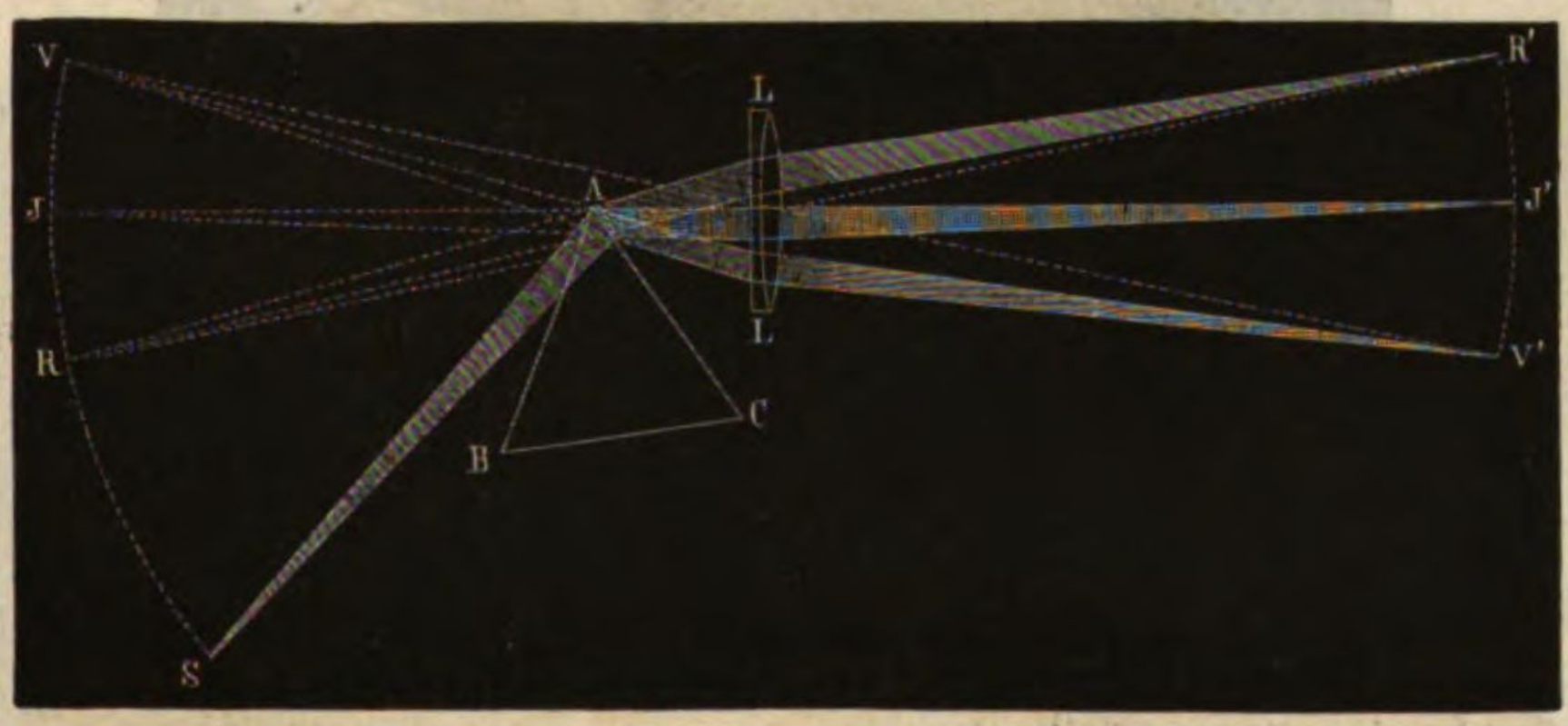
aus divergirenden Lichtstrahlen gestellt wird, dass sie von J um mehr als eine Brennweite entfernt ist, vereinigt dieses Strahlenbüschel zu einem reellen (verkehrten) Bilde des Spaltes in J'.

Man kann diesen für das Folgende wichtigen Schluss durch einen Versuch bestätigen, indem man das gelbe Licht, welches die Flamme des mit Kochsalzlösung gemischten Weingeistes liefert oder Drummond'sches Kalklicht, dessen Flamme durch Wegstreichen über ein Stück Steinsalz gelb gefärbt ist, durch den Spalt fallen lässt und eine biconvexe Linse in den Weg der austretenden Strahlen stellt. Man erhält dann auf einem Schirm ein gelbes Bild des Spaltes.

§. 657.

Da die Gesammtablenkung des Bildes von dem Brechungsexponenten n abhängig ist, so müssen Strahlen von verschiedenem Brechungsexponenten bei unveränderter Stellung des Prismas und der Linse Bilder des Spaltes an verschiedenen Stellen des Schirmes erzeugen, und sind solche Lichtstrahlen in dem durch den Spalt eindringenden Büschel gemischt, so werden sie durch das Prisma von einander gesondert, so dass verschiedene virtuelle Bilder R′, J′, V′ (Fig. 539) des Spaltes entstehen. Die Linse

Fig. 539.



wird dann je ein Lichtbündel von gleicher Brechbarkeit zu einem besonderen reellen Bilde des Spaltes vereinigen.

Es wird aus dem Folgenden klar werden, dass es die Farbe des Lichtes ist, welche bei Gleichheit des brechenden Mediums Verschiedenheit in der Grösse des Brechungsexponenten verursacht.

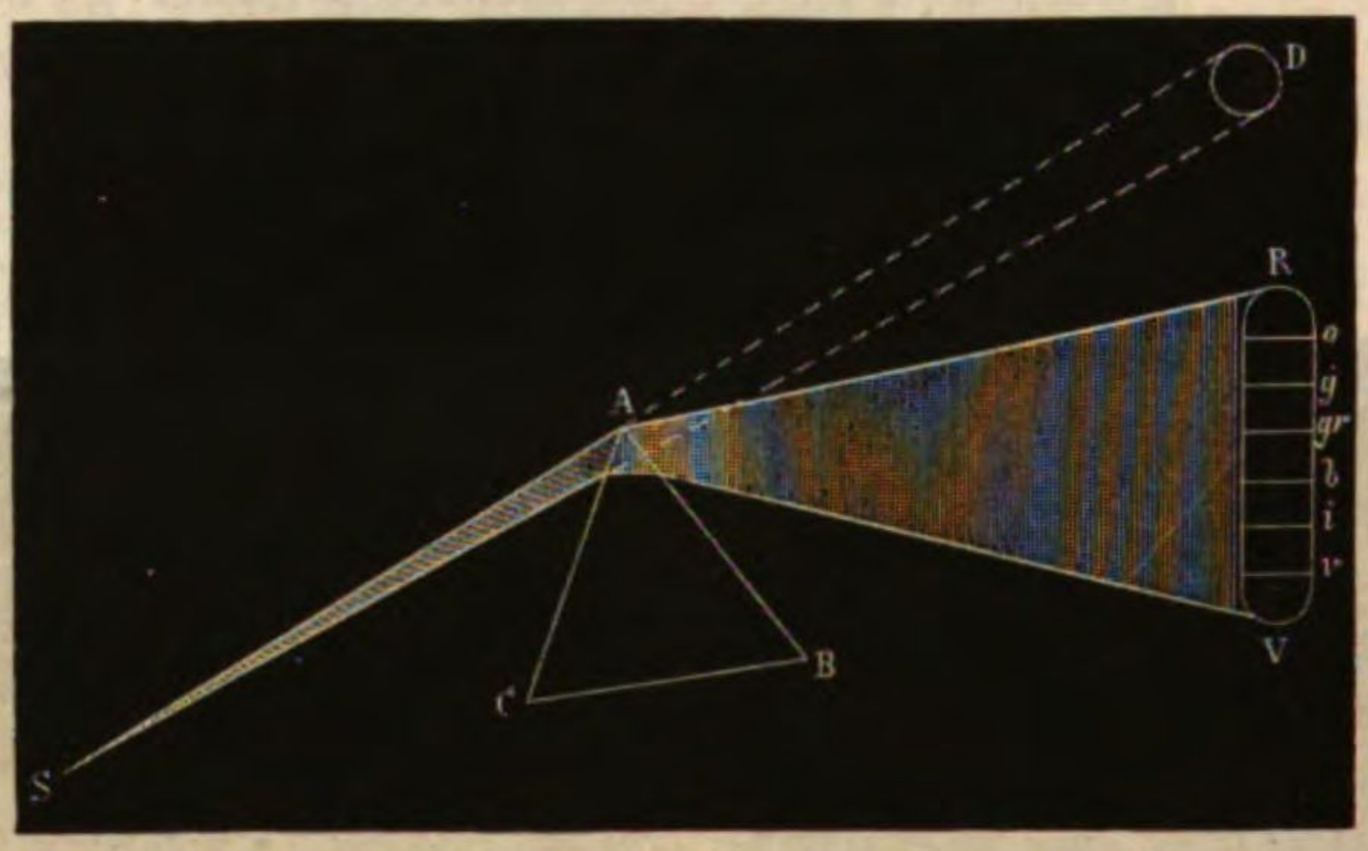
II. Das Sonnenspectrum.

§. 658.

Als Newton ein Bündel Sonnenstrahlen durch ein kleines rundes Loch S (Fig. 540) horizontal in ein dunkles Zimmer eindringen liess, erhielt er auf der gegenüberliegenden weissen Wand ein weisses rundes Sonnenbild D. Stellte er aber ein Glasprisma C A E mit vertikaler brechender Kante in den Weg der Sonnenstrahlen, so verschwand das Sonnenbild in D und es trat dafür in R V ein horizontaler Streifen auf,

in welchem unzählige Farben in stetigem Uebergang auf einander folgten. Diesen farbigen Streifen nennen wir das Sonnenspectrum. Er beginnt an der Stelle (R), welche dem früheren Sonnenbilde zunächst liegt, mit

Fig. 540.



einem dunkeln Roth, welches allmählig heller wird und in Orange übergeht, darrauf folgen der Reihe nach Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett mit allen zwischenliegenden Nuancen des Uebergangs. Die Beschränkung der Aufzählung auf sieben Farben hat somit mehr sprachliche als physikalische Gründe.

§. 659.

Erklärung des Farbenspectrums. — Newton hat diese Erscheinung durch die Annahme erklärt, es bestehe das Sonnenlicht aus unzähligen Elementarstrahlen verschiedener Brechbarkeit, welche, durch die Brechung von einander getrennt, in ihrer Eigenthümlichkeit, d. h. mit bestimmter Farbe erscheinen, während sie, gemischt, einen Gesammteindruck hervorbringen, den wir (aus später näher anzugebenden Gründen) mit Weiss bezeichnen.

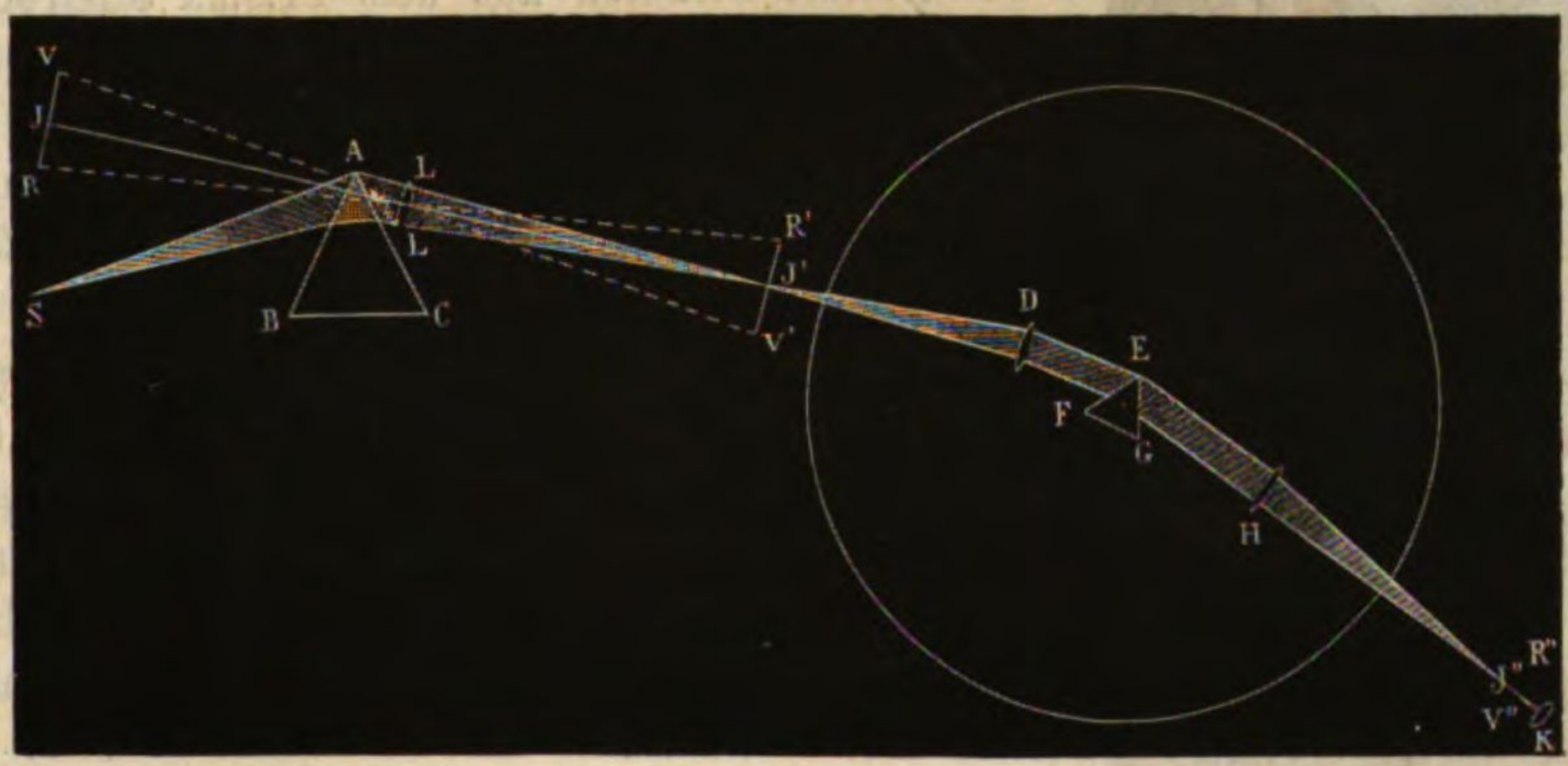
Da dieser Ansicht gegenüber eine andere geltend gemacht werden kann, welche dem Prisma die Eigenschaft der Farbenerzeugung aus einfachem Lichte zuschreibt, so bedarf sie des Beweises.

Man führt denselben dadurch, dass man nachweist 1) dass einfaches Licht von bestimmter Färbung (homogenes Licht) von einem Prisma in seiner Färbung nicht verändert wird, 2) dass verschiedene Farben bei Durchgang durch dasselbe Prisma verschieden stark gebrochen werden, 3) dass durch Wiedervereinigung der durch Brechung getrennten Farben ein dem ursprünglichen gleiches (weisses) Licht erhalten wird.

§. 660.

Experimenteller Beweis. — Zu diesem Zwecke dient zunächst eine aus Fig. 541 ersichtliche Anordnung. Das bei S durch einen Spalt eintretende Sonnenlicht ist durch die in §. 657 angegebenen Mittel, in ein Farbenband R' J' V' auf einem Metallschirme ausgebreitet, der an einer Stelle J' Licht von bestimmter Färbung durch einen vertikalen Spalt austreten lässt. Den

Fig. 541.



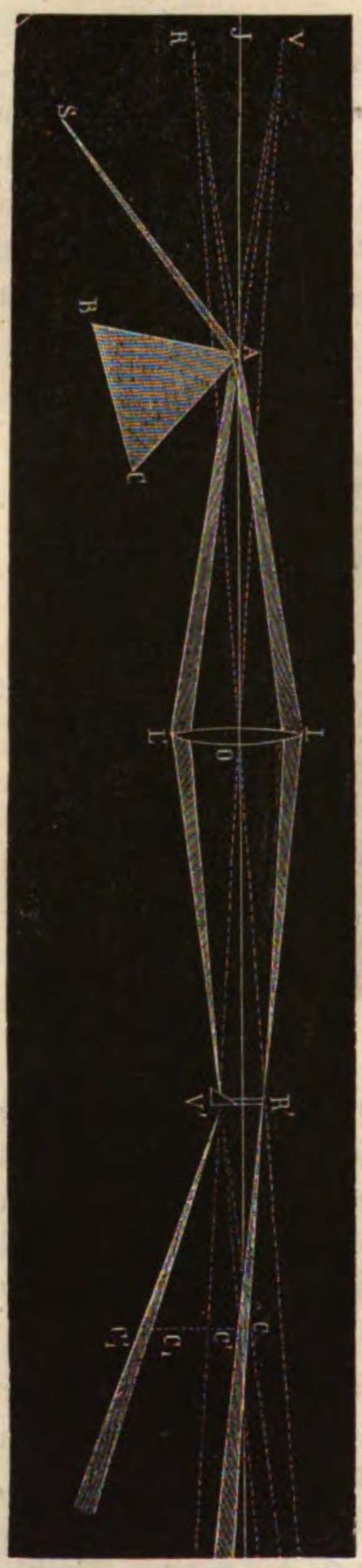
austretenden Lichtkeil nimmt die um ihre Brennweite von J' entfernte Linse D auf und sendet ihn als paralleles Strahlenbündel nach dem zweiten Prisma F E G. Die austretenden (ebenfalls parallelen) Strahlen dringen durch das Objectiv H, in dessen Brennpunkt mittelst des Oculars K das Bild J" des Spaltes S in derselben Färbung gesehen wird, welche die bei J' durchgelassenen Strahlen haben.

Das zweite Prisma bringt somit weder Zerlegung noch Färbung der Strahlen hervor. Wir schliessen daraus, dass die an ihm ankommenden Strahlen unzerlegbar sind und dass es überhaupt nicht im Stande ist, dem Lichte eine Farbe zu geben oder eine vorhandene abzuändern.

Sucht man diejenige Stellung des Prismas F E G, in welcher es die Strahlen am wenigsten ablenkt, und misst diese Ablenkung, indem man das Fernrohr H K über die Kreistheilung wegdreht, bis der Vertikalfaden, der vorher das Bild des direct (in der Richtung D E) gesehenen Spaltes J' halbirt, nun das abgelenkte Bild halbirt, so erhält man die Elemente zur Berechnung von n und findet für jede Farbe, die den Spalt des Schirms in R' J' V' passirte, einen besonderen Werth von n, welcher um so grösser ausfällt, je näher die Farbe dem violetten Ende des Spectrums liegt.

§. 661.

Fig. 542.



Wiedervereinigung der Farben. — Nachdem die Lichtstrahlen in R' V' (Fig. 542) sich zu verschieden farbigen Bildern des Spaltes vereinigt haben, divergiren sie wieder und es wird eine Stelle C C' hinter R' V' geben, wo in Folge des Uebereinandergreifens der Strahlenkeile Lichtstrahlen von allen Farben zusammentreffen. Es findet dieses an der Stelle C statt, wo die Linse L L' das Bild der Fläche A, an welcher die Strahlen aus dem Prisma austreten, zu Stande bringt, und dieses Bild erscheint, mittelst eines Papierschirmes aufgefangen, nur an den Rändern farbig umsäumt, in der Mitte hingegen, wo Strahlen aller Farben zusammentreffen, vollkommen weiss.

Newton liess das Spectrum auf einen Spiegel fallen, der um eine vertikale Axe so rasch (es genügen c. 10 Umdrehungen in der Secunde) gedreht werden konnte, dass sich die Einzelwirkung der nach einander am Auge vorübergehenden Farben in demselben zu einem Gesammteindrucke summirten. Dieser Gesammteindruck war farblos.

Bemalt man die Sectoren eines drehbaren Kreises mit den Farben des Spectrums in ihrer natürlichen Aufeinanderfolge und bemüht sich auch das Verhältniss der Lichtstärke zu treffen, so erhält man bei raschem Drehen der Scheibe den Gesammteindruck von Grau, was als ein lichtschwaches Weiss gelten kann.

§. 662.

Complementäre Farben. — Schliesst man eine der Farben des Spectrums aus, indem man sie entweder abblendet oder, wenn sie am Rande ist, durch ein Prisma ablenkt, so erhält man durch Vereinigung der übrigen Farben eine Mischfarbe, welche mit einer Spectralfarbe übereinstimmt.

Durch Ausschliessen von Roth erhält man Grün,
» » » Orange » » Blau,
» » » Gelb » » Violett
und umgekehrt.

Da man durch Wiederhinzufügen der ausgeschlossenen Farbe Weiss erhält, so gibt es nothwendig auch

ein Roth und ein Grün,
» Orange » » Blau,
» Gelb » » Violett,

welche Weiss als Mischfarbe geben oder sich zu Weiss ergänzen. Man nennt daher solche Farben in Beziehung auf einander complementär.

§. 663.

Farben beleuchteter Flächen. — Dem Vorausgehenden gemäss ist die Farbe, in welcher uns beleuchtete Dinge im auffallenden Licht erscheinen, dadurch zu erklären, dass die Dinge vermöge der eigenthümlichen Beschaffenheit ihrer Oberfläche von den Elementarstrahlen, welche auf sie fallen, einen Theil absorbiren, den anderen nach allen Richtungen hin zerstreuen. Hat das von einer Fläche ausgesandte Licht die gleiche Zusammensetzung wie das angekommene, so dass darin alle Farben im gleichen Intensitätsverhältnisse vorkommen wie im einfallenden Lichte, so nennen wir die Fläche (vollständig) weiss. Vollkommen weiss wäre eine Fläche, welche alles angekommene Licht zerstreut, vollkommen schwarz hingegen eine Fläche, welche alles ankommende Licht absorbirt.

Ist das Intensitätsverhältniss der zerstreuten Farben von dem der angekommenen verschieden, so erscheint die Fläche farbig und zwar z. B. roth, wenn diese Farbe überwiegt oder bei mittlerer Stärke des Roth Grün sehr schwach ist.

Aus dieser Auffassung folgt im Einklang mit der Erfahrung, dass in rothem Lichte eine weisse Fläche roth, eine grüne aber dunkel erscheint, weil die Farbe, welche diese Fläche vorzugsweise reflectiren könnte, im auffallenden Lichte nicht vorhanden ist. Weiteres über zerstreutes Licht folgt unten.

III. Die Fraunhofer'schen Linien.

§. 664.

Wir haben bisher, wie es dem ersten Eindruck entspricht, das Sonnenspectrum als ununterbrochenes Farbenband hingenommen. Bei genauerem Verfahren bemerkt man jedoch und zwar um so deutlicher, je mehr das Uebereinandergreifen der benachbarten Farben verhindert wird, zahlreiche dunkle

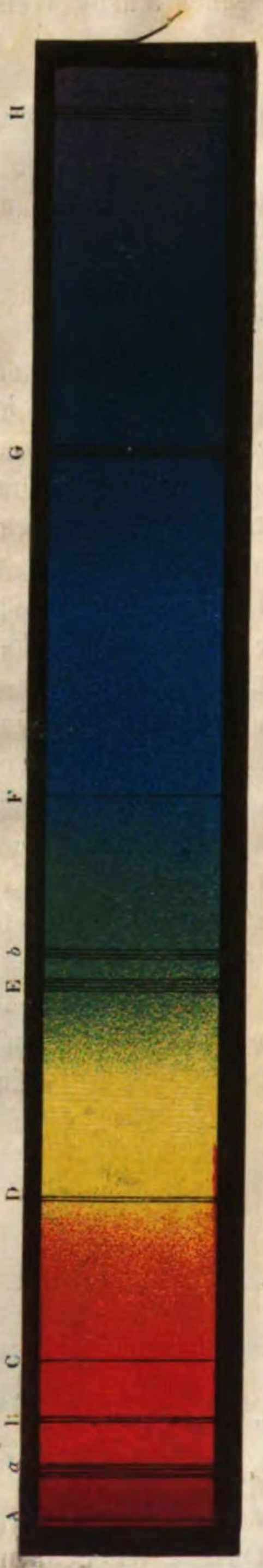


Fig. 543.

Striche, welche der brechenden Kante des Prismas parallel laufen und demnach das Spectrum in eine grosse Menge von Abtheilungen zerlegen.

Schon Wollaston hatte einige dieser Linien bemerkt, ohne ihnen eine besondere Bedeutung beizulegen. Fraunhofer hingegen war es vorbehalten, sie 15 Jahre später von neuem zu finden und ihren grossen Werth für die Wissenschaft zu würdigen. Er zählte deren 600 und unterschied zunächst 8 Hauptgruppen, welche er mit den ersten 8 Buchstaben des grossen lateinischen Alphabets bezeichnete. Jede dieser Gruppen ist aus mehreren einzelnen, nahe bei einander stehenden Linien zusammengesetzt. Man sieht dieselben in Fig. 543 eingetragen und noch zwei weitere mit *a* und *b* bezeichnete Gruppen beigefügt. Am leichtesten sichtbar ist die aus zwei Linien bestehende Gruppe D, am schwersten A und H. Sie sind insofern unregelmässig über das Spectrum vertheilt, als ihren Abständen kein erkennbares arithmetisches Gesetz zu Grunde liegt. Hingegen treten sie mit der grössen Zuverlässigkeit in derselben Farbe auf, so oft entweder directes Sonnenlicht oder von der Sonne entlehntes Licht durch ein Glasprisma zerlegt wird und sind somit ein vorzügliches Mittel, einzelne Stellen (Farben) des Spectrums genau zu bezeichnen.

Damit soll jedoch nicht gesagt sein, dass alle Glasprismen einander ähnliche Sonnenspectra liefern. Vielmehr wäre die Herstellung zweier Glassorten, welche Spectra von sehr verschiedener Breite (AH) geben, während die Verhältnisse $\frac{BD}{AH}, \frac{DE}{AH}, \frac{EF}{AH} \ldots$ in beiden Spectren gleich sind, eine Erfindung von grossem Werthe.

§. 665.

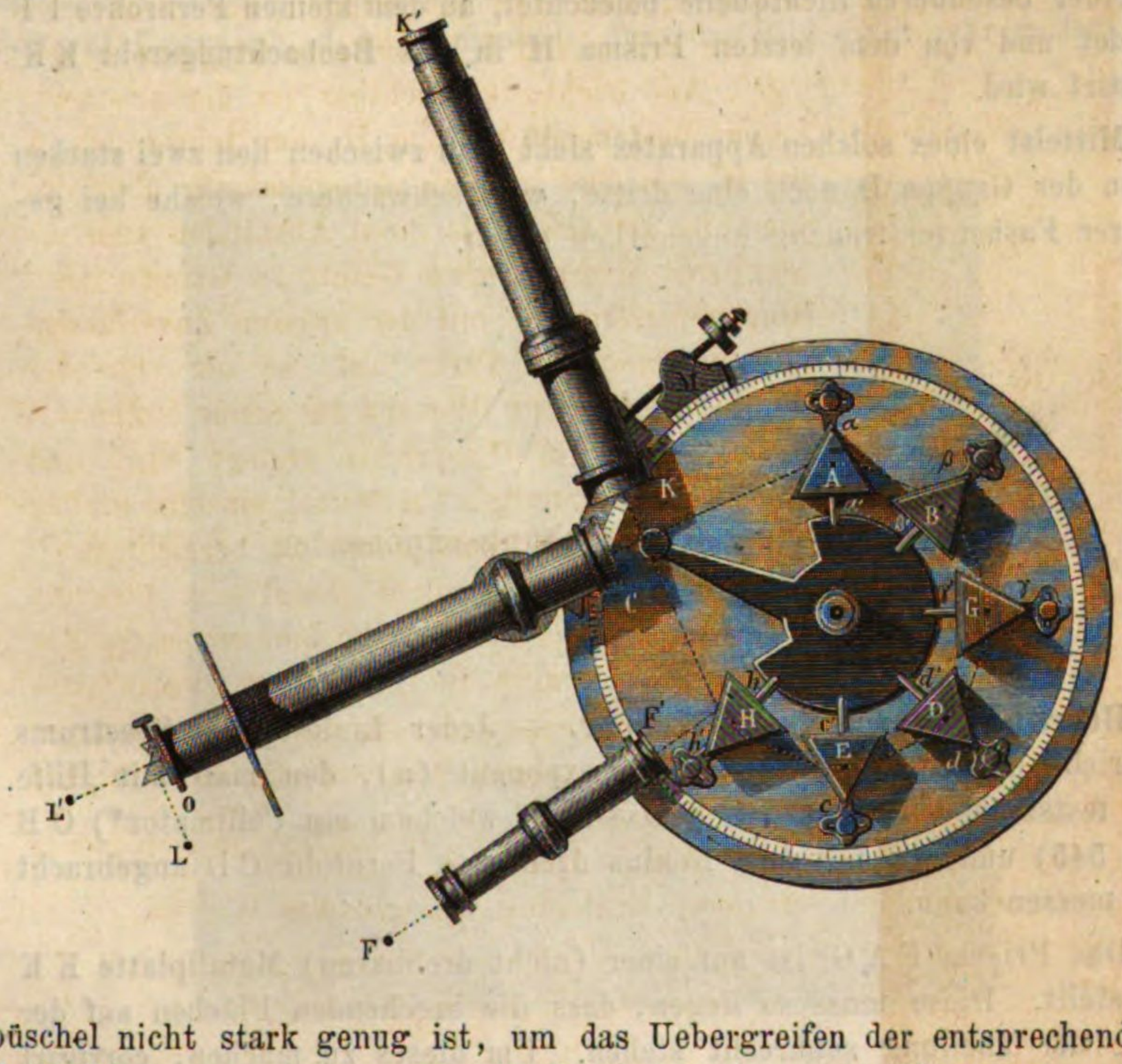
Bedeutung der Fraunhofer'schen Linien. — Die Existenz der Fraunhofer'schen Linien beweist, dass im Sonnenlichte Strahlen von jeder möglichen zwischen die Strahlen A und H einschaltbaren Brechbarkeit nicht vorhanden sind,

dass vielmehr gewisse Farbennüancen fehlen oder doch gegen ihre nächste Umgebung sehr schwach sind. Andere Lichtquellen geben Strahlen, welche im Sonnenlichte fehlen und lassen dafür helle Stellen dunkel. Dadurch wird die Untersuchung des Spectrums einer Lichtquelle ein werthvolles Mittel zur Charakterisirung derselben.

§. 666.

Entwicklung der Fraunhofer'schen Linien. — Uebrigens darf aus dem Nichterscheinen einer dunklen Linie nicht mit allen Umständen auf das Fehlen derselben geschlossen werden, denn es kommt leicht vor, dass die Winkelablenkung der zwei einer dunklen Stelle benachbarten Strahlen-

Fig. 544.



büschel nicht stark genug ist, um das Uebergreifen der entsprechenden Spaltbilder zu verhüten. Man bedient sich dann zur Vergrösserung der Ablenkung eines Systems von mehreren Prismen, welche alle auf das Minimum der Ablenkung eingestellt sind. Fig. 544 zeigt den Apparat, dessen sich Kirchhoff bei seiner berühmten Untersuchung über die Ursachen der Fraunhofer'schen Linien bediente. Durch den vertikalen

Spalt des Fernrohres O C fällt Sonnenlicht ein, welches, durch das Fernrohr zu einem parallelen Bündel vereinigt, der Reihe nach durch die sechs gleichen Prismen A, B, C, D, E, F abgeleitet und in Farben zerstreut wird.

Die Beobachtung der farbigen Spaltbilder erfolgt durch das Fernrohr K' K. Um das Spectrum einer anderen Lichtquelle mit dem Sonnenspectrum vergleichen zu können, ist vor den oberen Theil des Spaltes bei O ein gleichseitiges rechtwinkliges Glasprisma gesetzt, welches das Licht der seitlich aufgestellten Lichtquelle L durch innere (an der Hypotenusenfläche erfolgende) Spiegelung der Axe des Fernrohres parallel macht. Dieses Licht wird dann ebenfalls durch die Prismen in ein Spectrum aufgelöst, welches unmittelbar unter dem Sonnenspectrum auftritt. Zur Messung der Abstände zweier Linien dient eine Scala, welche sich, von einer besonderen Lichtquelle beleuchtet, an dem kleinen Fernrohre F F befindet und von dem letzten Prisma H in das Beobachtungsrohr K K' reflectirt wird.

Mittelst eines solchen Apparates sieht man zwischen den zwei starken Linien der Gruppe D noch eine dritte, weit schwächere, welche bei geringerer Farbenzerstreuung unkenntlich bleibt.

IV. Messung der Brechungsexponenten.

§. 667.

Brechung durch feste Körper. — Jeder Linie eines Spectrums entspricht ein bestimmter Brechungsexponent (n), den man mit Hilfe eines feststehenden getheilten Kreises, auf welchem ein Collimator*) O B (Fig. 545) und ein mit dem Nonius drehbares Fernrohr C D angebracht sind, messen kann.

Das Prisma F A G ist auf einer (nicht drehbaren) Metallplatte K K aufgestellt. Diese muss so liegen, dass die brechenden Flächen auf der Ebene der Theilung senkrecht stehen. Um dieses zu machen, corrigirt man an den Stellschrauben der Platte so lange, bis das Spiegelbild eines sehr entfernten (parallele Strahlen sendenden) Punktes an derselben Stelle des Gesichtsfeldes, z. B. im Kreuzungspunkte der Fäden erscheint; ob

---

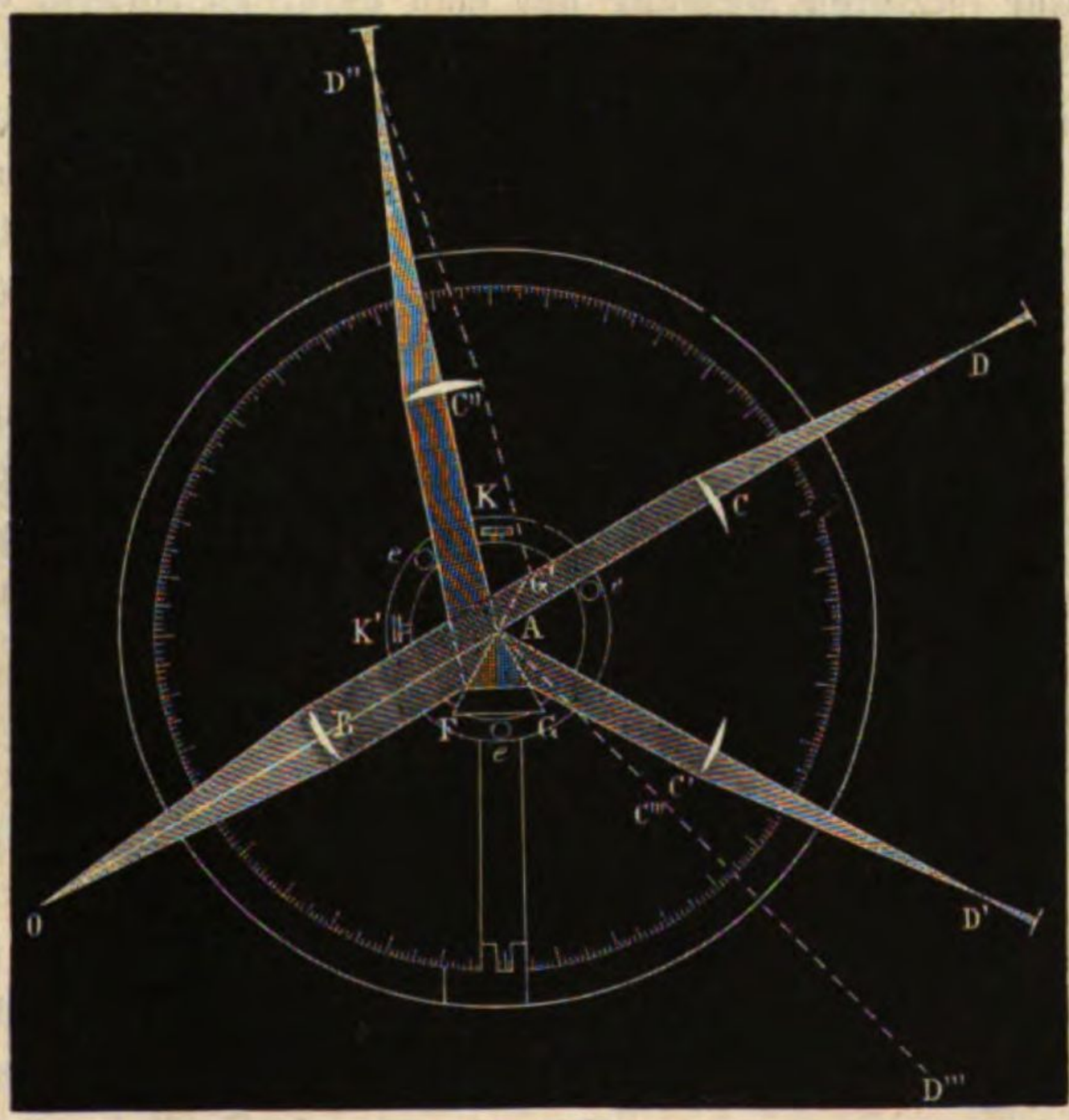
*) Benennung des Fernrohrapparates O C in Fig. 544.

derselbe von der einen oder der anderen der brechenden Flächen gespiegelt wird.

Ist dieses erreicht, dann sucht man zunächst den brechenden Winkel des Prismas zu messen. Während das Prisma feststeht und die Halbirungslinie seines Winkels nach einem entfernten Punkte gerichtet ist, dreht man das Fernrohr und liest die beiden Stellungen desselben, in welchen das Spiegelbild des entfernten Punktes gegen das Fadenkreuz die gleiche Lage hat, an der Kreistheilung ab. Die Differenz der Ablesungen (der Drehungswinkel) ist das Doppelte (2ω) des gesuchten brechenden Winkels. (Bei Drehung um die Kante des Prismas würde man die Ergänzung des $\sphericalangle$ 2ω zu 360° erhalten.)

In der Regel wird man zur Gewinnung paralleler Strahlen den Collimator selbst benützen. Man überzeugt sich von dem Parallelismus der aus dem Collimator O B austretenden Strahlen, indem man das Fernrohr C D auf Unendlich, d. h. so einstellt, dass das Bild eines sehr entfernten

Fig. 545.



Punktes in die Ebene des Fadenkreuzes fällt. Diese Einstellung ist fertig, wenn bei einer seitlichen Verschiebung des Auges das Bild sich gegen das Fadenkreuz nicht verschiebt. Nun wird das Fernrohr in die Stellung C D (Fig. 545) dem Collimator gegenübergestellt und das Spaltrohr des

Collimators verschoben, bis das Bild des Spaltes scharf begrenzt im Gesichtsfeld liegt. Zur Messung des brechenden Winkels kann man die Spaltöffnung so weit lassen, dass (in obiger Stellung) jede der brechenden Flächen des Prismas ein Reflexbild gibt. Von diesem Zweck abgesehen, ist die Stellung des Prismas für das Messungsresultat unwesentlich.

Der zweite Theil der Messung hat das Minimum der Ablenkung derjenigen Fraunhofer'schen Linie zum Gegenstande, deren Brechungsexponent bestimmt werden soll. Zu diesem Zwecke wird das Prisma gedreht, bis man in dem Fernrohre (Stellung C' D'), welches die austretenden Strahlen aufnimmt, bemerkt, dass durch jede Drehung des Prismas, nach rechts oder nach links, die einzustellende Linie in gleicher Richtung vom Vertikalfaden weg bewegt wird. Die Differenz der Ablesung in der jetzigen Stellung C' D' gegen die Stellung C D gibt die kleinste Ablenkung Θ, worauf n aus der Formel $\frac{\sin\frac{\Theta+\omega}{2}}{\sin\frac{\omega}{2}}$ gerechnet wird. Vgl. §. 655.

Bei dieser letzteren Messung hat man dafür zu sorgen, dass auf der Halbirungslinie des brechenden Winkels, welche (bei der Einstellung auf das Minimum) stets den Scheitel des Ablenkungswinkels enthält, auch der Mittelpunkt des getheilten Kreises liege. Da der Collimator so gestellt ist, dass die aus ihm austretenden Strahlen über den Mittelpunkt der Theilung hingehen, genügt die angegebene Stellung zur Vermeidung eines Fehlers der Winkelmessung, welcher der von der Theilung aus gesehenen scheinbaren Grösse der Abweichung beider Punkte gleich sein würde.

Der gefundene Brechungsexponent bezieht sich auf eine bestimmte Linie und auf das Material, aus welchem das Prisma geformt ist. Der mittlere Brechungsexponent einer Substanz ist in der Regel auf die Linie D bezogen.

§. 668.

Um **Flüssigkeiten** oder **Gasen** prismatische Form zu geben, füllt man sie in einen Raum, welcher von zwei unter dem brechenden Winkel zu einander geneigten planparallelen Glasplatten begrenzt ist. In der Regel wird ein solches Flüssigkeitsprisma dadurch hergestellt, dass man ein gewöhnliches Glasprisma senkrecht zur Halbirungsebene des brechenden Winkels cylindrisch durchbohrt (Fig. 546) und die Bohrung durch zwei runde planparallele Platten schliesst, welche durch Adhäsion haften. Eine besondere mit eingeschliffenem Stöpsel verschliessbare Oeffnung dient zum Einfüllen der Flüssigkeit.

Für Gase dient eine starke, an den Enden abgeschliffene Glasröhre (Fig. 547), welche ebenso verschlossen wird wie die Flüssigkeitsprismen und ausserdem noch in der Mitte zwei Ansätze hat, von welchen der eine

(E F) mit der Luftpumpe in Verbindung gesetzt werden kann, der andere zu einem Manometer C D führt, welches von der Dichtigkeit der Gase Rechenschaft geben soll. Biot und Arago wandten dabei einen brechenden Winkel von 145° an.

Fig. 546.

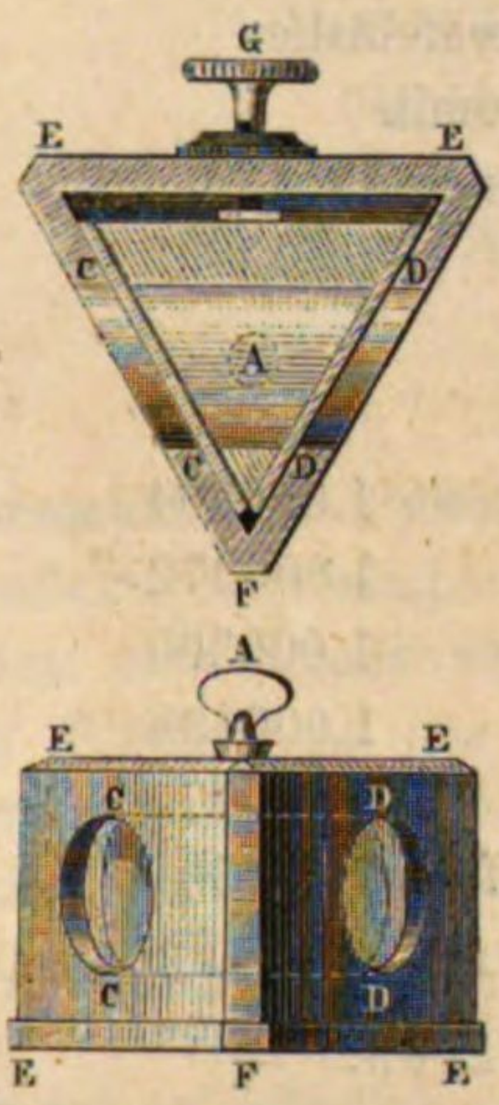
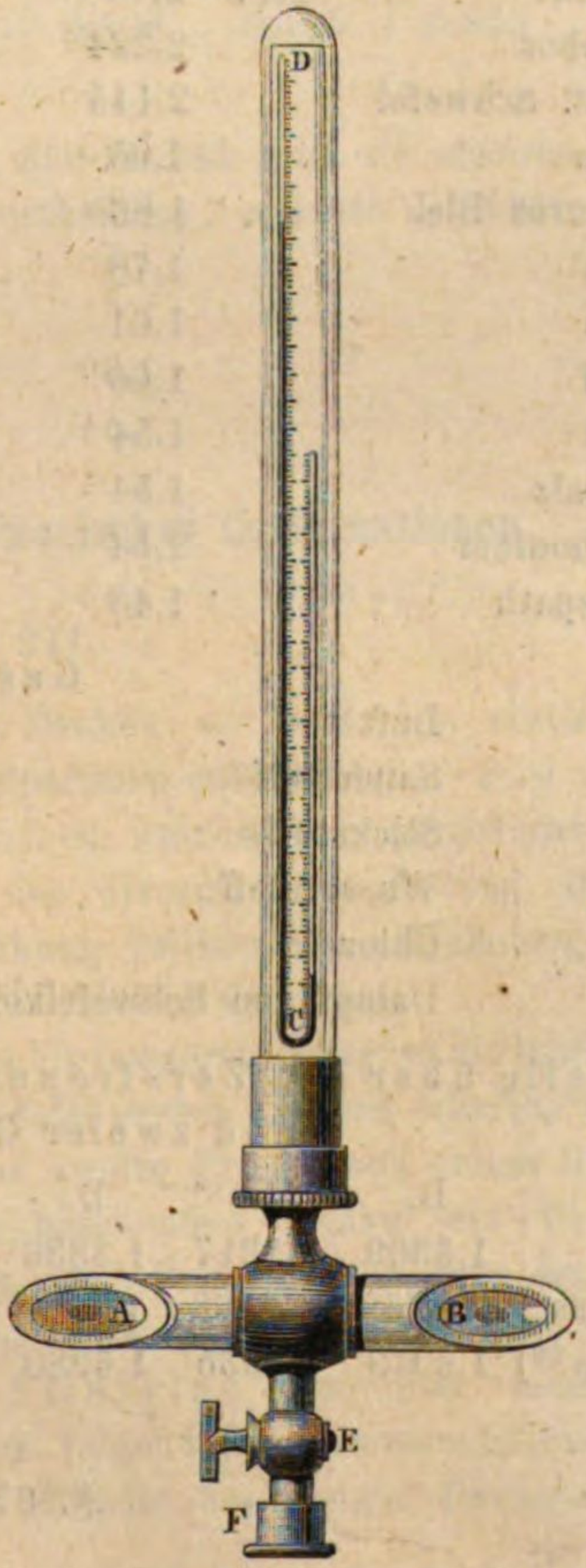


Fig. 547.



Indem man zunächst die Ablenkung des Lichts beim Durchgang durch den von Luft entleerten Raum beobachtet, erhält man den absoluten Brechungsexponenten der Luft. Dann können die auf Luft bezogenen Brechungsexponenten der übrigen Gase auf absolute reducirt werden. Die brechende Kraft der Gase ist so gering, dass die Linien nicht sichtbar werden. Man erhält somit hier nur mittlere Brechungsexponenten.

§. 669.

Verzeichniss von Brechungsexponenten.

Feste Substanzen.		Flüssigkeiten.	
Chromsaures Blei	2,50—2,97	Schwefelkohlenstoff	1,63
Diamant	2,47—2,75	Kassiaöl	1,61
Phosphor	2,224	Bittermandelöl	1,55
Chryst. Schwefel	2,115	Kanada-Balsam	1,53
Zirkon	1,95	Nussöl	1,50
Borsaures Blei	1,86	Olivenöl	1,47
Rubin	1,78	Schwefelsäure	1,43
Topas	1,61	Alkohol	1,37
Beryll	1,60	Schwefeläther	1,36
Quarz	1,54	Albumin	1,35
Steinsalz	1,54	Wasser	1,33
Colophonium	1,54		
Flussspath	1,43		

Gase.

Luft	1,000294
Sauerstoff	1,000272
Stickstoff	1,000300
Wasserstoff	1,000138
Chlor	1,000772
Dampf von Schwefelkohlenstoff	1,00150

Tabelle über das Zerstreuungsvermögen des Wassers und zweier Glassorten.

	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.
Wasser	1,3309	1,3317	1,3336	1.3358	1,3378	1,3413	1,3442
Crownglas *)	1,5258	1.5268	1,5296	1.5330	1,5360	1,5417	1,5466
Flintglas **)	1,6919	1,6935	1,6980	1,7035	1,7089	1,7187	1,7275

§. 670.

Fraunhofer hat am Sonnenspectrum **Intensitätsmessungen** ausgeführt, indem er die Stärke des Eindrucks, welche verschiedene Stellen des Spectrums auf sein Auge machten, mit der messbar veränderlichen Helligkeit eines Lampenlichts verglich, welches durch Reflexion neben die zu vergleichende Farbe in das Gesichtsfeld des Fernrohrs gebracht wurde.

---

*) Nr. 9 von Fraunhofer.

**) Von Bontemps.

Das Messungsresultat Fraunhofer's ist in folgender Tabelle enthalten, welche die relativen Lichtmengen gibt, die sich zwischen den im Kopf der Tabelle aufgeführten Linien befinden.

Lichtmengen im Sonnenspectrum nach Fraunhofer.

A — B	B — C	C — D	D — E	E — F	F — G	G — H	H — ∞
0,000	0,021	0,299	1,000	0,328	0,185	0,035	0,000

Die mittlere Curve II der Fig. 550 S. 761 gibt ein anderes, weniger excentrisches Gesetz für die Lichtvertheilung, welches J. Müller mitgetheilt hat.

V. Möglichkeit achromatischer Combinationen.

§. 671.

Achromatische Prismen. — Denken wir uns, ein erstes Prisma habe paralleles Sonnenlicht in ein Spectrum entwickelt, so wird durch ein zweites dem ersten vollkommen gleiches, welches man umgekehrt und mit parallelen Flächen in den Weg der divergirenden Farben stellt, die Farbenzerstreuung und Winkelablenkung vollkommen aufgehoben, da diese Combination den Fall paralleler Grenzflächen darbietet.

Es handelt sich aber darum, die Farbenzerstreuung so aufzuheben, dass dabei eine Winkelablenkung im Sinne des ersten Prismas erhalten bleibt.

Dazu ist erforderlich, dass das zweite Prisma aus einem Stoffe verfertigt ist, welcher bei gleichem brechenden Winkel ein breiteres Farbenspectrum liefert als das erste Prisma, ohne dass desshalb die Ablenkung der Strahlen in gleichem Maasse grösser wird.

Dieser Anforderung genügt Flintglas gegenüber einem ersten Prisma von Crownglas, wie aus folgender Zusammenstellung hervorgeht, welche sich auf die in der Tabelle des vorigen Paragraphen beschriebene Glassorte bezieht.

	Brechender Winkel.	Ablenkung der rothen Strahlen B. (Minimum.)	Ablenkung der violetten Strahlen.	Breite des Spectrums.
Crownglas	$w = 60^0$	$39^0\ 26'$	$41^0\ 19'$	$1^0\ 53'$
Flintglas	$w = 60^0$	$55^0\ 32'$	$59^0\ 36'$	$4^0\ 4'$

Auf das Resultat dieser Voruntersuchung kann man den Versuch stützen, den brechenden Winkel eines Flintglasprismas so zu wählen, dass die rothen den violetten Strahlen parallel aus der Combination beider Prismen austreten.

Ist die erste Fläche des Flintglasprismas der zweiten des Crownglases parallel (Fig. 548), so sind die ersten Austrittswinkel zugleich die zweiten Einfallswinkel. Werden dieselben für die rothen Strahlen mit i_r, für die violetten mit i_v bezeichnet, die entsprechenden Brechungsexponenten des Flintglases mit n_r und n_v, während die markirten Buchstaben i'_r, i'_v, β'_r, β'_v sich auf den letzten Austritt beziehen, so muss, weil $i'_r = i'_v$ werden soll, nach §. 653 $n_r \sin \beta'_r = n_v \sin \beta'_v$ sein, oder, wenn ω der zu bestimmende brechende Winkel des Flintglases ist:

$$\frac{\sin (\omega - \beta_r)}{\sin (\omega - \beta_v)} = \frac{n_v}{n_r}.$$

Daraus folgt durch einfache Entwickelung

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{n_r \sin \beta_r - n_v \sin \beta_v}{n_r \cos \beta_r - n_v \cos \beta_v}$$

oder auch

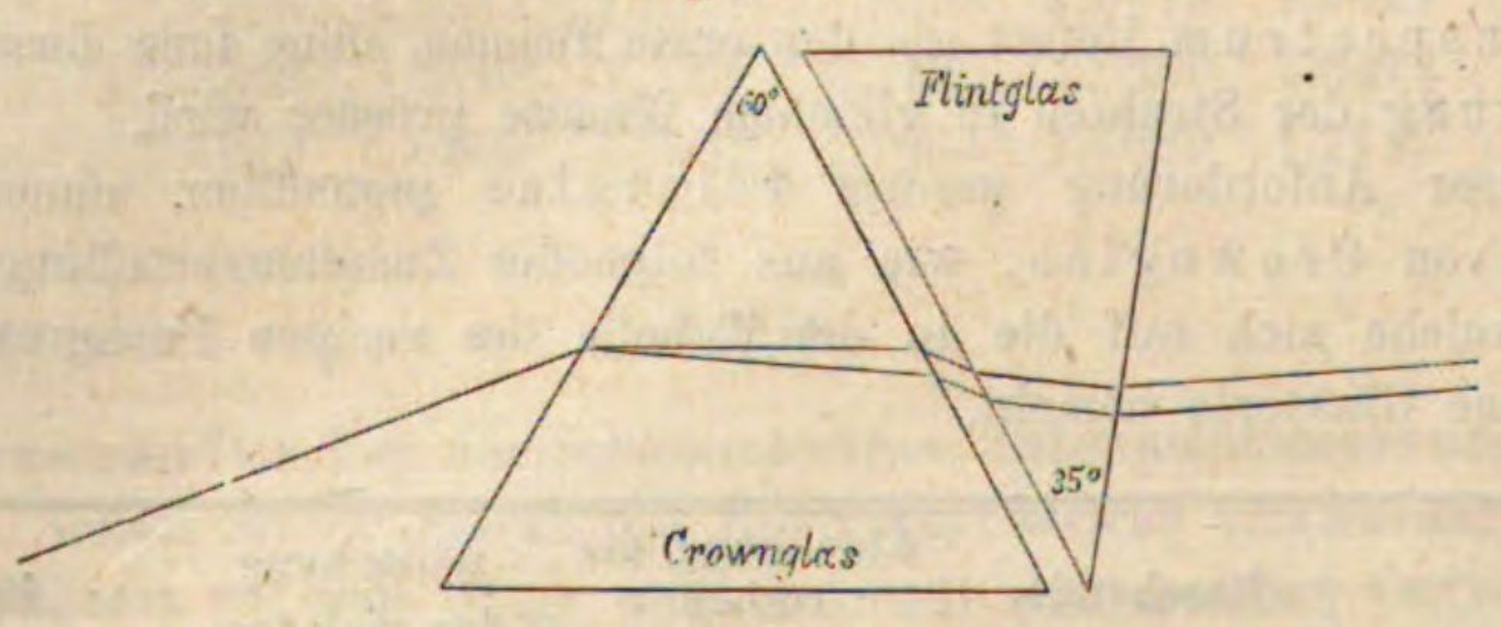
$$\operatorname{tang} \omega = \frac{\sin i_v - \sin i_r}{\sqrt{n^2_v - \sin^2 i_v} - \sqrt{n^2_r - \sin^2 i_r}}.$$

Für die schon oben benützten Glassorten ist, wenn das Crownglas für Roth auf das Minimum der Ablenkung gestellt wird:

$$i_v = 51^\circ\ 36'$$
$$i_r = 49^\circ\ 43'$$
$$\omega = 35^\circ\ 11'.$$

Also genügt für den vorliegenden Zweck ein Flintglasprisma, welches einen brechenden Winkel von 35° 11′ hat (Fig. 548).

Fig. 548.



Dieses Prisma schwächt die Ablenkung um 28° 39′. Da sie aber vorher 39° 26′ betragen hat, so sind schliesslich die (rothen und violetten) Strahlen noch um 10° 47′ von der ursprünglichen Richtung des vereinigten Strahlenbündels abgelenkt.

Berechnet man die Ablenkung der grünen oder gelben Strahlen, so findet man kleine Divergenzen und erkennt, dass, streng genommen, nur zwei Strahlen vollkommen zur Deckung gebracht werden können. Doch wird damit auch die Abweichung der übrigen vermindert.

Die soeben durchgeführte Betrachtung gewinnt bedeutend an Einfachheit, wenn man so kleine Einfallswinkel und brechende Winkel voraussetzt, dass die Winkel selbst an die Stelle ihrer Sinus treten dürfen. Zugleich nähert man sich dadurch dem bei den Objectivlinsen zutreffenden Falle.

Es wird dann der brechende Winkel des Flintglases

$$w_2 = \frac{i_v - i_r}{n_v - n_r}.$$

Setzt man noch $i_v - i_r = \Delta i'$ und denkt sich diese Differenz durch eine kleine Aenderung Δn des Brechungsexponenten in Crownglas herbeigeführt, so erhält man leicht aus §. 653

$$\Delta i' = w_1 \Delta n,$$

wo w_1 den brechenden Winkel des Crownglases bezeichnet, und

$$w_2 = w_1 \frac{\Delta n}{n_v - n_r}.$$

Dabei bezeichnet Δn die Differenz der Brechungsexponenten des Crownglases und ist dem $n_v - n_r$ im Nenner analog. Man kann also schreiben

$$w_2 = w_1 \frac{n'_v - n'_r}{n_v - n_r}.$$

Diese Formel ist vom Einfallswinkel unabhängig und gibt selbst bei den grossen Winkeln des obigen Beispiels sehr genäherte Werthe:

$$w_2 = 60 \cdot \frac{0{,}0208}{0{,}0356} = 35^0.$$

§. 672.

Achromatische Objective. — Eine halbe Linse kann annähernd als Prisma betrachtet werden. Man wird also versuchen, eine achromatische Linsencombination herzustellen, indem man einer positiven Crownglaslinse eine negative Flintglaslinse beigibt.

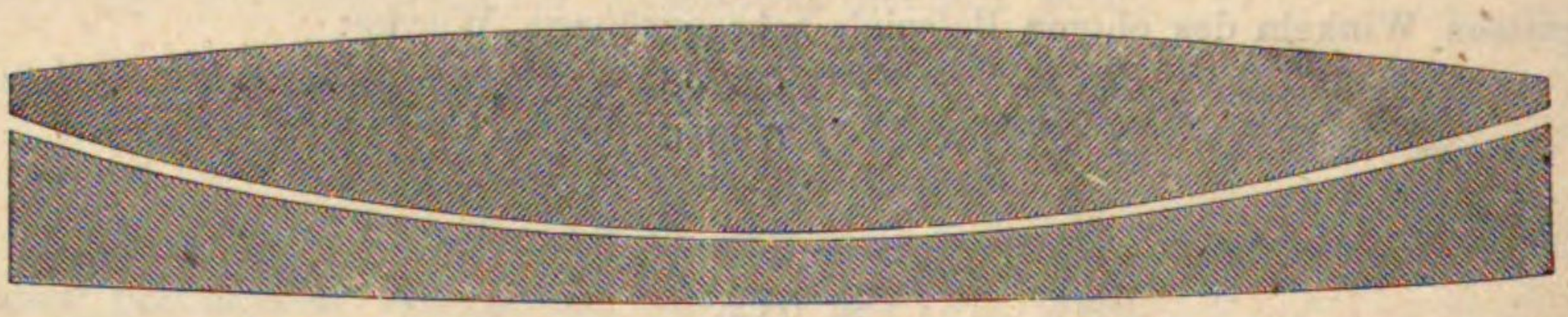
Dadurch verfügt man über vier Radien, welche zunächst nur der einen Forderung genügen müssen, eine bestimmte Brennweite zu liefern. Es können demnach noch drei weitere Gleichungen aufgestellt werden, mit welchen gewisse, an das System zu stellende Anforderungen erfüllt werden können.

Als nächste Anforderung wird dann stets diese gestellt, dass die Brennweite zweier Spectralfarben gleich werden. Dazu hat man nach Fraunhofer die hellsten zu wählen, etwa D und E oder man kann nach Steinheil und Seidel ein Ausgleichungsverfahren anwenden, wobei keine Lichtart mit D oder E vollkommen vereinigt, sondern alle nach Massgabe ihrer Helligkeit beigezogen werden.

Durch eine dritte Gleichung sucht man die sphärische Abweichung in der Axe zu heben, indem man bewirkt, dass die der Axe parallelen Randstrahlen mit den Centralstrahlen nach einem und demselben Punkte convergiren. Dieses kann nur dadurch erreicht werden, dass man den Gang der Lichtstrahlen durch die beiden Linsen eingehender verfolgt als es durch Anwendung unserer auf Centralstrahlen allein anwendbaren Gleichungen geschieht.

Die vierte Gleichung kann zur Erreichung eines weiteren Vorteils verwendet werden, der dem Systeme seinen besonderen Charakter verleiht. So haben nach Fraunhofer auch Gauss und W. Herschel achromatische Objective berechnet, welche den ersten drei Bedingungen genügen und doch noch in der Form sehr verschieden sind. Nach Seidels*) Untersuchungen hat das Fraunhofer'sche Objectiv die Eigenthümlichkeit, dass die sphärische Abweichung auch ausserhalb der Axe, über das ganze Gesichtsfeld hin, mit grosser Annäherung aufgehoben ist. Dieses wird erreicht, wenn man dafür sorgt, dass auch solche Strahlen, welche zwar parallel unter sich, aber nicht der Axe parallel einfallen und somit schon annähernd nach einem ausserhalb der Axe liegenden Punkte des Bildes convergiren, genauer in einem Punkte vereinigt werden als dieses ohne besondere Vorsorge geschieht.

Fig. 549.



Es folgen hier (in Pariser Linien) die Maasse eines Fraunhofer'schen Objectivs, nämlich des von Bessel beschriebenen Königsberger Heliometers, welches eine Brennweite von 1131,455 Par. Linien hat.

$r_1 = +\ 838{,}164$ Par. Linien.
$r_2 = -\ 333{,}768$ »
$r_3 = -\ 340{,}536$ »
$r_4 = -\ 1172{,}508$ »

Die Gläserdicken sind: $d_1 = 6'''$, $d_2 = 4'''$, die mittleren Brechungsexponenten $n_1 = 1{,}529130$, $n_2 = 1{,}639121$. Das mittlere Zerstreuungsverhältniss 2,025.

Die Form der Fraunhofer'schen Objective ist durch Fig. 549 angedeutet.

*) Seidel, Zur Dioptrik. Astron. Nachrichten N. 1029. 1856.

VI. Dunkle Strahlen.

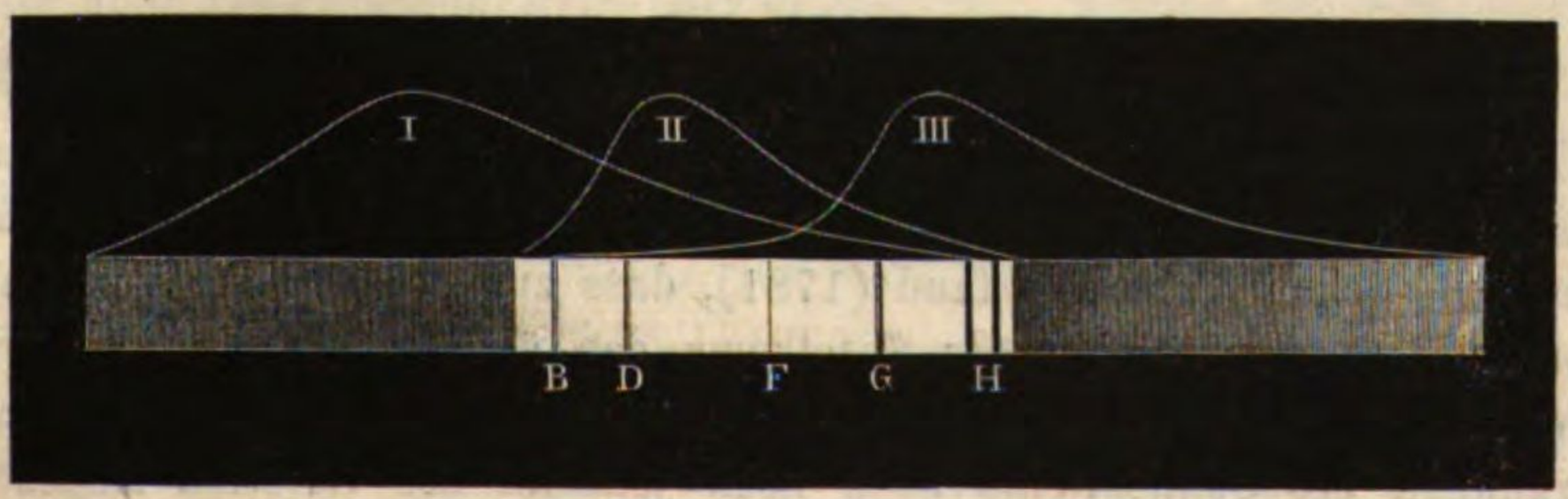
§. 673.

Das Wärmespectrum. — Mit dem Lichte sendet uns die Sonne zugleich Wärme. Schon W. Herschel stellte sich die Frage, ob mit den Lichtstrahlen auch die Wärmestrahlen durch Brechung abgelenkt und nach bestimmten Gesetzen über das Spectrum hin verbreitet werden. Indem er ein Quecksilberthermometer an verschiedene Stellen eines durch ein Glasprisma erzeugten Sonnenspectrums hielt, bemerkte er in der That Wärmewirkungen von verschiedener Stärke und machte überdiess die wichtige Entdeckung, dass diese Wirkungen nicht auf die vom Farbenspectrum beschienenen Stellen beschränkt sind, sondern sich noch über das rothe Ende desselben hinaus erstrecken.

Es finden sich demnach in einem Strahlenbüschel, welches wir von der Sonne erhalten, Strahlen, welche geringere Brechbarkeit besitzen als die Strahlen des äussersten Roth und keinen Eindruck auf den Gesichtssinn machen, wohl aber Wärmewirkungen hervorbringen. Herschel nannte sie dunkle Wärme.

Als Melloni später erkannt hatte, dass Glas die dunklen Wärmestrahlen in grosser Menge absorbirt, nahm J. Müller die Versuche Herschels wieder auf, indem er das Glasprisma durch ein Prisma von Steinsalz ersetzte, welches gleiche Procente von hellen und dunklen Wärmestrahlen durchlässt. Zugleich verwendete er eine Linse von Steinsalz zur Concentration der Strahlen. So gelang es ihm, die Intensitätsverhältnisse der im Sonnenlichte enthaltenen Wärmestrahlen von verschiedener Brechbarkeit zu ermitteln.

Fig. 550.



Die Wärmewirkungen beginnen schwach am violetten Ende des Spectrums und nehmen gegen das rothe Ende hin stetig zu; ihr Maximum aber erreichen sie jenseits des Roth an einer Stelle, welche von der

Linie A ungefähr ebenso weit absteht, als andererseits die Linie D. Sie verlieren sich allmählig in einer Entfernung von A, welche ungefähr eben so gross ist als die ganze Länge des Lichtspectrums. Die Intensitätscurve ist in Fig. 550 eingetragen. Man entnimmt daraus, dass von der Sonne ungefähr doppelt soviel unsichtbare als sichtbare Wärme auf dem Erdboden ankommt. Das Spectrum der dunklen Strahlen wird in sieben gleiche Theile getheilt, deren Grenzen mit O_1, O_2 . . . O_7 bezeichnet sind.

§. 674.

Methode der Messung. — Melloni und Müller bedienten sich bei diesen Untersuchungen nicht des Quecksilberthermometers, sondern der von Nobili erfundenen thermoelectrischen Säule, welche schon in §. 321 beschrieben ist. Dieselbe war aus einer Reihe von Antimon- und Wismuthstäbchen so zusammengesetzt, dass die ungeraden Löthstellen alle auf der einen, die geraden auf der entgegengesetzten Seite dicht neben einander lagen. Von den Enden der Kette liefen Leitungsdrähte nach einem aus wenigen dicken Kupferdrähten gebildeten Galvanometer.

Für den vorliegenden Zweck prüft man die Proportionalität zwischen Intensität der Wärmestrahlung und Ablenkung der Galvanometernadel durch folgenden einfachen Versuch.

Nachdem zunächst die beiderseitigen Einwirkungen der Umgebung compensirt sind, nähert man von der einen Seite eine Wärmequelle, die eine Ablenkung von 10° hervorbringen mag. Während diese fortwirkt, lässt man eine zweite intensivere Strahlung auf die andere Seite einwirken, und nähert diese Wärmequelle, bis die Nadel um 10° nach der anderen Seite abgelenkt ist. Bringt nun nach Entfernung der ersten Wärmequelle die zweite allein eine Ablenkung von 20° hervor, so ist innerhalb der ersten 20 Grade die Ablenkung der Intensität der einwirkenden Strahlung proportional.

§. 675.

Chemisches Spectrum. — Auch auf der anderen Seite des Sonnenspectrums erlöschen die Wirkungen nicht zugleich mit den sichtbaren Strahlen. Schon Scheele fand (1781), dass zur Schwärzung von Chlorsilber unter allen Stellen des Spectrums das äusserste Violett am wirksamsten ist. Nachdem dann Wollaston gezeigt hatte, dass chemische Wirkungen des Sonnenlichts auch noch jenseits des violetten Endes erfolgen, photographirte 1842 Edm. Bequerel das von einem sehr reinen Flintglasprisma entwickelte Sonnenspectrum und fand in dem Bilde, welches sich noch um die Länge des Lichtspectrums über das Violett hinaus erstreckte, nicht nur die Frauenhofer'schen Linien, sondern noch eine

grosse Menge anderer im ultravioletten Theile, deren Hauptgruppen er mit den Buchstaben L, M, N, O, P, Q, R, S, T bezeichnete. Diese vorzugsweise chemisch wirkenden ultravioletten Strahlen kann man sehen, wenn man alles andere Licht sorgfältig abhält und die Empfindlichkeit des Auges durch längeres Verweilen im Finstern erhöht. Sie erscheinen dann in einem schwach röthlichen Grau.

§. 676.

Intensitätsverhältniss der chemisch wirksamen Strahlen. — Wird die Einwirkung nicht zu lange fortgesetzt, so gibt die Tiefe der Schwärzung, welche photographisch präparirtes Papier im Sonnenspectrum erfährt, ein Maass für die chemische Intensität der Sonnenstrahlen verschiedener Brechbarkeit.

E. Bequerel versuchte, dieselbe auch noch auf anderem Wege zu bestimmen. Er hielt eine von zwei gleichen polirten Silberplatten über Joddämpfe bis sie auf der einen Seite eine violette Färbung zeigte, und stellte darauf beide Platten parallel in eine Glaskufe, welche eine Flüssigkeit von schwachem electrischem Leitungsvermögen enthielt. Liess er nun auf die nach aussen gewendete jodirte Fläche chemisch wirksame Sonnenstrahlen fallen, so zeigte die Nadel eines empfindlichen Galvanoscops (eines Multiplicators von 3000 Windungen) einen Strom an, nach dessen Stärke die Intensität der chemischen Strahlen bemessen wurde. Die so erhaltenen Intensitätsverhältnisse sind durch die dritte Curve in Fig. 550 dargestellt.

§. 677.

Die Sonne sendet somit drei Arten von Strahlen aus, dunkle Wärmestrahlen, sichtbare farbige Strahlen und sehr schwach sichtbare chemisch wirksame Strahlen. Sie sind in dem unzerlegten Strahlenbündel gemischt, da sie aber verschiedene Brechbarkeit besitzen, werden sie beim Durchgang durch ein Prisma getrennt. Im sichtbaren Theile des Spectrums scheinen alle drei Arten von Strahlen gemischt, an den Enden treten nur solche von einseitiger Wirkungsfähigkeit auf. Die ultravioletten Strahlen geben kaum Licht oder Wärme, die ultrarothen kein Licht und keine chemische Wirkung.

Man fasst diese Mannigfaltigkeit der Wirkungen des Sonnenlichts so auf: Aetherschwingungen von gewisser mittlerer Oscillationsdauer werden als Licht wahrgenommen, wenn hiezu geeignete Organe vorhanden sind. Ueberschreitet die Geschwindigkeit der Oscillationen eine gewisse obere Grenze oder sinkt sie unter eine gewisse Grösse herab, so hört das Auge auf sie als Licht zu empfinden.

Die sichtbaren Strahlen bringen Wärmewirkungen hervor, wenn sie auf Oberflächen fallen, welche die Aether-Bewegung ganz oder theilweise aufnehmen und in die jene Wirkungen bedingende Form der Molekularbewegung umsetzen. Dieselben Strahlen wirken auch chemisch, wenn sie Stoffe antreffen, welche durch Aufnahme sehr rascher Aetherschwingungen in ihre Bestandtheile zerlegt werden.

Diese Auffassung ist im Allgemeinen wohl begründet und wird durch die schwache Sichtbarkeit der ultravioletten Strahlen mehr gestützt als entkräftet. Die Unsichtbarkeit der ultrarothen Strahlen ist ein Beweis für die Unempfindlichkeit des Sehnervs gegen Strahlen geringerer Brechbarkeit, nachdem Tyndall*) nachgewiesen hat, dass $^1/_5$ dieser Strahlen die Netzhaut treffen, während $^4/_5$ derselben von den Flüssigkeiten des Auges absorbirt werden.

Inwieweit die Identität von Licht und Wärme wahrscheinlich ist, wird sich aus dem Folgenden weiter ergeben.

---

*) Tyndall, Die Wärme als eine Art der Bewegung. 1871. Dieses Buch enthält eine Menge interessanter Thatsachen, Methoden und Ideen.

Achtes Kapitel.

Durchgang, Spiegelung; Zerstreuung der Aetherbewegung.

I. Transparenz.

§. 678.

Maass der Transparenz. — Das Strahlenbündel, welches durch die Grenzfläche eines Mediums eingedrungen ist, verliert bei Fortsetzung seines Weges stetig an Intensität und tritt demnach stets geschwächt wieder aus dem Medium aus. Trifft in irgend einem Querschnitt, welcher um die Strecke x von der ersten Grenzfläche absteht, die in parallelen Strahlen vordringende Lichtmenge J auf die Flächeneinheit, so steht der Verlust $-dJ$, den sie beim Durchdringen der folgenden Schichte von der Dieke dx erleidet, in der Beziehung

$$-dJ = kJ\,dx,$$

wobei die für ein homogenes Medium constante Zahl k den Bruchtheil des ankommenden Lichtes darstellt, welcher beim Durchdringen der Längeneinheit verloren geht.

Durch Integration erhält man

$$\log \frac{J_0}{J} = kx$$

oder

$$J = J_0\, e^{-kx},$$

wenn J_0 die auf die Flächeneinheit der Grenze einfallende Lichtmenge bedeutet.

Man kann den ächten Bruch e^{-k} durch β ersetzen, dann ist β der durch die Einheit der Dicke durchgelassene Bruchtheil des einfallenden Lichts und kann als Maass der Transparenz (Transparenzmodul) aufgefasst werden. Das Gesetz, welches die Intensität (J) des durchgelassenen Lichtes mit der Intensität (J_0) des einfallenden, der durchlaufenen Dicke x und dem Transparenzmodul des Mediums verbindet, ist dann durch die Gleichung dargestellt

$$J = J_0 \beta^x.$$

Dabei ist β im Allgemeinen nur für Strahlen einer bestimmten Brechbarkeit constant.

Es scheint nicht unzweckmässig, mit dem Fremdwort Transparenz den allgemeinen Begriff der Permeabilität für Aetherbewegung zu verbinden, und die Wörter Durchsichtigkeit, Diathermansie (Durchwärmigkeit) auf die besonderen Fälle von Transparenz für Licht und Wärme anzuwenden. Dann vertritt »Transparenz für chemische Strahlen« ein fehlendes Wort.

§. 679.

Ziel der Untersuchung. — Untersucht man einen Körper bezüglich seiner Transparenz für verschieden farbige Licht- und Wärmestrahlen, indem man die Lichtwirkung des directen Strahls mit der des durchgelassenen, dann die Wärmewirkung und endlich auch die chemische Wirkung dieser beiden Strahlen vergleicht, so werden zwei wichtige Fragen beantwortet:

1) Ob die Transparenz desselben Körpers für eines der einfarbigen Strahlenbündel aus dem hellen Theile des Spectrums, welches alle drei Wirkungen hervorbringt, verschieden ist, je nachdem man photometrisch, thermometrisch oder photographisch verfährt; 2) in wie weit die Transparenz desselben Körpers verschieden ist für verschiedene Farben des Lichts und der Wärme.

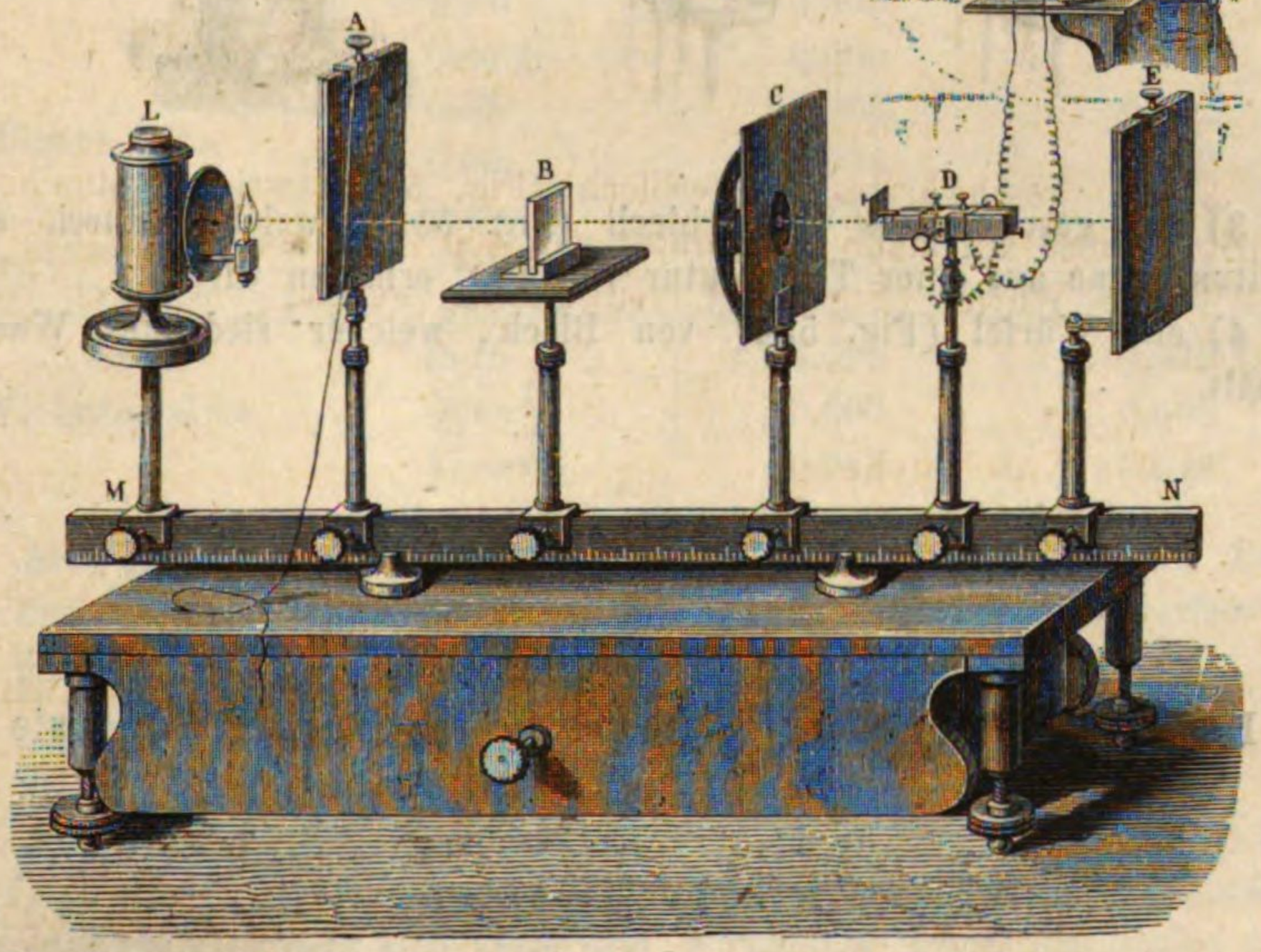
§. 680.

Das wichtigste Hilfsmittel für das experimentelle Studium der strahlenden Wärme bildet der **Mellonische Apparat.** Seine Einrichtung möge aus Folgendem klar werden.

Auf einem hölzernen Gestell (Fig. 551) ruht eine mit Theilung versehene metallene Schiene, auf welcher mehrere Säulchen, welche die Bestandtheile des Apparates tragen, verschoben werden können. Diese Bestandtheile sind: 1) Eine Wärmequelle L, 2) Ein Schirm A, der aus zwei durch eine Luftschichte getrennten Messingplatten besteht und um ein horizontales Scharnier seitlich abwärts gedreht wird, wenn man die Wirkung der Wärmequelle auf die übrigen Theile des Apparates zulassen will. Es geschieht dieses nicht mit der Hand, sondern durch Ziehen an

einem Seidenfaden. 3) Es folgt ein hölzernes Tischchen, welches die den Wärmestrahlen auszusetzende Substanz B trägt. 4) Ein zweiter Schirm C hat einen Ausschnitt, vor welchen zur Begrenzung des durchgelassenen

Fig. 551.



Lichtbündels Blendungen geschoben werden können. 5) Die thermoelectrische Säule D, deren Endflächen mit Russ überzogen und durch vorspringende Kupferhülsen vor seitlich einfallenden Strahlen geschützt sind. Die Kupferhülsen können durch Schieber abgeschlossen werden. 6) Ein Galvanometer F O, welches erschütterungsfrei aufgestellt ist, und 7) ein dritter Schirm E, welcher die abgewendete Seite der Thermosäule vor veränderlicher Strahlung schützen soll.

§. 681.

Die von Melloni benützten Wärmequellen sind:

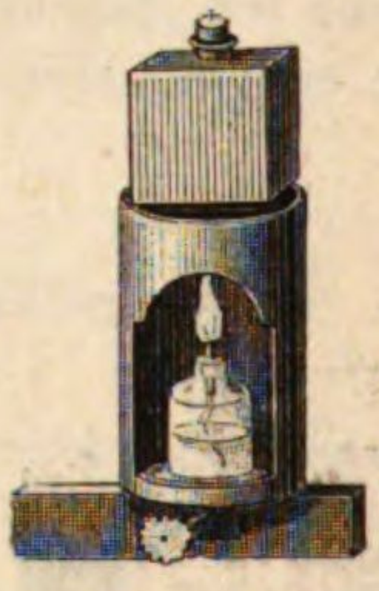
1) die Locatellische Lampe L (Fig. 551), welche keinen Kamin besitzt, aber mit einem reflectirenden Hohlspiegel aus Messing versehen ist;

2) eine Plattinspirale (Fig. 552), welche durch eine Spiritusflamme weiss glühend erhalten wird;

Fig. 552.

Fig. 553.

Fig. 554.



3) ein geschwärztes Kupferblech (Fig. 553), welches durch eine Spiritusflamme auf einer Temperatur von 400° erhalten wird;

4) ein Würfel (Fig. 554) von Blech, welcher siedendes Wasser enthält.

II. Vergleich zwischen Durchsichtigkeit und Diathermansie heller Strahlen.

§. 682.

Zur Untersuchung der Frage, ob ein bestimmter Körper die Lichtstrahlen einer bestimmten Farbe in stärkerem Verhältniss durchlässt als die Wärmestrahlen, haben Jamin und Masson sowohl photometrische als thermometrische Versuche angestellt. Mittelst eines Prismas aus Steinsalz und einer Linse aus dem gleichen Stoffe wurde ein Sonnenspectrum entwickelt. Als Medien, von welchen eine grosse Verschiedenheit im Verhalten gegen die verschiedenen Farben des Lichts zu erwarten stand, wurden eine grüne, eine blaue und eine violette Glasplatte ausgewählt und an jeder sowohl die Durchsichtigkeit als die Diathermansie für verschiedene Farben des Spectrums gemessen. Die folgende Tafel gibt die Resultate.

Tafel 1.

Durchlassende Substanz.	Durchgelassene Farbe.	Bruchtheil des Durchgelassenen an Licht.	an Wärme.
Grünes Glas	Roth	0,000	0,000
	Orange	0,044	0,040
	Gelb	0,080	0,098
	Grün	0,217	0,209
Blaues Glas	Roth	0,390	0,375
	Orange	0,000	0,000
	Gelb	0,008	0,012
	Grün	0,004	0,002
	Blau	0,132	0,131
	Violett	0,455	0,461
Violettes Glas	Roth	0,025	0,032
	Grün	0,000	0,000
	Violett	0,045	0,046

Aus diesen Versuchen folgt, dass die Lichtstrahlen einer Farbe von demselben Medium in gleichem Verhältniss durchgelassen werden wie die Wärmestrahlen.

§. 683.

Nimmt man hiezu die Versuche Ed. Bequerels über die chemische Wirksamkeit durchgelassener Lichtstrahlen, so folgt das interessante Gesammtresultat, dass sich diese drei Wirkungen durch Absorption nicht trennen lassen, dass vielmehr der durchgelassene Lichtstrahl Beleuchtung, Erwärmung, chemische Zersetzung zwar in geringerem Maasse, aber noch in gleichem Verhältnisse hervorbringt, wie der ursprüngliche. Oder: Kommt einem Körper für Lichtstrahlen einer bestimmten Brechbarkeit der Durchsichtigkeitsmodul β zu, so ist β zugleich der Modul seiner Diathermansie und seiner Permeabilität für die chemischen Strahlen dieser Farbe.

Durch dieses Resultat ist eine grosse Wahrscheinlichkeit für die Identität der Ursache dieser drei Wirkungen gewonnen.

III. Transparenz einer Substanz für Strahlen verschiedener Brechbarkeit.

§. 684.

Durchsichtigkeit. — Vollkommen durchsichtig wäre eine Substanz, welche kein Licht absorbirt, also den Durchsichtigkeitsmodul 1 besässe. Solche Substanzen gibt es nicht. Vollkommen farblos könnte auch eine unvollkommen durchsichtige Substanz sein, wenn sie nämlich alle Farben in gleichem Verhältnisse schwächen würde. Es muss im Allgemeinen bezweifelt werden, ob es solche Substanzen gibt; indessen gibt es manche Körper wie Luft, Wasser, Glas, Steinsalz- Alaun- Quarzkrystalle, welche in geringen Dicken merklich farblos sind, so dass erst bei grösserer Dicke der durchdrungenen Schichte gewisse Theile des sichtbaren Spectrums mehr geschwächt erscheinen als andere. Die allermeisten Substanzen aber erscheinen im durchfallenden Lichte farbig. Wird das durchgelassene Licht in ein Spectrum entwickelt, so zeigt sich darin in der Regel eine Stelle von vorherrschender Intensität, die übrigen schwächer in allmähligem Uebergang. So absorbirt z. B. ein durch Kupferoxydul roth gefärbtes Glas die Lichtstrahlen um so mehr, je stärker brechbar sie sind, und wendet man es in grösserer Dicke an, so verschwinden die Theile des Spectrums vom violetten Ende her und es reducirt sich dasselbe schliesslich auf das äusserste Roth.

Es gibt indessen Ausnahmen: Ein mit Kobalt blau gefärbtes Glas lässt ausser Grün, Blau und Violett (von E bis H) noch drei helle, durch breite dunkle Stellen unterbrochene Farbenstreifen stehen, einen im äussersten Roth, einen in Orange, den dritten in Gelb. Der weingeistige Auszug der Nesselblätter gibt fünf dunkle Unterbrechungsstellen.

Vollkommen undurchsichtige Medien gibt es insofern nicht, als alle Substanzen bei sehr geringer Dicke etwas Licht durchlassen oder durchscheinend werden.

Damit Metalle merklich Licht durchlassen, darf nach Quincke ihre Dicke höchstens $^1/_5$ der Wellenlänge des durchgelassenen Lichts betragen.

§. 685.

Die **Gase** zeigen ein besonders merkwürdiges Verhalten dadurch, dass ein jedes Lichtstrahlen von ganz bestimmer Brechbarkeit absorbirt, welche

scharf begrenzt zwischen anderen durchgelassenen Strahlen des Spectrums liegen, so dass Sonnenlicht, welches vorher durch eine z. B. mit Untersalpetersäure gefüllte Röhre ging, ein Spectrum gibt, in welchem die Anzahl der Fraunhofer'schen Linien durch neue ansehnlich vermehrt erscheint. Nachdem Brewster diese Entdeckung gemacht hatte, vermuthete er, dass einige der Fraunhofer'schen Linien von der Absorption gewisser Sonnenstrahlen durch die Atmosphäre der Erde herrühren möchten. In der That gelang Janssen der Nachweis, dass die Fraunhofer'schen Linien C und F in dem Spectrum eines entfernten Feuers sichtbar wurden, welches in der Nähe diese Linien nicht zeigte. Dieselben Linien traten in dem Spectrum einer Gasflamme auf, wenn ihr Licht durch eine lange Schichte von Wasserdampf gegangen war, welcher in einem eisernen Rohr auf 5 Atmosphären Spannung gehalten wurde. Es ist also wahrscheinlich, dass auch in dem ersten Versuche der in der Atmosphäre enthaltene Wasserdampf es war, welcher die Absorptionslinien erzeugte.

§. 686.

Diathermansie für helle Strahlen. — Farblose Substanzen müssen dem oben §. 683 bewiesenen Gesetze gemäss auch alle Wärmestrahlen, welche in den sichtbaren Theil des Spectrums fallen, in nahe gleichem Verhältniss durchlassen oder, insoweit der sichtbare Theil des Spectrums in Betracht kommt, athermochroisch sein.

Die Versuche von Jamin und Masson ergaben in dieser Beziehung

Tafel 2.

Durchlassende Substanz.	Durchgelassener Bruchtheil von		
	äusserstem Roth.	Gelb.	Grün.
Steinsalz	0,93	0,92	0,92
Glas	0,85	0,93	0,91
Alaun	0,84	0,94	0,92

§. 687.

Diathermansie für dunkle Wärmestrahlen. — Hier trennen sich die farblosen Substanzen, von denen wir soeben gesehen haben, dass ihre Diathermansie für leuchtende Strahlen merklich gleich ist.

Tafel 3.

Substanz.	äusserstem Roth.	Durchgelassener Bruchtheil von angrenzendem Dunkel O_1	O_2	O_3	O_7
Steinsalz	0,93	0,92	0,92	0,92	0,90
Glas	0,85	0,88	0,54	0,22	—
Alaun	0,84	0,41	0,29	—	—

Somit erweist sich Steinsalz allein als vollkommen athermochroisch auch den dunklen Wärmestrahlen gegenüber. Glas lässt zwar noch einen beträchtlichen Theil der dunklen Strahlen durch, jedoch nur solche von grösserer Brechbarkeit, wie sie den unten anzuführenden Versuchen Melloni's gemäss von dunklen Körpern höherer Temperatur ausgesandt werden. Alaun verhält sich der Art nach wie Glas, nur in noch ausgesprochenerem Maasse.

Auch die übrigen durchsichtigen Körper verhalten sich alle dem Glas und Alaun analog: sie verkürzen das dunkle Wärmespectrum um so mehr, je weiter sie in der folgenden Reihe zurückstehen: Steinsalz, Flussspath, Glas, Bergkrystall, Alaun, Wasser, Eis.

Schwärzt man diese Substanzen durch Russ, so absorbiren sie alle Lichtstrahlen, bleiben aber diatherman für die dunklen Wärmestrahlen, welche sie vorher durchliessen.

§. 688.

Nach Tyndall's Versuchen verhalten sich **farblose Gase** gegen dunkle Wärme ebenso verschieden, wie farblose feste und flüssige Substanzen.

Während die einfachen Gase Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff sich gegen Wärme von 100° C. nahezu vollkommen diatherman erweisen, absorbiren die folgenden zusammengesetzten Gase bei normaler Dichtigkeit (1 Atmosphäre Spannung) folgende Vielfache von dem, was Luft absorbirt.

Kohlenoxyd	90
Kohlensäure	90
Stickoxydul	355
Schwefelwasserstoff	390
Sumpfgas	403
Schwefelige Säure	710
Oelbildendes Gas	970

was bei 4 Fuss Länge der durchstrahlten Schichte 89% der Gesammtstrahlung gleichkommt.

Tyndall machte ausserdem die meteorologisch wichtige Entdeckung, dass feuchte Luft dunkle Wärme in sehr hohem Grade absorbirt, so zwar, dass nach seinen Angaben selbst an trockenen Tagen mindestens 10 Prozent der vom Erdboden ausgestrahlten Wärme innerhalb 10 Fuss von der Oberfläche aufgefangen werden. Der Wasserdampf, welcher bei gewöhnlicher Zimmertemperatur (20°) zur Sättigung der Luft hinreicht, absorbirt 90—100mal so viel dunkle Wärme als die Luft, in welcher er suspendirt ist, und seine Absorption ist seiner Dichtigkeit proportional.

Von anderer Art des Interesses ist die von Tyndall nachgewiesene starke Absorption der Wärme durch Ozon. Da sich hiedurch Ozon den zusammengesetzten Gasen anschliesst, vermuthet Tyndall, dass diese Modification des Sauerstoffs durch Vereinigung der Atome des elementaren Sauerstoffs zu Molekulargruppen gebildet wird.

§. 689.

Nach Ed. Bequerel's Untersuchungen lassen Quarz und Steinsalz auch die **ultravioletten Strahlen** in demselben Verhältnisse durch wie die leuchtenden, während Alkohol, Glas, Wasser dieselben etwas stärker schwächen.

Als dann verschiedene Flüssigkeiten, in Kufen von Quarz gefasst, in den Weg der ultravioletten Strahlen gestellt wurden, ergaben sich ähnliche Abstufungen wie bezüglich der Diathermansie, einige absorbirten nur die brechbarsten Strahlen, andere alle ultravioletten bis zur Linie H.

Tafel 4.

Durchlassende Substanz.	Grenze des Spectrums.
Terpentinöl	N
Salpetersäure, Eupion, Aldehyd, Amyljodid, Zitronenöl	M
Creosot, Bittermandelöl, Uranglas, Chininbisulfat	H

IV. Untersuchung von Licht- und Wärmequellen.

§. 690.

Die Natur einer Licht- oder Wärmequelle ist durch das Intensitätsverhältniss der Strahlen verschiedener Brechbarkeit bestimmt, die sie aussendet. Bezeichnen wir für ein bestimmtes Strahlenbündel mit O_1, O_2 .... O_7 die mittleren Intensitäten der 7 Abtheilungen des dunklen Wärmespectrums mit L_1, L_2 .... L_7 die mittleren Intensitäten von 7 Abtheilungen des Lichtspectrums und mit A_1, A_2 .... A_7 die Intensitäten der 7 Abtheilungen der ultravioletten Strahlen, so ist die Gesammtintensität des Strahlenbündels

$$J = (O_1 + O_2 + ... + O_7) + (L_1 + L_2 + ... + L_7) + (A_1 + A_2 + ... A_7).$$

Eine bestimmte Substanz von der Dicke x wird für die einzelnen Partien im Allgemeinen ungleiche Transparenzcoefficienten haben, so dass die Intensität J' des von ihr durchgelassenen Strahlenbündels dargestellt ist durch

$$J' = (O_1 \alpha^x + O_2 \alpha_2{}^x + \ldots + O_7 \alpha_7{}^x) + (L_1 \beta_1{}^x + L_2 \beta_2{}^x \ldots L_7 \beta_7{}^x) + (A_1 \gamma_1{}^x + A_2 \gamma_2{}^x \ldots A_7 \gamma_7{}^x)$$

und das Verhältniss der Intensität, welches für $x = 1$ den mittleren Transparenzcoefficienten bedeutet, wird

$$\frac{J'}{J} = \frac{(O_1 \alpha_1{}^x + \ldots O_7 \alpha_7{}^x) + (L_1 \beta_1{}^x + \ldots L_7 \beta_7{}^x) + (A_1 \gamma_1{}^x + \ldots A_7 \gamma_7{}^x)}{(O_1 + \ldots O_7) + (L_1 + \ldots L_7) + (A_1 + \ldots A_7)}.$$

Beschränken wir die Untersuchung einer Licht- oder Wärmequelle auf ihre thermometrische Wirkung, so ist bezüglich der Wirkung auf das Thermometer $A_1 = \ldots = A_7 =$ Null anzunehmen. Benützen wir farblose Substanzen von gleicher Dicke, welche wir der Einfachheit wegen gleich Eins setzen: so ist $\beta_1 = \beta_2 \ldots = \beta_7$ und für Glas und Alaun von der Grösse 0,90.

Sind ferner noch durch vorausgegangene Untersuchungen die α der Substanz bekannt, wie z. B. aus Tafel 3 für Glas $\alpha_1 = 0{,}88$, $\alpha_2 = 0{,}54$, $\alpha_3 = 0{,}22$, $\alpha_4 = ... \alpha_7 = 0$, so hat man nach einem Versuche mit dem Melloni'schen Apparate*), der einen Zahlenwerth (0,39) für $\frac{J'}{J}$ liefert, beispielsweise

$$0{,}39 = \frac{0{,}88\ O_1 + 0{,}54\ O_2 + 0{,}22\ O_3 + 0{,}90\ \Sigma\,(L)}{\Sigma\,(O) + \Sigma\,(L)},$$

*) Siehe die Tabelle am Schlusse dieses Paragraphen und den folgenden §. 690.

also eine Gleichung mit 5 Unbekannten, zu welcher noch

$$\Sigma\,(O) + \Sigma\,(L) = J$$

zugezogen werden kann.

Man kann schon hieraus schliessen, dass in dieser Wärmequelle die leuchtenden Strahlen weniger als 0,43 von J ausmachen.

Lässt man die Strahlen dieser Quelle durch Alaun gehen, so erhält man durch den Versuch und Anwendung der Tafel 3

$$0{,}09\ J = 0{,}41\ O_1 + 0{,}29\ O_2 + 0{,}90\ \Sigma\,(L)$$

und erfährt nun, dass die sichtbaren Strahlen $\Sigma\,(L)$ noch nicht 0,1 der gesammten Wärmestrahlen des directen Strahlenbündels liefern. Durch Vergleichung beider Resultate

$$0{,}30\ J = 0{,}47\ O_1 + 0{,}25\ O_2 + 0{,}22\ O_3$$
$$\text{oder } 0{,}60\ J = 0{,}98\ O_1 + 0{,}50\ O_2 + 0{,}44\ O_3$$

ergibt sich dann, dass die am meisten brechbaren dunklen Strahlen O_1, O_2, O_3 allein mehr als 60% der ganzen Wärmewirkung des directen Strahlenbündels geben.

Man erkennt aus diesen Beispielen hinreichend den Plan der Untersuchung: Jeder farblose Stoff von bekannten α (ausser Steinsalz) gibt eine neue Gleichung, die zur Bestimmung der Intensitätsverhältnisse $\frac{\Sigma\,(L)}{J}, \frac{O_1}{J}, \frac{O_2}{J}$ . . . verwendet werden kann. Die zur Erläuterung dienenden Zahlen hat Melloni für Strahlen der Locatelli'schen Lampe erhalten.

Die durch Glas und Alaun für die dunkle Wärme des Kupfers von 400° erhaltenen Gleichungen

$$0{,}06\ J = 0{,}88\ O_1 + 0{,}54\ O_2 + 0{,}22\ O_3$$
$$0 = 0{,}41\ O_1 + 0{,}29\ O_2$$

sind so aufzufassen, dass dunkle Strahlen von der Brechbarkeit O_1, O_2 überhaupt nicht ausgesandt werden, dass ferner die brechbarsten der ausgesandten Strahlen (O_3) etwa $\frac{6}{22}$ des Strahlenbündels ausmachen, während $\frac{16}{22}$ desselben auf die weniger brechbaren $O_4 + \ldots . O_7$ kommen.

Man wird demgemäss die in der folgenden Tafel zusammengestellten Versuchsresultate Melloni's würdigen, welche die mittlere Transparenz einiger (optisch) farblosen Medien gegen verschiedene Wärmequellen geben. Diese Tafel bedarf der Ergänzung durch eine zweite, der Tafel 3 entsprechende, welche die Transparenzmodule (α) der farblosen Medien für dunkle Wärmestrahlen enthält.

Tafel (5) über Diathermansie optisch farbloser fester Körper.

Namen der Substanzen. Dicke = 2,6 Millimeter.	Durchgelassene Wärme: Procente der totalen Strahlung.			
	Locatelli'sche Lampe.	Weissglühendes Platin.	Kupfer bei 400° C.	Kupfer bei 100° C.
Steinsalz	92,3	92,3	92,3	92,3
Flussspath	72	69	42	33
Doppelspath	39	28	6	0
Glas	39	24	6	0
Bergkrystall	38	28	6	3
Weisser Topas	33	24	4	0
Alaun	9	2	0	0
Eis	6	0,5	0	0

§. 691.

Lässt man die Wärmestrahlen, welche von einem optisch farblosen Medium (z. B. Glas) durchgelassen sind, durch ein zweites (z. B. Alaun) gehen, so kann es sich treffen, dass die absolute Intensität des aus dem zweiten Medium austretenden Strahlenbündels nicht viel geringer ist, als diejenige, welche man bei gänzlichem Fehlen des ersten Mediums durch das zweite allein erhält. Dieses wird um so mehr der Fall sein, je mehr die hellen Strahlen im durchgelassenen Strahlenbündel vorherrschen. Lässt man z. B. die Strahlen der Locatelli'schen Lampe zuerst durch Glas, dann durch Alaun gehen, so berechnet sich die relative Intensität des zuletzt austretenden Strahlenbündels mit Hilfe der Tafel 3 aus

$$0{,}88 \,.\, 0{,}41 \; O_1 + 0{,}54 \,.\, 0{,}29 \; O_2 + 0{,}90 \,.\, 0{,}90 \; \Sigma \,(L)$$

oder aus

$$0{,}36 \; O_1 + 0{,}15 \; O_2 + 0{,}81 \; \Sigma \,(L),$$

während das nur durch Alaun gegangene Strahlenbündel die Intensität

$$0{,}41 \; O_1 + 0{,}29 \; O_2 + 0{,}90 \; \Sigma \,(L)$$

besitzt. Es kann somit recht wohl die durch beide Platten geschwächte Wärme nahe 0,9 derjenigen sein, welche durch die Alaunplatte allein hindurchdringen würde. Daraus folgt, dass die Alaunplatte, welche nur 9% der directen Wärmestrahlung durchlässt, mehr als 20% der Strahlen durchlassen kann, die schon durch eine Glasplatte gegangen sind, und

dass eine zweite Alaunplatte nahe 90% der Wärme durchlässt, welche durch eine erste Alaunplatte geläutert ist. Die Erfahrung bestätigt diesen Schluss vollkommen.

§. 692.

Die Ermittelung des Verhältnisses der von einer Flamme ausgesandten leuchtenden und dunklen Wärme ist durch eine Entdeckung Tyndall's ausserordentlich erleichtert. Tyndall fand nämlich, dass eine Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff, welche als Schichte von 7—8^{zm} Dicke das intensivste Licht vollständig verdunkelt, für dunkle Wärme vollkommen diatherman ist. Durch Anwendung einer solchen Lösung und des Melloni'schen Apparates fand Tyndall in den folgenden Wärmequellen die beigesetzten Verhältnisse von leuchtender und dunkler Wärme.

Wärmequelle.	Wärme absorbirt.	Wärme durchgegangen.
Lampenruss (100° C.)	0	100
Rothglühende Platinspirale	0	100
Wasserstoffflamme	0	100
Oelflamme	3	97
Gasflamme	4	96
Weissglühende Platinspirale	4,6	95,4
Electrisches Licht	10	90

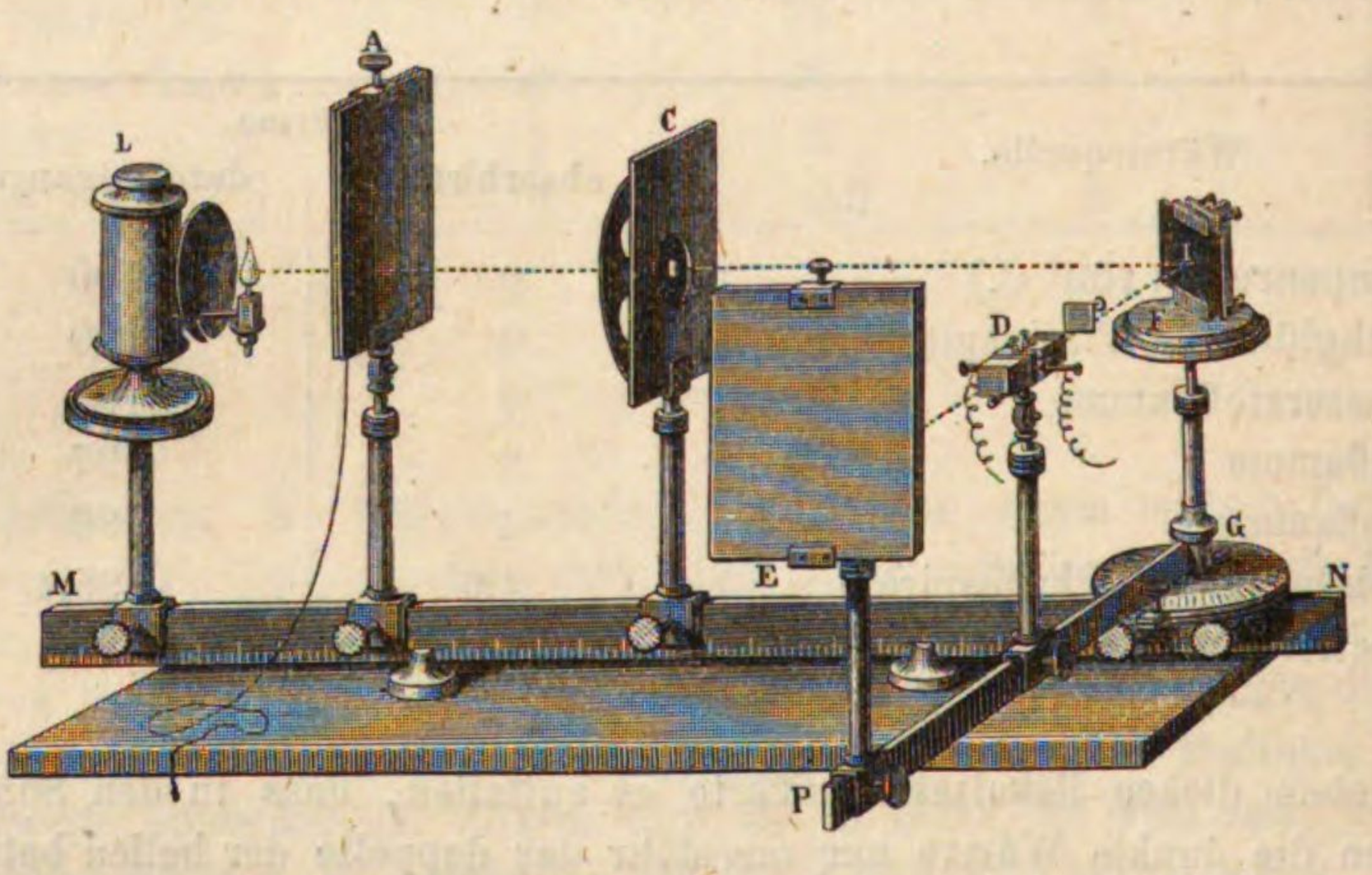
Neben diesen Resultaten müsste es auffallen, dass in den Sonnenstrahlen die dunkle Wärme nur ungefähr das doppelte der hellen beträgt, wenn wir nicht in §. 687 erfahren hätten, dass der in der Luft enthaltene Wasserdampf (und die Kohlensäure) die dunklen Strahlen kräftig absorbirt. Denken wir uns das Sonnenlicht von der Zusammensetzung des elektrischen, so erhalten wir auf Grundlage der Versuche Tyndalls über das Verhältniss der dunklen zur hellen Wärme des electrischen Lichts eine approximative Schätzung der Wirkung des Wasserdampfs der Atmosphäre: er absorbirt $\frac{7}{9}$ der dunklen Sonnenwärme.

V. Relative Intensität des gespiegelten Lichts und der Wärme.

§. 693.

Anordnung der Versuche. — Um zu untersuchen, wie gross der aliquote Theil der Wärme ist, welcher von spiegelnden Flächen unter verschiedenen Neigungswinkeln reflectirt wird, gab Melloni dem nach ihm benannten Apparate die aus Fig. 555 ersichtliche Anordnung. Die spiegelnde Fläche L war auf einem Tischchen F senkrecht zur Ebene

Fig. 555.



einer Kreistheilung aufgestellt. Am Fuss des Tischchens befand sich eine zweite Kreistheilung G, welche den Winkel abzulesen ermöglichte, den die Richtung der drehbaren Leiste G P, welche die Thermosäule D trug, mit der Richtung der einfallenden Strahlen bildete.

Es wurde nun zunächst die Leiste G P in die Verlängerung von M N gesetzt und die Intensität der directen Strahlen gemessen. Dann wurde die spiegelnde Platte aufgesetzt und durch Drehung von F der gewünschte Einfallswinkel hergestellt. War dann noch die Leiste G P um das Doppelte dieses Winkels gedreht, so wirkten die reflectirten Strahlen normal auf die bewusste Fläche der Thermosäule.

Nach Melloni haben De la Provostaye und Desains dasselbe Problem aufgenommen und die relative Intensität der reflectirten Strahlen auch photometrisch ermittelt. Folgende Tabelle gibt die von ihnen für eine unbelegte Glasplatte erhaltenen Resultate, welche beweisen, dass

die Reflexion der Wärmestrahlen in gleichem Masse wie die der Lichtstrahlen vom Reflexionswinkel abhängt.

Einfallswinkel.	Bruchtheil der durch Reflexion erhaltenen in Procenten.	
	Wärmestrahlen	Lichtstrahlen
80°	55,1	54,6
75	40,7	40,8
70	30,6	30,8
60	18,0	18,3
50	11,7	11,7
40	8,1	8,1
30	6,1	6,1
20	5,0	5,0

Metallspiegel reflectiren mehr Licht und Wärme als Glas, aber sie reflectiren vorzugsweise diejenigen Farben, in welchen sie selbst erscheinen. So spiegelt z. B. Messing bei 70° Einfallswinkel 90% der dunklen Wärmestrahlen, 75% der rothen, 63% der grünen Strahlen. Hingegen absorbirt Zink die dunklen Strahlen und reflectirt 60% der rothen, 65% der grünen Strahlen.

VI. Diffusion der Strahlen.

§. 694.

Beleuchtete Oberflächen erscheinen nur dadurch in bestimmter Färbung, dass sie von dem aufgefallenen Lichte nach allen Seiten hin zerstreuen. Vollkommen spiegelnde Flächen würden überhaupt nicht gesehen werden.

Nicht spiegelnde Flächen nennen wir matt. Als vollkommen matt müssten solche Flächen gelten, welche bei jeder Beleuchtung, unter beliebigem Winkel betrachtet, gleich hell erscheinen und insbesondere in der Richtung der nach dem Spiegelungsgesetz reflectirten Strahlen erhöhten Glanz nicht zeigen würden. Solche Flächen sind ebenso unwahrscheinlich wie vollkommene Spiegel. Doch kommen die meisten Lehmfarbanstriche dem vollkommen Matten nahe.

Wie schon oben (§. 663) erklärt, nennen wir eine matte Oberfläche weiss, wenn die Intensitätsverhältnisse der Strahlen verschie-

dener Brechbarkeit in dem von ihr zerstreuten Lichte die gleichen sind wie im auffallenden. Ob eine Oberfläche weiss ist, kann man dadurch prüfen, dass man sie durch ein Prisma betrachtet: Das gesehene Spectrum müsste in seinen verschiedenen Theilen die gleichen Helligkeitsverhältnisse zeigen wie das directe Sonnenspectrum.

Man fasst übrigens den Begriff der Weisse (Albedo) einer matten Fläche nach Lambert allgemeiner als denjenigen Bruchtheil des auffallenden Sonnenlichts, den die Fläche zerstreut, ohne dabei auf die Zusammensetzung des zerstreuten Lichts Rücksicht zu nehmen.

Die übrigen Farben matter Flächen kommen dadurch zu Stande, dass in dem von der Fläche zerstreuten Lichte gewisse Theile des Spectrums gegen andere bevorzugt sind. Selten fehlen dabei Strahlen von gewisser Brechbarkeit ganz, aber ihre Intensität steht zurück gegen die Intensität derjenigen Strahlen, welche der eigenthümlichen Farbe der Fläche verwandt sind. Betrachtet man z. B. eine im Sonnenlicht grün erscheinende Fläche durch ein Prisma, so findet man Grün, Gelb, Blau intensiver als Orange und Violett, und das complementäre Roth ist sehr schwach.

Fällt rothes Licht auf eine im Sonnenlicht grün gefärbte Fläche, so erscheint sie dunkel, weil sie nicht im Stande ist, von dem auffallenden rothen Lichte erhebliche Mengen zu zerstreuen. Es findet somit an matten Flächen im Allgemeinen keine Umsetzung des Lichtes in solches von anderer Brechbarkeit statt.

Im diffusen Lichte einer im Sonnenlichte blau erscheinenden Fläche ist auch Grün meistens stark vertreten, sie kann also eine beträchtliche Menge des grünen Lichts (diffus) reflectiren. Fällt nun auf eine solche Fläche das gelbe oder orangefarbige Licht unserer Kerzenflammen, welches zwar noch viel Grün, aber sehr wenig Blau enthält, so kann im diffusen Lichte Grün dadurch vorherrschend werden, dass ein kleinerer Bruchtheil der grösseren Menge des auffallenden Grün grösser wird, als der grössere Bruchtheil des wenigen Blau, welches die Kerzenflamme liefert, und die bei Sonnenlicht blaue Fläche erscheint dann bei Kerzenlicht grün.

Ueber den Grad der Weisse (Albedo) verschiedener Oberflächen gibt Zöllner *) einige Versuchsresultate:

Substanz.	Weisse.
Schnee	0,783
Weisses Papier	0,700
Weisser Sandstein	0,237
Thonmergel	0,156
Quarz-Porphyr	0,108
Feuchte Ackererde	0,079
Dunkelgrauer Syenit	0,078

*) Zöllner, Photom. Untersuchungen. 1865.

§. 695.

Melloni und nach ihm De la Provostaye und Desains haben die von verschiedenen matten Oberflächen **zerstreute Wärme** der Messung unterzogen und sind zu Resultaten gelangt, welche mit denen von Zöllner für Licht erhaltenen wohl übereinstimmen. Sie fanden z. B., dass von einem Bleiweissüberzug 82 Procente der auffallenden Wärme sofort durch Strahlung zerstreut wurden, dass mattes Silber 76% zerstreut und selbst Zinnober 48%.

Die Unmittelbarkeit der mit der Bestrahlung der Flächen zugleich eintretenden Wirkung lässt diese Resultate als reine Oberflächenwirkung erscheinen, welche (insbesondere vom praktischen Gesichtspunkte aus) von der Emission absorbirter Wärme, welche bereits eine Temperaturerhöhung des Körpers hervorgebracht hat, wohl zu unterscheiden ist.

Bringt man diese über Diffusion der Wärme und des Lichts gewonnenen Resultate mit der oben (§. 692) erwähnten Sichtung der Lichtstrahlen durch Spiegelung in Verbindung, so erhält man Anhaltspunkte für folgende Auffassung des Vorgangs der Diffusion des Lichts:

Jeder Lichtstrahl wird von dem Flächenelement, auf welches er trifft, nach dem Reflexionsgesetze gespiegelt.

Die Gesammtwirkung erfolgt desshalb nach allen Richtungen hin, weil die spiegelnden Flächenelemente eine unendliche Mannigfaltigkeit der Neigungen gegen die einfallenden Strahlen darbieten.

Diese zuerst von Bouguer 1729 aufgestellte Ansicht wird gestützt und weiter gebildet durch Messungen von Quincke*), aus welchen folgt, dass das reflectirte Licht bis zu einer Tiefe, die eben so gross oder wenig kleiner als eine Wellenlänge ist, in Metall eingedrungen war.

*) Quincke, Pogg. Ann. Bd. 119. 1863.

Neuntes Kapitel.

Emission und Absorption der Aetherbewegung.

I. Grundlagen der Photometrie.

§. 696.

Wärme und Lichtquellen senden im Allgemeinen Strahlen von sehr verschiedener Brechbarkeit aus. Zwischen der Brechbarkeit der ausgesandten Strahlen und der Temperatur des aussendenden Körpers besteht folgender Zusammenhang. Ein Körper, dessen Temperatur niedriger ist als 100° C. gibt nur dunkle Wärmestrahlen von sehr geringer Brechbarkeit ab. Bei 400° reicht das Wärmespectrum bis O_3. Erhöht man die Temperatur bis 525°, so gesellen sich die dunklen Wärmestrahlen von höherer Brechbarkeit bis zur Grenze des Roth hinzu. Bei weiterer Temperaturerhöhung bis 720° wird der Körper schwach rothglühend und enthält ausser den dunklen Strahlen noch die hellen bis zur Linie C. Erhitzt man noch mehr, so wird der Körper immer heller, zugleich dehnt sich sein Spectrum weiter aus und reicht in der auf 1165° geschätzten Weissglühhitze bis zur Linie H. Bei weiterer Erhitzung beginnen auch die ultravioletten Strahlen aufzutreten.

Wenn demnach die Entscheidung der Frage, ob ein Körper Strahlen bestimmter Brechbarkeit aussendet oder nicht, nur von der Temperatur des Körpers, nicht von seiner chemischen Zusammensetzung abhängt, so ist doch dieser Vorgang nicht so aufzufassen als brächte die weitere Erwärmung nur neue Strahlenarten hinzu, vielmehr wächst zugleich auch die Menge der schon bei tieferer Temperatur vorhandenen Strahlen.

§. 697.

Allgemeines Gesetz der Bestrahlung eines Flächenelementes durch ein Flächenelement. — Sei $d\varphi$ das leuchtende,*) df das beleuchtete Flächenelement, r ihr Abstand, J die Intensität der Lichtquelle ($d\varphi$), so ist, wenn beide Elemente normal zu ihrer Verbindungslinie r stehen, die Beleuchtung

$$B_0 = \frac{J\, d\varphi\, df}{r^2}.$$

Hiermit ist der Begriff der Intensität einer Lichtquelle durch eine Wirkung des Lichts definirt. Sie ist nämlich gemessen durch die Beleuchtung der Flächeneinheit, welche der Flächeneinheit der Lichtquelle in der Entfernung 1 normal gegenübersteht. Dabei müssen die Dimensionen der Flächeneinheit gegen die Längeneinheit so klein gedacht werden, dass alle Emissions- und Einfallswinkel auf den beiden Flächeneinheiten gleich sind, was z. B. bei Annahme des Quadratmillimeters und des Meters merklich der Fall ist.

Das Gesetz, nach welchem die Beleuchtung in demselben Verhältniss abnimmt, als das Quadrat der Entfernung wächst, bedarf hier keiner besonderen Rechtfertigung, da es für die Ausbreitung irgend einer Wellenbewegung bereits bewiesen wurde. Experimentell lässt sich dasselbe durch Anwendung eines der im Folgenden zu beschreibenden Photometer beweisen.

Ist die Normale des Flächenelements df um den spitzen Winkel i gegen r geneigt, so ist i der Einfallswinkel, und das Element df erhält nur ebensoviel Strahlen, als auf seine Projection in eine zu r senkrechte Ebene treffen. Die Beleuchtung von df wird dann

$$B_1 = \frac{J\, d\varphi\, df \cos i}{r^2}.$$

Steht endlich auch noch $d\varphi$ schief auf r, indem seine Normale den Winkel ε mit r bildet, so ist ε der Emissionswinkel der Strahlen, und $d\varphi$ sendet in der Richtung r nur so viel Licht, als (bei gleicher Intensität) seine Projection in eine zu r senkrechte Ebene, Licht nach df senden würde. Somit ist in diesem allgemeinen Fall

$$B = \frac{J\, d\varphi\, df \cos\varepsilon \cos i}{r^2}.$$

Von der Beleuchtung geht man auf die Helligkeit des beleuchteten Flächenelementes durch Multiplication mit seiner Weisse (Albedo) über,

---

*) Die Ausdrücke: Lichtquelle, Beleuchtung etc. werden hier statt der allgemeineren: Ursprünglicher Aussender einer Aetherbewegung, Lebendige Kraft ankommender Aetherbewegung etc. gebraucht.

auf die Erwärmung durch Multiplication mit dem Absorptionscoefficienten und Berücksichtigung des Wasserwerthes.

§. 698.

Voraussetzungen für die Giltigkeit des Emissionsgesetzes. — Das soeben ausgesprochene Emissionsgesetz,*) dem gemäss die Qantität der von einem Flächenelement nach einer bestimmten Richtung (r) gesandten Strahlen dem Cosinus des Winkels proportional ist, welchen die Normale des Elements mit der Richtung (r) bildet, ist mit Vorsicht anzuwenden.

Dasselbe hat optisch nur dann Giltigkeit, wenn die mit gleich grosser Pupillenöffnung gesehene Helligkeit des leuchtenden Flächenelements bei allen Winkeln ε, welche seine Normale mit der Richtung r bilden mag, gleich gross ist.

Findet nämlich die Neigung (ε) statt, so ist das Bild von $d\varphi$ auf der Netzhaut von der Grösse $b \cos \varepsilon$, wenn es vorher bei senkrechter Stellung des $d\varphi$ gegen r die Grösse b hatte. Fiel vorher die Lichtmenge a auf das Bild b, so war $\frac{a}{b}$ die gesehene Helligkeit; und fällt jetzt die Lichtmenge a' auf $b \cos \varepsilon$, so ist die gesehene Helligkeit $\frac{a'}{b \cos \varepsilon}$.

Wenn nun $\frac{a'}{b \cos \varepsilon} = \frac{a}{b}$, so ist

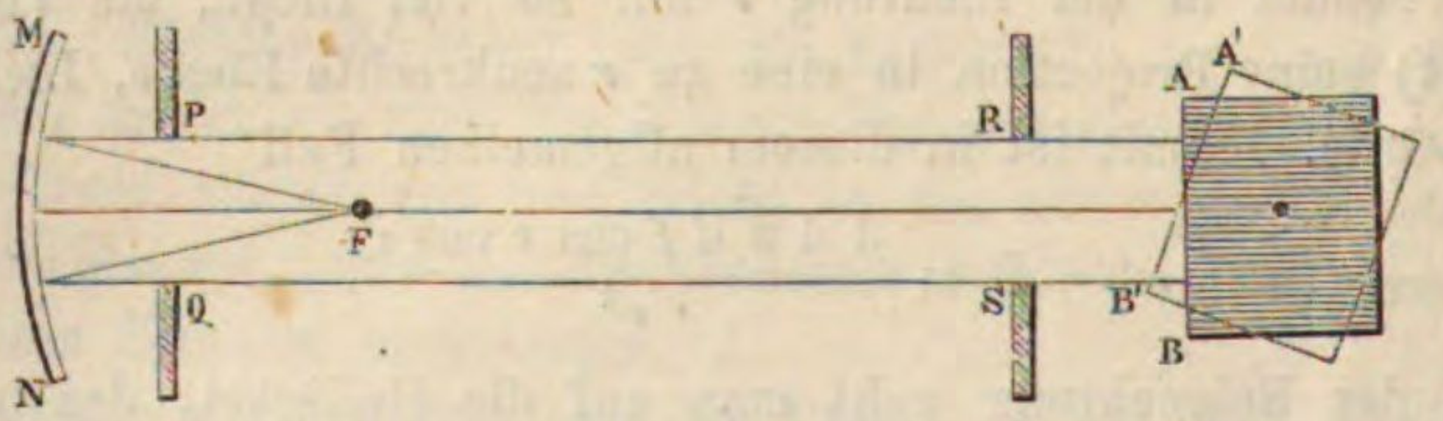
$$a' = a \cos \varepsilon.$$

Die auf das Netzhautbild des Elements $d\varphi$ treffende Lichtmenge ist aber der von $d\varphi$ in die Richtung r ausgesandten proportional, so lange die Pupille des Auges gleich bleibt.

Folglich gilt der Satz.

Glühende Körper, welche, von krummen Flächen begrenzt, als durchaus helle Scheiben erscheinen, gehorchen dem Emissionsgesetze. Ebenso

Fig. 556.



beleuchtete matte Flächen, welche unter allen Neigungswinkeln gleich hell erscheinen.

---

*) Zuerst von Lambert (1750) in seiner Photometria aufgestellt.

Bei Wärmestrahlen hat Leslie zur Prüfung des Emissionsgesetzes die in Fig. 556 skizzirte Methode angewandt.

Durch die Oeffnungen R S und P Q zweier Schirme fallen die Wärmestrahlen der vertikalen Ebene A B (z. B. einer Seite des mit siedendem Wasser gefüllten Würfels) auf den Hohlspiegel M N und erwärmen das im Focus F dieses Spiegels aufgestellte Thermometer. Wenn dann die Temperatursteigerung bei der schiefen Stellung A' B' der strahlenden Ebene gleich gross ausfällt, ist die Zulässigkeit des Emissionsgesetzes für die Fläche A B erwiesen.

II. Photometer.

§. 699.

Das **Verhältniss der Leuchtkraft** zweier Lichtquellen wird man in der Regel nach den Helligkeiten zu bemessen haben, welche sie durch Beleuchtung einer Fläche hervorbringen.

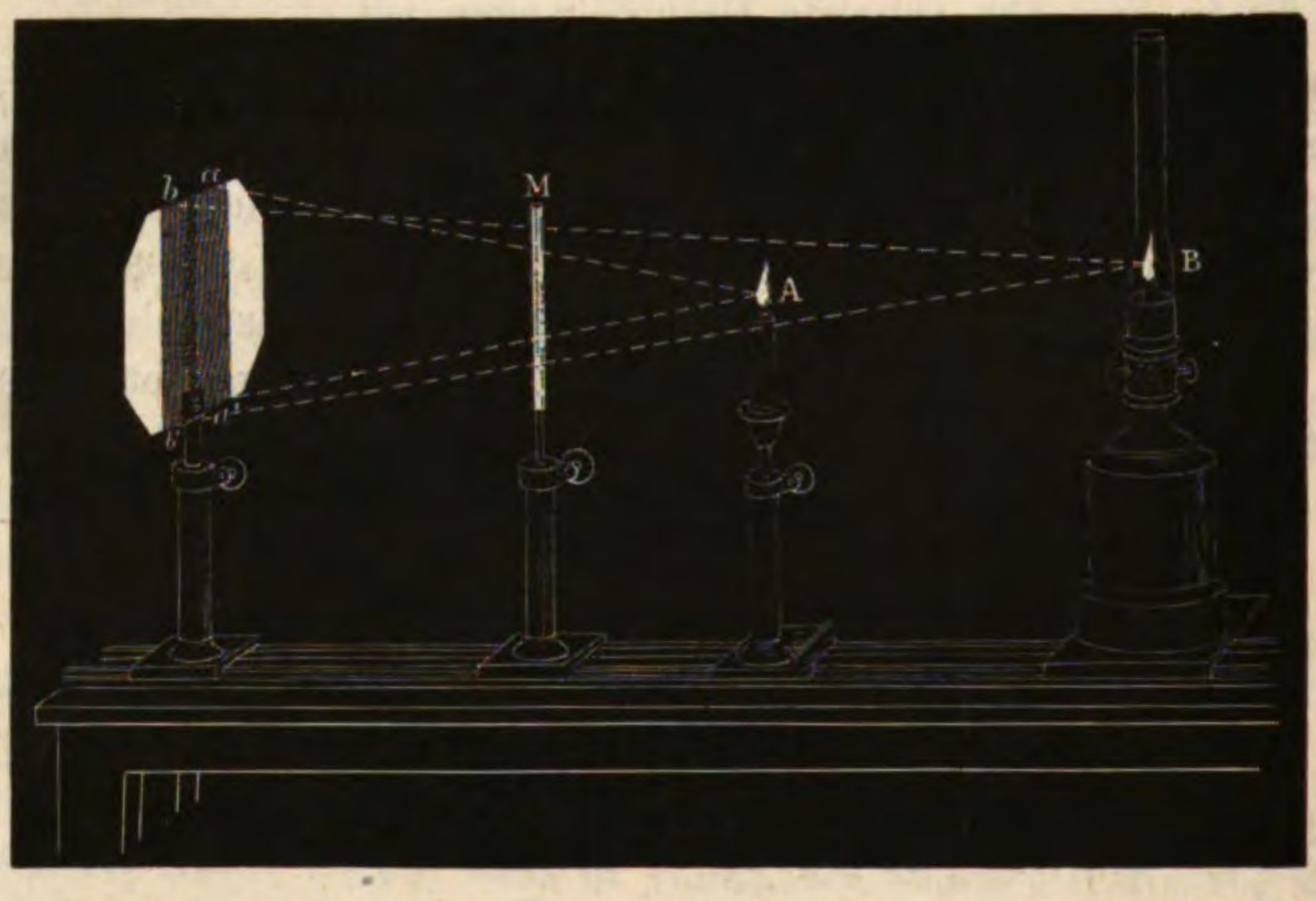
Bei allen zum Zweck einer solchen Vergleichung dienenden Anordnungen ist als Princip festzuhalten, dass das Auge mit Sicherheit nur darüber entscheiden kann, ob zwei gleichzeitig und unmittelbar neben einander auftretende Helligkeiten von gleicher Farbe gleich gross sind oder nicht. Verschiedene Färbung, räumliche Trennung erschweren das Augenurteil, grössere Zeitintervalle sind ganz unzulässig.

§. 700.

Bei dem **Photometer von Rumford** (Fig. 557) wird ein undurchsichtiger cylindrischer Körper M (Bleistift) vor der gleichförmig weissen Fläche eines ebenen Schirmes aufgestellt. Die bezüglich ihrer Leuchtkraft zu vergleichenden Lichter werden in gleicher Höhe zu beiden Seiten der Ebene angebracht, welche durch die Axe des undurchsichtigen Cylinders geht und senkrecht auf dem Schirme steht.

Bei dieser Anordnung beleuchtet A die Stelle *b b* des Schirmes, von welcher der Stab M das Licht der Leuchte B abhält und umgekehrt. Nachdem man das schwächere Licht (A) in beliebiger, doch nicht allzu geringer Entfernung vom Schirme hinter M aufgestellt hat, entfernt man das stärkere Licht (B) so weit, dass die unmittelbar an einander stossenden

Fig. 557.



einseitig beleuchteten Stellen gleich hell erscheinen. Sodann misst man die Entfernungen A b und B a der beiden Leuchten vom Schirme und hat für das Verhältniss der Leuchtkräfte

$$\frac{J\,(A)}{J\,(B)} = \frac{(A\,b)^2}{(B\,a)^2}.$$

§. 701.

Bunsens Photometer. — Beleuchtet man einen Papierschirm, in welchem eine Stelle durch Einschmelzen von Stearin transparenter gemacht ist, so erscheint der Stearinfleck dunkler als seine Umgebung, wenn sich Auge und Lichtquelle auf derselben Seite des Schirmes befinden, dagegen heller, wenn die Lichtquelle jenseits des Schirmes ist. Nehmen wir letztere Stellung an und nähern eine zweite Lichtquelle dem Schirm von unserer Seite her, so wird in einer bestimmten, mit grosser Schärfe bestimmbaren Entfernung der Stearinfleck verschwinden. Es geschieht dieses, wenn die Summe des von jenseits durchgelassenen und von diesseits zerstreuten Lichts an der transparenten Stelle ebenso gross ist als an dem Papier der Umgebung.

Bleibt das jenseits aufgestellte Licht (Nr. 1) constant, bis diesseits die gleiche Wirkung von einem dritten Lichte hervorgebracht worden ist, so verhalten sich die Leuchtkräfte des zweiten und dritten Lichtes wie die Quadrate ihrer Abstände vom Schirme.

§. 702.

Nähere Erörterung des Bunsen'schen Photometers. — Bezeichnet man mit β, ζ die Transparenz- und Zerstreuungscoefficienten des Stearinflecks, mit β', ζ' die analogen Coefficienten des umgebenden Papiers, ferner mit B_1, B_2 die an der Flächeneinheit innen und aussen ankommende Lichtmenge, so ist nach Beendigung des Versuchs

$$\beta B_1 + \zeta B_2 = \beta' B_1 + \zeta' B_2$$

oder

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\beta - \beta'}{\zeta' - \zeta'}$$

Ist ferner α der Absorptionscoefficient des Stearinflecks und α' der des Papiers, so ist

$$\alpha + \beta + \zeta = 1$$
$$\alpha' + \beta' + \zeta' = 1,$$

folglich

$$(\beta - \beta') - (\zeta' - \zeta) = \alpha' - \alpha.$$

Man dürfte also aus dem Verschwinden des Stearinflecks nur dann auf die Gleichheit der von diesseits und jenseits an der Flächeneinheit ankommenden Lichtmenge schliessen, wenn $\alpha' = \alpha$ wäre, d. h. wenn Papier und Stearinfleck gleichviel Licht absorbirten, was im Allgemeinen unwahrscheinlich ist.

Verschwände der Stearinfleck auf beiden Seiten gleichzeitig, so wäre bei gleicher Beschaffenheit der beiden Oberflächen des Papiers

$$\beta B_2 + \zeta B_1 = \beta' B_2 + \zeta' B_1,$$

also

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\zeta' - \zeta}{\beta' - \beta}$$

Hieraus würde dann in Verbindung mit dem Vorigen folgen $B_1 = B_2$ und auch $\alpha' = \alpha$. Die Erfahrung lehrt aber, dass der Stearinfleck beiderseits nicht gleichzeitig verschwindet. Man kann also beim Bunsen'schen Photometer zwei Leuchtkräfte nicht dadurch vergleichen, dass man sie von verschiedenen Seiten auf den Schirm einwirken lässt, sondern es muss das oben angegebene Verfahren eingehalten werden.

§. 703.

Die beschriebenen Photometer können verwendet werden, den **relativen Leuchtwerth** eines Beleuchtungsmaterials zu ermitteln oder zu controliren, wenn man mit den photometrischen Messungen noch solche über Materialverbrauch verbindet und den Preis des Materials in Rechnung zieht. Sind die Leuchtkräfte der Lichter L_1 und L_2 den Zahlen J_1 und J_2 proportional, und kostet das bei dieser Leuchtkraft in der Zeiteinheit (Stunde) verbrauchte Material bezüglich p_1 und p_2 Pfennige, so verhalten sich die Leuchtwerthe der beiden Lichter wie die Zahlen $\frac{J_1}{p_1}$ und $\frac{J_2}{p_2}$.

§. 704.

Zu **Helligkeitsmessungen am Himmel** hat Seidel ein von Steinheil (1834) construirtes Instrument benützt. Dasselbe ist ein Fernrohr, dessen Objectiv durch einen längs der optischen Axe geführten Schnitt in zwei Hälften getheilt ist. Vor jeder dieser Hälften befindet sich ein rechtwinkliges gleichseitiges Prisma, welches das Licht eines Sternes durch innere Reflexion dem Objectiv zuführt. Die Prismen können um eine zur optischen Axe parallele gedreht werden. Die Objective sind längs einer Scala verschiebbar, das Ocular steht fest. Hat man es durch Drehen des Fernrohrs und der Prismen dahin gebracht, dass die zu vergleichenden beiden Sterne im Gesichtsfelde sind, so kann man die beiden Objective zunächst verschieben, bis beide Bilder als scharfe Lichtpunkte erscheinen, und den zugehörigen Scalenpunkt N_0 notiren.

Nun wird durch Verschiebung der Objective das Licht jedes der beiden Sterne in eine Fläche (Zerstreuungskreis) ausgebreitet, und man notirt diejenigen Scalenpunkte N_1 N_2, in welchen sich die Objective befinden, wenn beide Lichtflächen gleich hell erscheinen. Dann sind $N_1 - N_0 = a_1$ und $N_2 - N_0 = a_2$ die Axen der Lichtkegel, auf deren Grundflächen f_1, f_2 das Licht i_1, i_2 der Sterne ausgebreitet ist, welches durch das Objectiv einfiel.

Nun verhalten sich die von den Sternen gesendeten Lichtmengen (i_1, i_2) wie die Flächen (f_1, f_2) gleicher Helligkeit und diese (wegen Gleichheit des Divergenzwinkels) wie die Quadrate der Axen.

Somit hat man

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}.$$

Die von Seidel*) mit diesem Instrumente ausgeführten Messungen ergaben werthvolle Resultate: 1) die Helligkeitsverhältnisse von 208 der vorzüglichsten Fixsterne (1862), 2) die Helligkeitsverhältnisse der vier hellsten Planeten und 3) Kenntnisse über die Extinction (Absorption) des Lichtes durch die Atmosphäre, welche man dem Bestreben Seidels verdankt, seine Messungen von dem Einflusse derselben zu befreien. Die folgenden Tafeln geben einige dieser Resultate. Die Extinctionstafel ist so gefasst, dass in der ersten Spalte die Zenithdistanz, in der zweiten die Helligkeit steht, welche einem Stern übrig bleibt, wenn er aus dem Zenith in die vorstehende Zenithdistanz übergeht.

---

*) Seidel, Abhandlungen der k. b. Acad. d. Wiss., insbesondere Monumenta saecularia 1859, und Band IX, Abth. III. 1862.

Tafel I.

Helligkeitsverhältnisse der hellsten Sterne und Planeten (1862).

Sirius	4,285	Beteigeuze	0,359
Wega	1,000	Fomalhaut	0,340
Rigel	0,979	Regulus	0,326
Capella	0,818	Deneb	0,310
Arcturus	0,794	Aldebaran	0,303
Prokyon	0,700	Antares	0,291
Atair	0,490	Pollux	0,289
Spica	0,485	Castor	0,256

Venus (grösster Glanz)	38,9
Jupiter (mittlere Opposition)	8,24
Mars » »	2,93
Saturn » »	0,466

Tafel II.

Extinction des Lichts in der Atmosphäre.

Zenithdistanz.	Helligkeit.	Zenithdistanz.	Helligkeit.
0°	1,000	65°	0,743
10°	1,000	70°	0,657
20°	0,997	75°	0,551
30°	0,992	80°	0,413
40°	0,973	82°	0,333
50°	0,920	84°	0,244
55°	0,877	86°	0,176
60°	0,818		

Diese von Seidel ermittelte Extinctionstafel hat sich nicht nur bei Seidels Beobachtungen, sondern auch bei den Untersuchungen Zöllners *) so trefflich bewährt, dass sie als das Resultat unserer Erfahrungen über die Abhängigkeit der Durchsichtigkeit der unbewölkten Athmosphäre von der Zenithdistanz gelten darf.

Als Ergänzung der Tafel I sollen hier noch einige auf anderem Wege von Zöllner über die Helligkeitsverhältnisse der Sonne, des Vollmonds und der Fixsterne gefundene Zahlen folgen. Zöllner fand die mittlere Helligkeit der Sonne 620,000mal grösser als die des Vollmonds, und 55760 Millionen mal grösser als die Helligkeit der Capella.

*) Zöllner, Photom. Untersuchungen. Leipzig 1865.

§. 705.

Radiometer. — In neuester Zeit hat Crookes Apparate (Radiometer) construirt, welche eine Umsetzung von Aetherbewegung in Rotation ponderabler Massen zur Anschauung bringen.

Fig. 558.

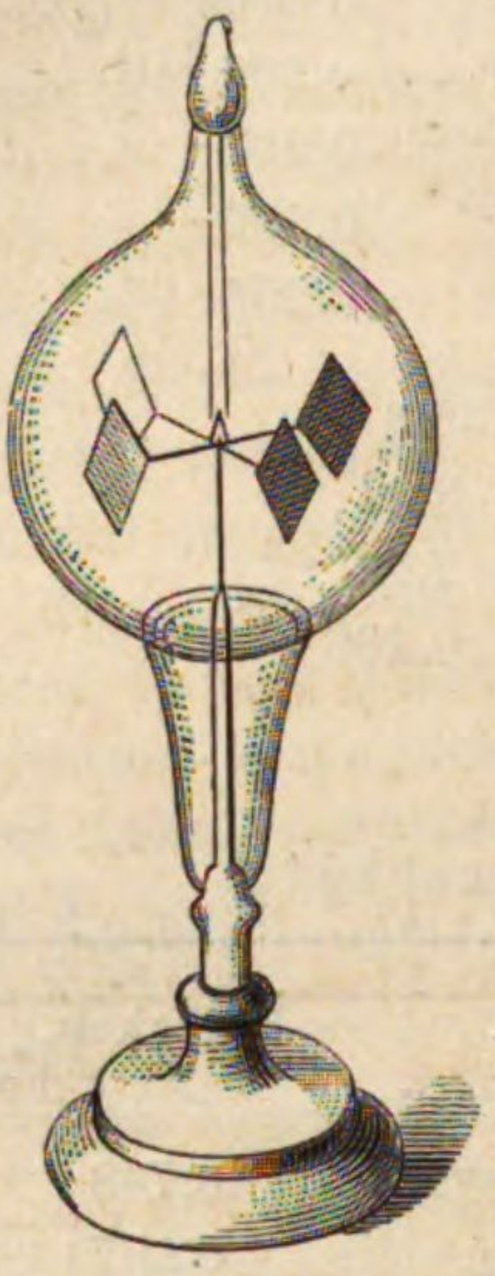


Fig. 558 zeigt ein von Dr. Geissler in Bonn ausgeführtes Radiometer. Vier Windflügel von je ein Quadratzentimeter Oberfläche sind aus je zwei Blättchen von Aluminium zusammengesetzt, von welchen eines berusst, das andere blank ist. Auch die Speichen sind von Aluminium und laufen in einen Ring zusammen, der sich um ein Hütchen von Glas legt. Dieses Hütchen läuft auf einer feinen Stahlspitze und wird bei schiefer Stellung des Instruments durch das von oben herabreichende Glasröhrchen vor dem Herunterfallen geschützt. Das ganze Rädchen ist in einen Glasballon eingesetzt, aus welchem die Luft mittelst der Quecksilberluftpumpe entfernt ist.

Bei Einwirkung von Licht- oder Wärmestrahlen dreht sich das Rädchen, so dass die berussten Flächen zurückweichen.

Vergleicht man die Einwirkung derselben Lichtquelle in zwei verschiedenen Entfernungen, indem man die Umdrehungen des Rädchens zählt, so verhalten sich die Zahlen der Umdrehungen umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen von der Lichtquelle. Somit kann das Radiometer zur photometrischen und thermometrischen Vergleichung von Lichtquellen derselben Art dienen, ohne dass man dabei an die Bedingung der Gleichzeitigkeit gebunden ist. Lichtquellen verschiedener Art lassen sich indessen mittelst dieses Radiometers photometrisch nicht vergleichen, da dasselbe auf die rothen und dunklen Wärmestrahlen stärker reagirt als das Auge. Als ich eine Gasflamme mit der stark röthlichen Flamme einer dicken Stearinkerze mittelst des Rumford'schen Photometers verglich, erhielt ich 4 : 1 für das Verhältniss der Leuchtkräfte, während das Radiometer nicht ganz 3 : 1 gab.

Die Theorie des Instrumentes ist noch nicht hinreichend festgestellt, doch scheint das rückständige Gas eine hervorragende Rolle zu spielen.*)

---

*) Vgl. G. J. Stoney im Märzheft des Philos. Mag. 1876.

III. Das Licht glühender Gase.

§. 706.

Spectra der Flammen. — Die Spectra selbstleuchtender Körper sind stetig, wenn die Körper fest oder flüssig sind. Es lässt sich dieses nachweisen an dem Lichte des weissglühenden Kalkes (beim Drummond'schen Lichte), am electrischen Kohlenlichte, an brennendem Magnesium und auch an Flammen, welche vermöge der in ihnen glühenden Kohlentheilchen leuchten.

Glühende Gase verhalten sich anders. Ihr Spectrum beschränkt sich auf einzelne scharfbegrenzte helle Linien, welche an verschiedenen Stellen des Spectrums mit der diesen Stellen eigenthümlichen Farbe auftreten. Glühende Gase senden somit Licht aus, welches aus nur wenigen dem Gase eigenthümlichen Strahlenarten besteht und sich demnach an denjenigen Stellen des Spectrums zusammendrängt, wohin diese Strahlen ihren Brechungsexponenten gemäss fallen müssen.

Gase, deren Spectra untersucht werden sollen, bringt man am besten dadurch zum Glühen, dass man sie, stark verdünnt (1^{mm} Spannung), in Geissler'sche Röhren, welche, an den Enden weiter, in der Mitte, auf eine Strecke von 8—10 Zentimeter hin, nicht über 2^{mm} Durchmesser haben, einschliesst und den electrischen Strom eines Ruhmkorff'schen Inductionsapparates oder einer Holtz'schen Influenzmaschine hindurchleitet. Plücker hat auf diese Weise die Spectra verschiedener Gase ermittelt.

Lässt man den electrischen Funken nach und nach zwischen Electroden von verschiedenem Metall überschlagen, so zeigt sein Spectrum helle Linien, welche zur Charakterisirung des betreffenden Metalls dienen können. In dieser Weisse haben Masson und Foucault (letzterer indem er die eine Kohlenelectrode des electrischen Kohlenlichtes durch ein Metall ersetzte) die Spectra der gasförmig gewordenen Metalle untersucht.

§. 707.

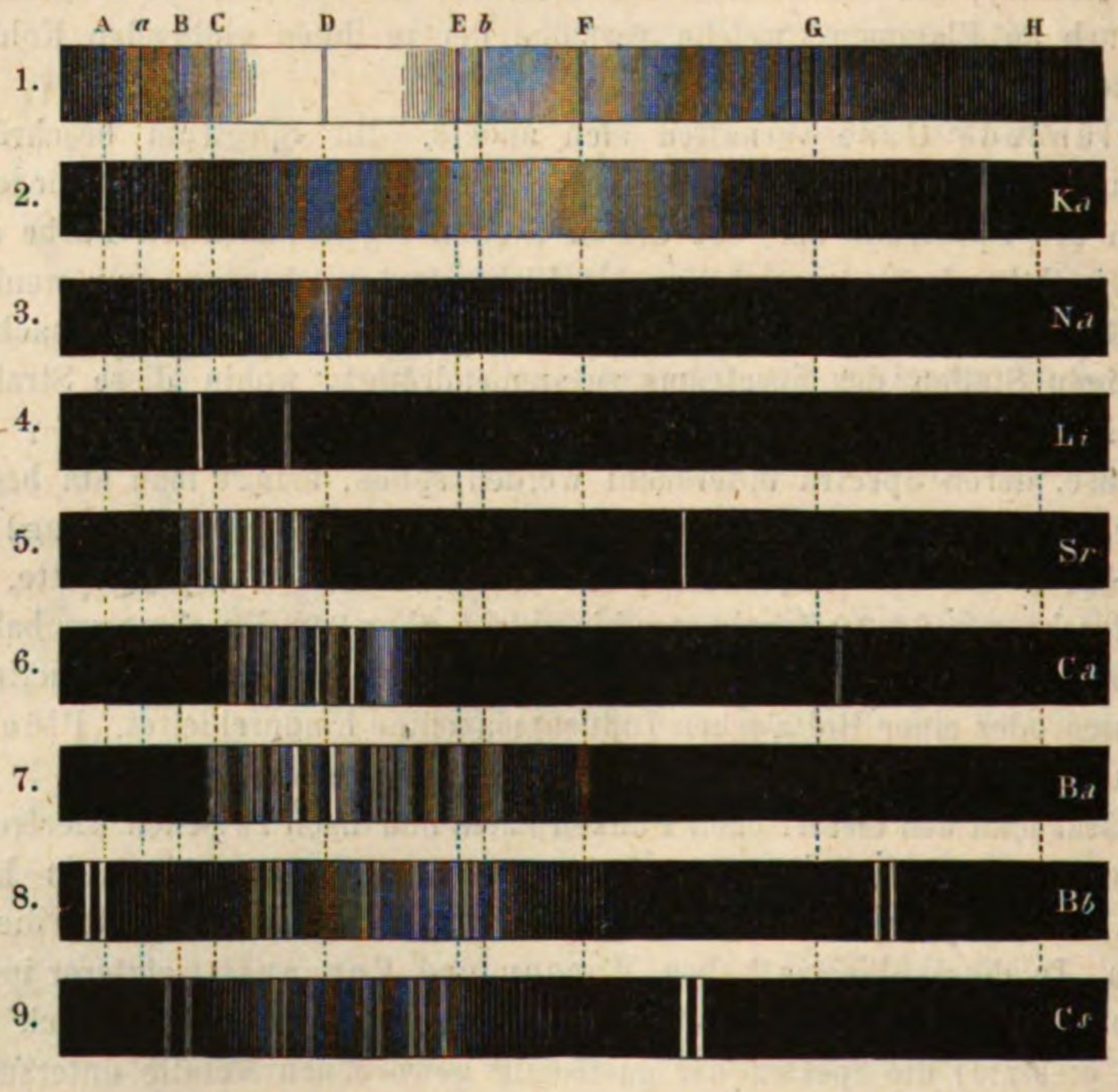
Spectralanalyse. — Endlich sind Kirchhoff und Bunsen durch ihre berühmte Untersuchung über die Spectra gasförmigen Körper (1855) zu Resultaten von weittragender Bedeutung gelangt.

Die mit reichlichem Luftzutritt brennende Gasflamme des Bunsen'schen Brenners gibt für sich ein kaum sichtbares Spectrum ohne Linien. Hält man in diese Flamme einen Platindraht, den man mit irgend einer Salzlösung benetzt hat, so treten im Spectrum diejenigen hellen Linien auf, welche das in dem Salze chemisch gebundene Metall charakterisiren.

Alle Natriumsalze zeigen dann an der Stelle, wo im Sonnenspectrum die dunkle Doppellinie D auftritt, zwei durch einen dunklen Streifen von geringer Ausdehnung unterbrochene helle Linien: das Spectrum des Natriums (Fig. 559).

Alle Lithiumsalze geben das Spectrum des Lithiums; nämlich zwei helle Linien, deren eine im Roth zwischen B und C, die andere in Orange zwischen C und D des Sonnenspectrums liegt.

Fig. 559.



Ebenso geben die in der nicht leuchtenden Flamme des Bunsen'schen Brenners verflüchtigten Salze des Kaliums das Spectrum dieses Metalls (Zeile 2 der Fig. 559) und die Salze des Strontiums, Calciums, Bariums, die in derselben Figur Zeile 5, 6, 7 gezeichneten und mit dem in der ersten Zeile stehenden Sonnenspectrum verglichenen Spectra der betreffenden Metalle.

Es wird demnach durch Spectralanalyse die Anwesenheit dieser Metalle in irgend welchen chemischen Verbindungen auf das Unzweideutigste qualitativ nachgewiesen. Diese Methode ist so empfindlich, dass z. B. drei Milligramme Chlornatrium, in einem Zimmer verpufft, hin-

reichen, in den Spectren aller Flammen, welche in diesem Zimmer brennen, die Natriumlinie hervorzurufen.

Die ausserordentliche Empfindlichkeit und Sicherheit der Spectralanalyse hat zur Entdeckung von vier neuen Metallen geführt: Nachdem Kirchhoff und Bunsen aus dem sächsischen Lepidolith (Lithium-Glimmer) alle bekannten Metalle ausser Kalium und Natrium ausgeschieden hatten, gab der Rest ausser den Spectren dieser beiden Metalle noch zwei besonders auffallend helle Linien im äussersten Roth, zwei im Indigo und eine Reihe anderer wie sie Zeile 8 der Figur 559 zeigt. Es gelang ihnen dann, das Metall, welches die Ursache dieser Erscheinung war, zu isoliren, seine chemische Aequivalentzahl (85) und seine Affinitäten festzustellen. Sie gaben ihm, der charakteristischen Linien im Roth wegen, den Namen Rubidium. In ähnlicher Weise fanden sie in der Dürkheimer Soole das Caesium, dessen Spectrum in der untersten Zeile der Fig. 559 eingetragen und durch zwei helle Linien in Blau ausgezeichnet ist. Crookes entdeckte durch Spectralanalyse das bereits mit schönem Erfolg zur Fabrikation stark farbenzerstreuenden Glases verwendete Thallium, dessen Spectrum eine helle Linie im Grün enthält. Reich und Richter entdeckten das Indium an einer neuen hellen Linie im Indigo.

Auch die übrigen Metalle haben charakteristische Spectra, welche etwas complicirter sind als die angeführten. Kirchhoff hat dieselben für jedes Metall gezeichnet, indem er das Spectrum des electrischen Funkens, welcher zwischen Electroden des zu untersuchenden Metalls überging, mit dem des unmittelbar darunter auftretenden Sonnenspectrums verglich. Dabei wurde das seitlich entstehende electrische Licht durch innere Reflexion an einem kleinen gleichseitigen rechtwinkligen Prisma in den entsprechenden Theil des Spaltes geleitet.

Kirchhoff fand, dass zahlreiche helle Linien der Metallspectra mit dunklen Linien des Sonnenspectrums übereinstimmen. Die Bedeutung dieses Resultats wird im Folgenden klar werden.

IV. Beziehung zwischen Emission und Absorption.

§. 708.

Was von einem an der Oberfläche eines Körpers ankommenden Strahlenbündel weder gespiegelt, noch zerstreut, noch durchgelassen wird, bleibt im Körper absorbirt zurück. Die Absorption bildet eine Wärmezufuhr für den Körper und wird demnach theilweise zur Erhöhung seiner Temperatur verwendet.

Soweit aus dem bisherigen derjenige Theil der Strahlung, welche den Körper wieder verlässt, bekannt ist, lässt sich auch die in demselben zurückbleibende Menge ermitteln. Es ist desshalb nur noch übrig, auf eine allgemeine zwischen Emission und Absorption stattfindende Beziehung näher einzugehen, welche zuerst von Leslie aufgestellt und später von Kirchhoff*) präcisirt worden ist.

§. 709.

Die Gesammtmenge der von dem Flächenelemente df ausgestrahlten Wärme wird erhalten, wenn man sich dasselbe im Mittelpunkte einer hohlen Halbkugel vom Radius 1 in der Ebene des abschliessenden Kreises denkt und die von ihm auf die Halbkugel fallende Wärmemenge berechnet. Die gleiche Wärmemenge fällt dann auf jeden anderen beliebigen Umschluss.

In diesem Falle ist nach dem in §. 697 entwickelten Gesetze $E' df dx \cos i \cos \varepsilon$ die Wärmemenge, welche df dem Flächen-Elemente dx der Halbkugel zustrahlt. Nun ist aber $\cos i = 1$ ür alle Elemente dx auf der Halbkugel und (da der Winkel den die Tangentialebene dx mit der Ebene df bildet, dem Winkel der Normale von dx mit der Normale von df gleich ist) $dx \cos \varepsilon$ die Projection des Elementes dx auf die Ebene von df. Die Summe der Projectionen ist der Fläche π des abschliessenden Kreises gleich, folglich

$$E' \, df \, \pi$$

die gesammte Emission des Elementes df.

§. 710.

Das Gesetz. — Wir denken uns nun das Flächenelement df als Grenzfläche eines würfelförmigen Körperelements und dieses im Mittelpunkte einer inwendig vollkommen schwarzen (d. h. ankommendes Licht und Wärme vollständig absorbirenden) Kugel vom Radius 1 und dem Emissionsvermögen e, so strahlt das Körperelement an die Kugel aus $6 \pi E' \, df$ und erhält von der Kugel zugestrahlt $6 \pi e \, df$, was durch eine der gerade angestellten, ganz analogen Betrachtung folgt.

Absorbirt das Körperelement von dieser letzteren Menge den Bruchtheil $A' \, 6 \pi e \, df$ und erhält von dem, was es selbst ausgestrahlt hat, nichts zurück, weil die Kugel alles Angekommene absorbirt, so ist, damit sich der Körper 1) erwärmt, 2) seine Temperatur beibehält oder 3) erkaltet, nothwendig und hinreichend, dass beziehungsweise

$$A' \, 6 \pi e \, df \gtreqless 6 \pi E' \, df.$$

*) Kirchhoff, Pogg. Ann. Bd. 109. 1860.

In einem Falle ist nach den Prinzipien der Wärmelehre nothwendig, dass der Körper seine Temperatur unverändert beibehalte, nämlich dann, wenn er mit seinem allseitigen Umschlusse gleiche Temperatur hat. In diesem Falle ist dann

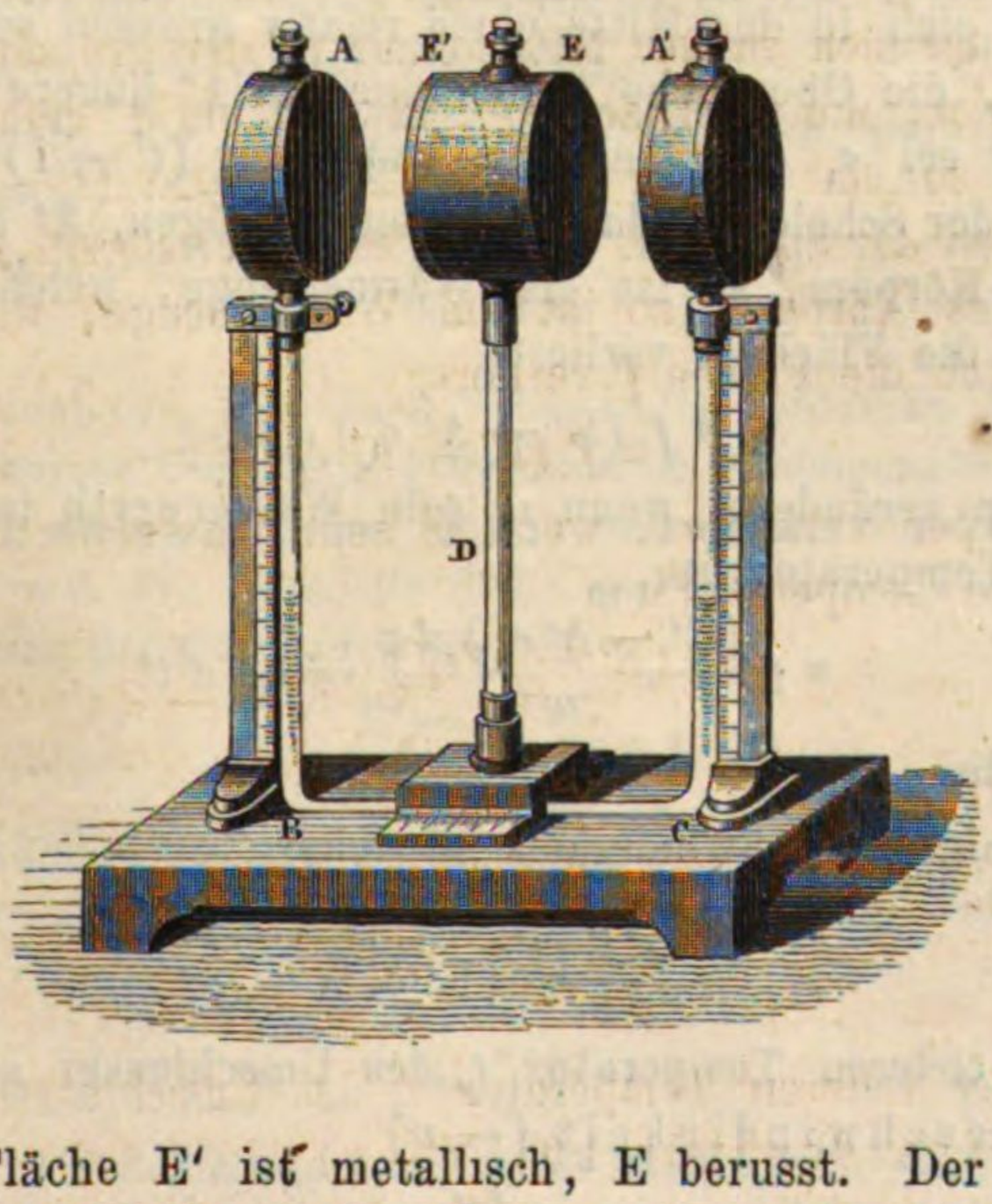
$$A' e = E'.$$

Es folgt somit, dass das Verhältniss $\frac{E'}{A'}$ zwischen dem Emissions- und Absorptionsvermögen aller Körper von gleicher Temperatur gleich gross und dem Emissionsvermögen e eines vollkommen schwarzen Körpers von derselben Temperatur gleich ist.

§. 711.

Zum experimentellen Beweise dieses Gesetzes pflegt man folgenden von Ritchie angegebenen Versuch auszuführen. Der Cylinder EE' (Fig. 560), welcher genau in der Mitte zwischen den beiden Gefässen A, A' eines Differenziallufttthermometers steht, ist mit warmem Wasser

Fig. 560.



gefüllt. Die Fläche E' ist metallisch, E berusst. Der Metallfläche E' steht die berusste Fläche A des Thermometers gegenüber, während umgekehrt das Thermometer die Metallfläche A' der berussten Fläche E zuwendet. Die äusseren Flächen der Thermometergefässe sind gleich beschaffen.

Bei dieser Anordnung zeigt das Thermometer keine Differenz der Temperaturen an.

Auf Grund dieses Versuchs schliesst man, dass die von A aufgenommene Quantität A E', der von A' aufgenommenen A' E gleich ist, und hieraus ergibt sich für das Emissions- und Absorptionsvermögen der Metallfläche

$$\frac{E'}{A'} = \frac{E}{A},$$

oder, wenn man das Absorptionsvermögen A des Russes gleich Eins setzt,

$$\frac{E'}{A'} = E.$$

Der Versuch beweist indessen etwas zu viel, weil die beiden Metallflächen, denen E' und A' angehören, verschiedene Temperatur haben. Die Ursache seines Gelingens wird aus dem Folgenden klar werden.

Man kann das Gesetz zunächst benützen, um einige Einsicht in den Vorgang der Abkühlung zu gewinnen, welche durch Strahlung erfolgt.

§. 712.

Abkühlung durch Strahlung. — Hat ein Körper von der Temperatur t', der sich in der Mitte einer relativ grossen schwarzen Kugelschale befindet, die Oberfläche f und eine um 1^0 höhere Temperatur als die Schale, so sei e_1 das bei der Temperatur $(t' - 1)$ geltende Emissionsvermögen der Schale, E' das Emissionsvermögen, A' das Absorptionsvermögen des Körpers, so ist die Wärmemenge, welche dieser in der Zeit dz durch die Fläche f verliert,

$$\pi f (E' - A' e_1) dz$$

und der Körper verändert, wenn w sein Wasserwerth ist, durch diesen Verlust seine Temperatur um

$$\pi f \frac{(E' - A' e_1) dz}{w} = - dt'$$

Temperaturgrade.

Die Abkühlungsgeschwindigkeit ist demnach

$$- \frac{dt'}{dz} = (E' - A' e_1) \frac{\pi f}{w}.$$

Bei einer tieferen Temperatur t_0 des Umschlusses setze ich für die Erkaltungsgeschwindigkeit $(- v)$

$$- v = - \frac{dt'}{dz} (t' - t_0)$$

oder durch Substitution:

$$- v = \frac{E' - A' e_1}{w} (t' - t_0) \pi f \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1$$

§. 713.

Newton'sches Abkühlungsgesetz. — Gewöhnlich setzt man für einen Körper von der Temperatur t, dessen Umgebung die Temperatur t_0 hat, die Abkühlungsgeschwindigkeit

$$-\frac{dt}{dz} = (t - t_0) \text{ Constante},$$

und nennt diese Gleichung das Newton'sche Abkühlungsgesetz.

Schreibt man k für die Constante und geht durch Integration auf den Zusammenhang zwischen endlichen Zeiten und Temperaturabnahmen über, so ergibt sich daraus

$$\log (t - t_0) = -kz + \text{Constante},$$

wobei man die Integrationsconstante aus den zusammengehörigen Werthen $z = o$ und $t = \mathrm{T}$ bestimmt. Dann ist

$$-\log (\mathrm{T} - t_0) + \log (t - t_0) = -kz$$
$$t - t_0 = (\mathrm{T} - t_0)\, e^{-kz},$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen ist.

Die durch Anwendung dieses Gesetzes gemachten Erfahrungen sprechen ihm nur für geringe Temperaturdifferenzen ($\mathrm{T} - \mathrm{t_0} < 30°$) Giltigkeit zu. Bei grösseren geht die beobachtete Abkühlung anfangs rascher vor sich als die berechnete.

§. 714.

Darf man annehmen, dass diese Versuche bei luftleerem Zwischenraume in vollkommen schwarzer Umgebung gemacht sind, Bedingungen, die man in der That herzustellen suchte, so geben sie das interessante Resultat, dass der Ausdruck, welcher in §. 711 (1 an die Stelle der Constanten k des Newton'schen Abkühlungsgesetzes gesetzt wurde, nämlich

$$\frac{\mathrm{E}' - \mathrm{A}' e_1}{w} \pi f$$

für den der Abkühlung unterworfenen Körper nicht streng constant ist, sondern bei hohen Temperaturen etwas grössere Werthe hat als bei niedrigen.

§. 715.

Es verlohnt sich der Mühe, auf diesen Gegenstand noch etwas näher einzugehen. Denken wir uns, für einen im leeren Raume gegebenen speziellen Körper, E' und A' nur als Functionen der Temperatur t' des Körpers selbst (also unabhängig von der Temperatur der Umgebung), so erhält man für die Abkühlungsgeschwindigkeit desselben den zweiten Ausdruck

$$\pi f \frac{\mathrm{E}' - \mathrm{A}' e_0}{w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2$$

wobei e_0 das Emissionsvermögen der schwarzen Umgebung von der Temperatur t_0 bezeichnet. Somit ist (durch Vergleich mit der Endformel in §. 712)

$$(E' - A' e_1)(t - t_0) = E' - A' e_0$$

oder

$$\frac{E'}{A'} - e_0 = \left(\frac{E'}{A'} - e_1\right)(t' - t_0).$$

Ersetzt man $\frac{E'}{A'}$ durch seinen Werth e' (das Emissionsvermögen der Umgebung für die Temperatur t'), so folgt

$$e' - e_0 = (e' - e_1)(t' - t_0)$$

und für eine andere Temperatur t, welcher e entsprechen soll,

$$e' - e = (e' - e_1)(t' - t).$$

Somit gilt für das Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers

$$\frac{e' - e}{e' - e_0} = \frac{t' - t}{t' - t_0},$$

was arithmetisch in

$$\frac{e' - e_0}{e - e_0} = \frac{t' - t_0}{t - t_0}$$

umgeformt werden kann. Damit ist bewiesen, dass von einer bestimmten Temperatur (t_0) aus das Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers seiner Temperaturerhöhung proportional wächst. Setzt man demnach $\varepsilon' = \varepsilon_0 + \gamma(t' - t_0)$, so ist, wenn $A' e'$ für E' gesetzt wird,

$$\frac{k}{\pi f} = \frac{E' - A' e_1}{w} = \frac{A'}{w}(e' - e_1) = \frac{A'}{w}\gamma,$$

und die Erfahrungen über das Newton'sche Abkühlungsgesetz sagen uns, dass das Absorptionsvermögen A' zwar nicht völlig constant, aber eine mit der Temperatur nur wenig wachsende Grösse ist.

Das Emissionsvermögen der Körper ist von der Form

$$A'[\varepsilon_0 + \gamma(t' - t_0)].$$

Hierin liegt die Erklärung für das Gelingen des Versuchs von Ritchie (§. 711).

§. 716.

Aus der in §. 710 gefundenen Beziehung zwischen Emission und Absorption, welche die Gesammtmenge der emittirten und absorbirten Wärme betrifft, lässt sich nicht mit aller Strenge allgemein folgern, dass ein Körper von bestimmter Temperatur Strahlen von bestimmter Brechbarkeit, die ihm von einem anderen Körper gleicher Temperatur zukommen, nur in dem Verhältniss absorbire, in welchem er sie aussendet, da die Körper die Eigenschaft besitzen, Strahlen (durch Calorescenz und Fluorescenz) in solche anderer Brechbarkeit umzusetzen.

Jedoch lässt sich auch kein Gegenbeweis gegen eine in diesem Sinne versuchte Annahme führen, weil die Erscheinung der Calorescenz und Fluorescenz als Wirkungen gegenseitiger Bestrahlung von Körpern gleicher Temperatur nicht beobachtet sind.

§. 717.

Emission und Absorption durch gasförmige Körper. — Für die gasförmigen Körper ist durch Versuche von Kirchhoff nachgewiesen, dass sie nur solche Strahlen absorbiren, welche sie auch aussenden.

Schalten wir zwischen das Licht einer intensiven Wärmequelle, welche für sich ein ununterbrochenes Spectrum gibt, und eben dieses Spectrum ein glühendes Gas ein, dessen Spectrum sich z. B. auf die Natriumlinie beschränkt, so absorbirt dieses Gas nur von dem Lichte, welches an die Stelle der Fraunhofer'schen Liniengruppe D treffen würde. Ist das von dem Gas selbst ausgesandte und durchgelassene Licht zusammen schwächer als das von ihm absorbirte, so erscheinen im Spectrum die Fraunhofer'schen Linien D dunkler als ihre nächste Umgebung.

Dieser Fall tritt immer ein, wenn die Temperatur des leuchtenden Körpers sehr viel höher ist als die des glühenden Gases.

§. 718.

Wendet man diese Sätze an, um Aufschlüsse über die Beschaffenheit der Sonne zu gewinnen, so ergibt sich zunächst, dass sie weder ein fester oder flüssiger glühender Körper, noch ein glühendes Gas sein kann, weil sie im ersten Falle ein stetiges, im letzteren ein auf einzelne scharf begrenzte Linien beschränktes Spectrum geben müsste. Die bekannte Beschaffenheit des Spectrums weist uns vielmehr darauf hin, die Sonne als einen weissglühenden Kern von sehr hoher Temperatur zu denken, welcher von einem Gemenge glühender Gase von geringerer Temperatur umgeben ist. Indem diese Gase diejenigen Strahlen des Kerns absorbiren, welche sie selbst in geringerer Menge aussenden, entstehen die Fraunhofer'schen Linien des Spectrums.

Indem Kirchhoff diejenigen Metalle ermittelte, deren helle Linien mit dunklen des Sonnenspectrums genau zusammentreffen, konnte er die Metalle angeben, welche gasförmig in der Sonnenatmosphäre suspendirt sind. Es sind dieses Natrium, Kalium, Calcium, Magnesium, Chrom, Nickel, Eisen. — Hingegen fehlen sicher Gold, Silber, Blei, Zinn, Antimon, Cadmium, Arsen, Quecksilber, Lithium und Silicium.

Das Licht des glühenden Wasserstoffs zeigt ebenfalls charakteristische helle Linien. Richtet man ein Fernrohr von grosser Objectivöffnung auf den Sonnenrand, so zeigt sich das Spectrum der im Focus gesammelten Strahlen auf einige helle Streifen reducirt, welche grösstentheils dem Wasserstoff angehören. Dieselben Streifen herrschen vor in dem Lichte der rothen Protuberanzen, welche bei totalen Sonnenfinsternissen beobachtet werden, gewöhnlich aber durch die Helligkeit der die Sonne zunächst umgebenden atmosphärischen Schichte überstrahlt sind. Wir schliessen

daraus, dass auch glühender Wasserstoff einen Theil der Sonnenatmosphäre bildet.

Die Spectra der Planeten und des Mondes sind demjenigen der Sonne insofern gleich, als sie dieselben dunklen Linien zeigen, hingegen treten in den Spectren der Fixsterne dunkle Linien auf, aus welchen Schlüsse auf die Existenz und Beschaffenheit ihrer Atmosphären gezogen werden können. So erkennt man in den Spectren des Syrius und des Aldebaran die dunklen Strahlen D, welche das Natrium anzeigen, ferner die Linie E des Eisens und diejenige *b* des Magnesiums.

Die Sternnebel, welche sich in Sterne auflösen lassen, geben Spectra mit dunklen Linien, die unauflöslichen hingegen zeigen die hellen Linien glühender Gase. Die Cometenschweife strahlen von dem Sonnenlicht aus, welches sie beleuchtet, während ihre Kerne sich meistens als glühende Gasmassen erweisen.

Zehntes Kapitel.

Umwandlung der Strahlenarten.

---

§. 719.

Aus dem Bisherigen folgt schon, dass Licht von grösserer Brechbarkeit in solches von geringerer umgewandelt werden kann.

Denn Lichtstrahlen werden von dunklen Körpern absorbirt und als dunkle Wärmestrahlen wieder ausgesandt. Die Möglichkeit einer Umkehrung dieses Processes hat Tyndall nachgewiesen, indem er durch die dunklen Wärmestrahlen des electrischen Lichts, welche aus einer völlig undurchsichtigen Lösung, von Jod in Schwefelkohlenstoff, austraten, Metalle zum Glühen brachte. Tyndall hat dieser Art von Umwandlung dunkler Wärme in Licht den Namen Calorescenz gegeben.

Im folgenden soll von Erscheinungen die Sprache sein, welche durch Umwandlung der ultravioletten Strahlen in solche des Lichtspectrums zu Stande kommen.

I. Phosphorescenz.

§. 720.

Die Sulfide von Calcium, Barium, Strontium, dann Diamant, Flussspath leuchten einige Zeit im Dunklen, wenn sie den Sonnenstrahlen ausgesetzt waren. Das Licht ist röthlich, bläulich, grünlich, je nach der

chemischen Beschaffenheit des phosphorescirenden Körpers. Entwickelt man dasselbe, so erhält man ein vollständiges Lichtspectrum vom Roth bis zum Violett.

§. 721.

Beleuchtung des phosphorescirenden Körpers durch das Sonnenspectrum. — Fixirt man eines der erstgenannten Salze auf einem Papierstreifen und lässt dasselbe durch das Sonnenspectrum beleuchten, so erscheint dieses Spectrum weit über das violette Ende hinaus ausgedehnt, und man findet, dass nach der Insolation nur solche Stellen hell bleiben, welche von blauen, violetten oder ultravioletten Strahlen getroffen wurden.

Fig. 561.

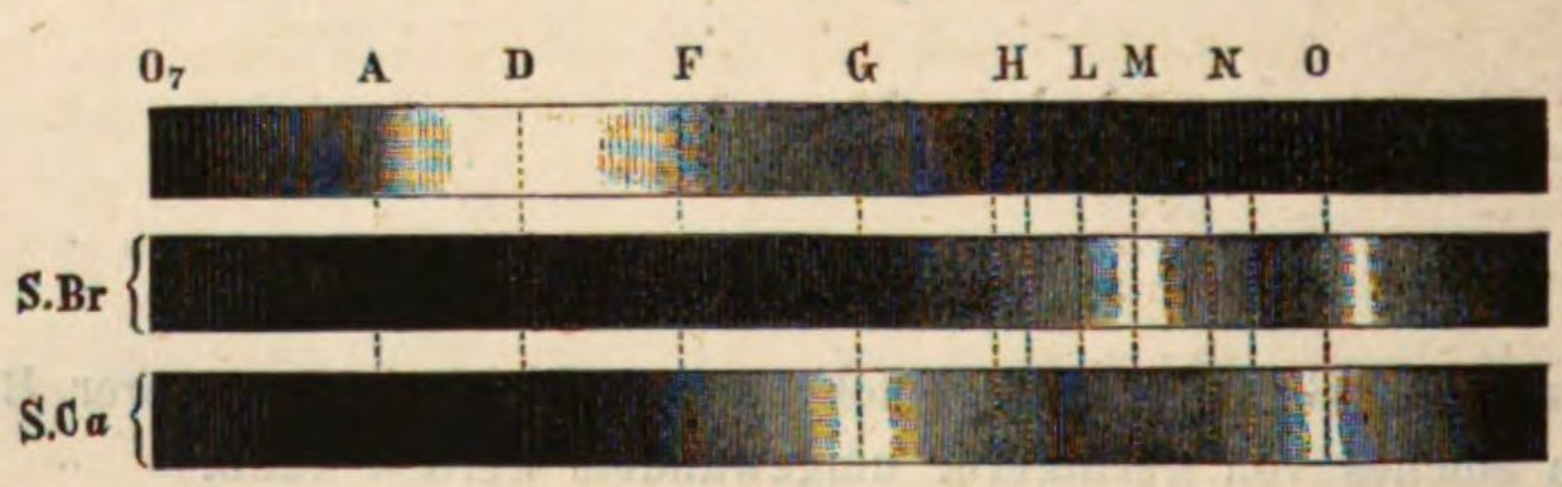


Fig. 561 zeigt die Stellen des Sonnenspectrums, welche bei dem gelb phosphorescirenden Bariumsulfid und dem grün phosphorescirenden Calciumsulfid hell werden.

§. 722.

Analyse durch ein Prisma. — Betrachtet man das Sonnenspectrum, welches über Strontiumsulfat ausgebreitet ist, durch ein Prisma, so erscheinen die Farben von A bis G hin einfach, hingegen entwickeln sich die zwischen G und H und die über H hinaus liegenden Lichtschimmer überall in vollständige Lichtspectra. Somit sind die violetten und ultravioletten Strahlen durch die Einwirkung des Salzes in Strahlen von geringerer Brechbarkeit umgewandelt.

§. 723.

Einfluss der Erwärmung. — Erwärmt man den phosphorescirenden Körper, so steigert sich sein Glanz, aber die Quantität des in ihm durch die Bestrahlung hervorgerufenen Lichtes ist dadurch nicht vermehrt worden, denn die Dauer des Lichtes nimmt in demselben Verhältnisse ab, als die Lichtstärke sich vermehrt.

Ebenso müssen bei der einfachen Insolation die dunklen Wärmestrahlen und die zwischen den Linien A und G auffallenden Strahlen des sichtbaren Spectrums wirken: sie steigern den Glanz durch Erwärmung und beschleunigen die Emission des Phosphorescenzlichtes, so dass bei der Insolation des Körpers schliesslich ein Gleichgewichtszustand eintritt, wo alles in bestimmter Zeit durch die chemischen Strahlen in ihm erzeugte Licht wieder ausgesandt wird. Schliesst man die Wirkung der Wärmestrahlen durch ein violettes Glas aus, so lässt sich die Ansammlung des phosphorescirenden Lichtes weiter treiben.

Auch folgt, dass das electrische und Magnesiumlicht, welches reich an violetten und ultravioletten Strahlen ist, mit Vorteil zur Erzeugung der Phosphorescenz verwendet werden kann. In der That ruft man sehr leicht Phosphorescenz hervor, wenn man die zu beleuchtenden Substanzen, in Geissler'sche Röhren eingeschlossen, in den Inductionsstrom einschaltet.

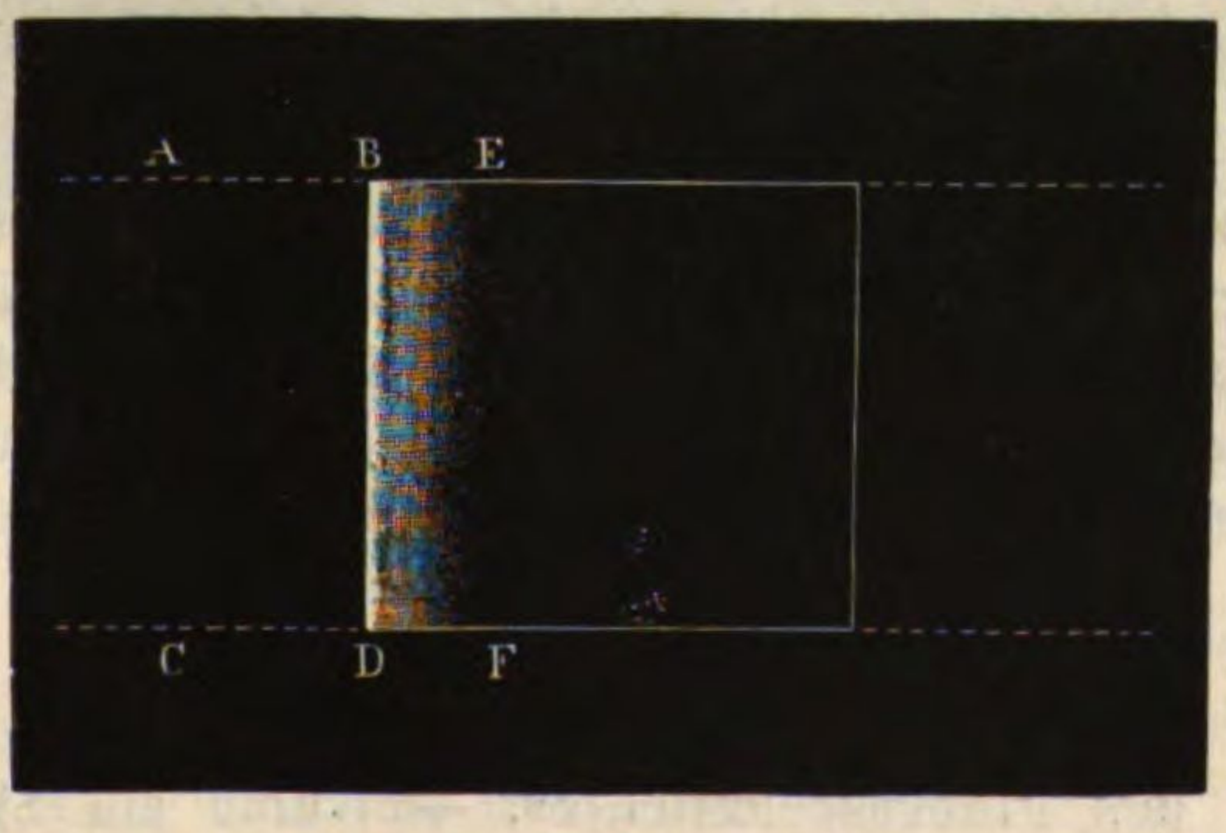
Die Phosphorescenz beschränkt sich auf feste Körper und Gase.

II. Fluorescenz.

§. 724.

Die **Erscheinung.** — Fallen Sonnenstrahlen auf einen Flussspathkrystall, so bemerkt ein Auge, welches sich ungefähr in der Erweiterung der bestrahlten Fläche befindet, ein besonders helles blaues oder

Fig. 562.



grünliches Licht, welches von den ersten Schichten des Krystalls aus nach allen Seiten hin diffundirt. (Fig. 562.)

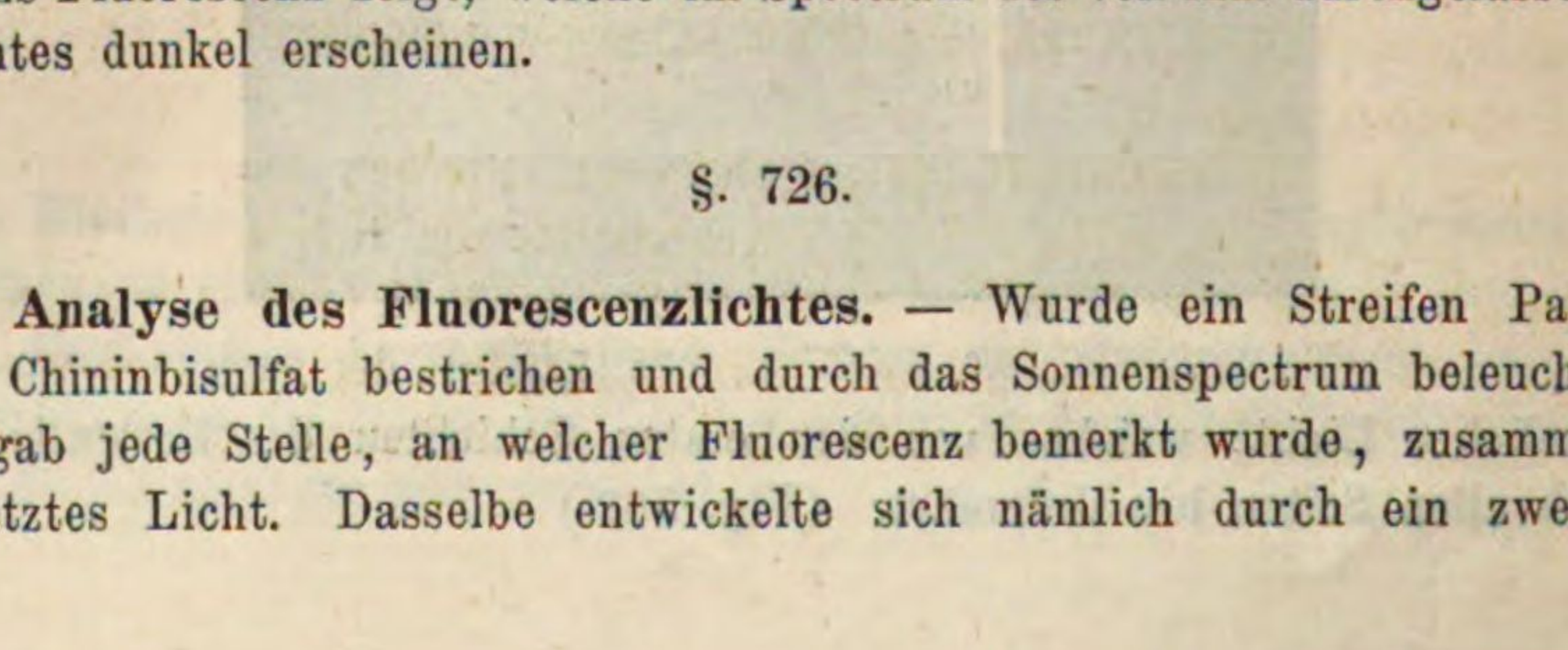
Die gleiche Erscheinung in gelbgrünem Lichte zeigt Uranglas. Lösungen von schwefelsauerem Chinin in verdünnter Weinsteinsäure oder Schwefelsäure fluoresciren blau, Lösungen von Chlorophyll in Weingeist roth.

§. 725.

Fluorescenz durch das Sonnenspectrum. — Auch hier sind es, wie Stokes nachgewiesen hat, die stärker brechbaren Strahlen des Lichtspectrums und die ultravioletten Strahlen, welche, von den ersten Schichten des fluorescirenden Körpers absorbirt und, in minder brechbare Lichtstrahlen umgesetzt, von eben diesen Schichten wieder ausgestrahlt werden.

Als nämlich Stokes das Sonnenspectrum auf Uranglas fallen liess, fluorescirten diejenigen Stellen, welche sich von der Linie F bis zur äussersten Grenze der ultravioletten Strahlen erstreckten, während die dunklen Wärmestrahlen nichts leisteten und auch die Wirkung der Strahlen zunächst vor F kaum merklich war. Ebenso verhielten sich Lösungen von Esculin und schwefelsaurem Chinin.

Fig. 563.



Die Fraunhofer'schen Linien erschienen dabei in scharfer Begrenzung. Fig. 563 zeigt die bei Curcumalösung beobachtete Erscheinung, welche auch Guajac zeigt, während Chlorophyll an denjenigen Stellen des Spectrums Fluorescenz zeigt, welche im Spectrum des von ihm durchgelassenen Lichtes dunkel erscheinen.

§. 726.

Analyse des Fluorescenzlichtes. — Wurde ein Streifen Papier mit Chininbisulfat bestrichen und durch das Sonnenspectrum beleuchtet, so gab jede Stelle, an welcher Fluorescenz bemerkt wurde, zusammengesetztes Licht. Dasselbe entwickelte sich nämlich durch ein zweites

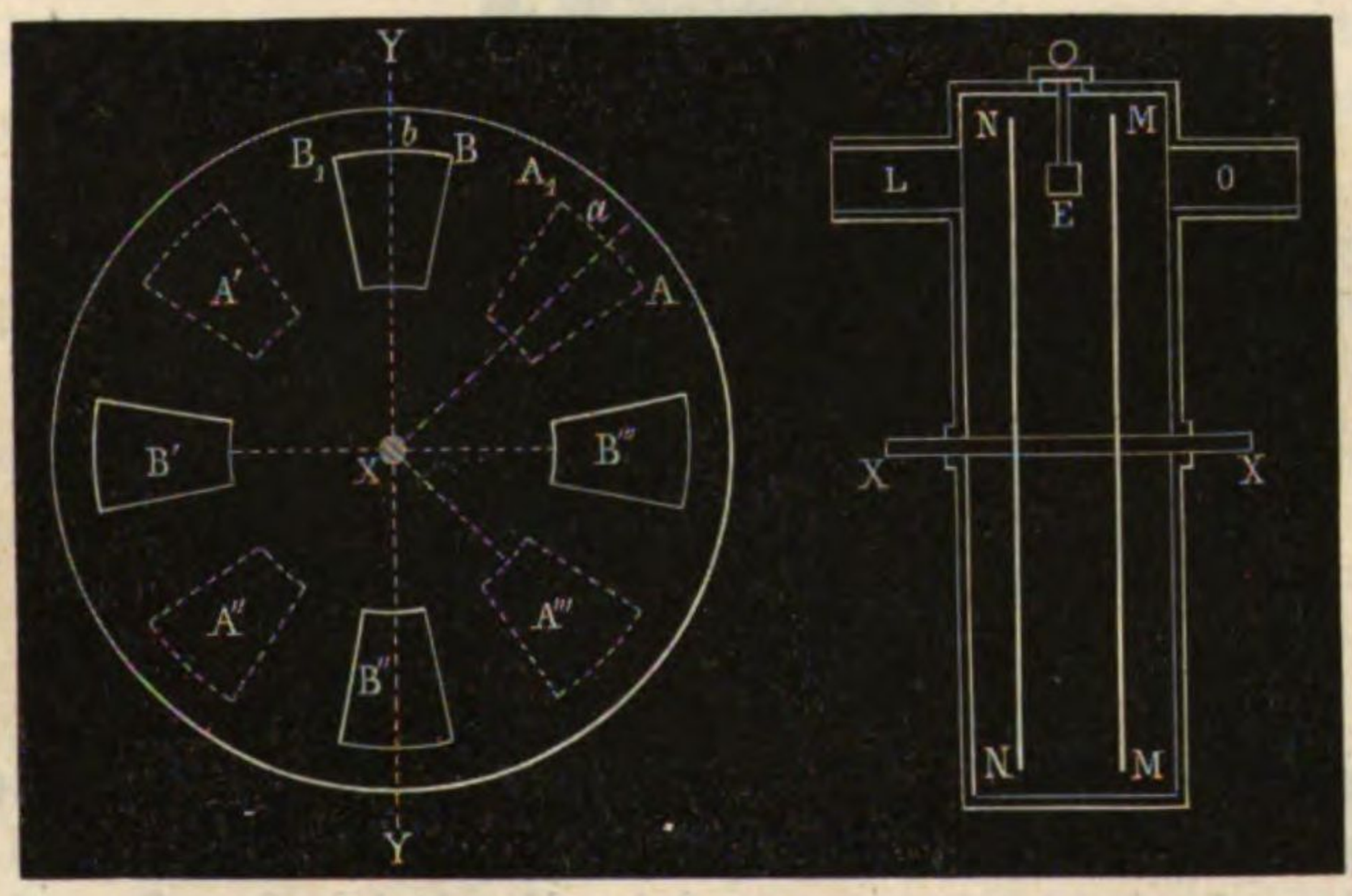
Prisma in ein Lichtspectrum, welches alle (links von der beobachteten Stelle liegenden) Lichtstrahlen geringerer Brechbarkeit enthielt.

Am leichtesten gelingt die Hervorrufung auch der Fluorescenzerscheinung mittelst des electrischen Lichtes, welches man noch durch ein violettes Glas von den Strahlen geringerer Brechbarkeit befreien kann. Lässt man dieses Licht auf ein Blatt Papier fallen, auf welchem mit Chininbisulfat Figuren aufgetragen sind, so leuchten diese mit blassblauem Lichte. Geissler'sche Röhren, welche aus Uranglas und anderen, mit Chininlösung gefüllten Glasröhren zusammengesetzt sind, zeigen, vom Inductionsstrom erhellt, die Lichterscheinung der Fluorescenz besonders gefällig.

§. 727.

Dauer des Nachleuchtens. — Die Fluorescenz hört zugleich mit der Beleuchtung auf und unterscheidet sich dadurch von der ihr sehr verwandten Erscheinung des Phosphorescenz. Um die Dauer des Nachleuchtens zu messen, hat Ed. Bequerel das Phosphoroscop ersonnen.

Fig. 564.

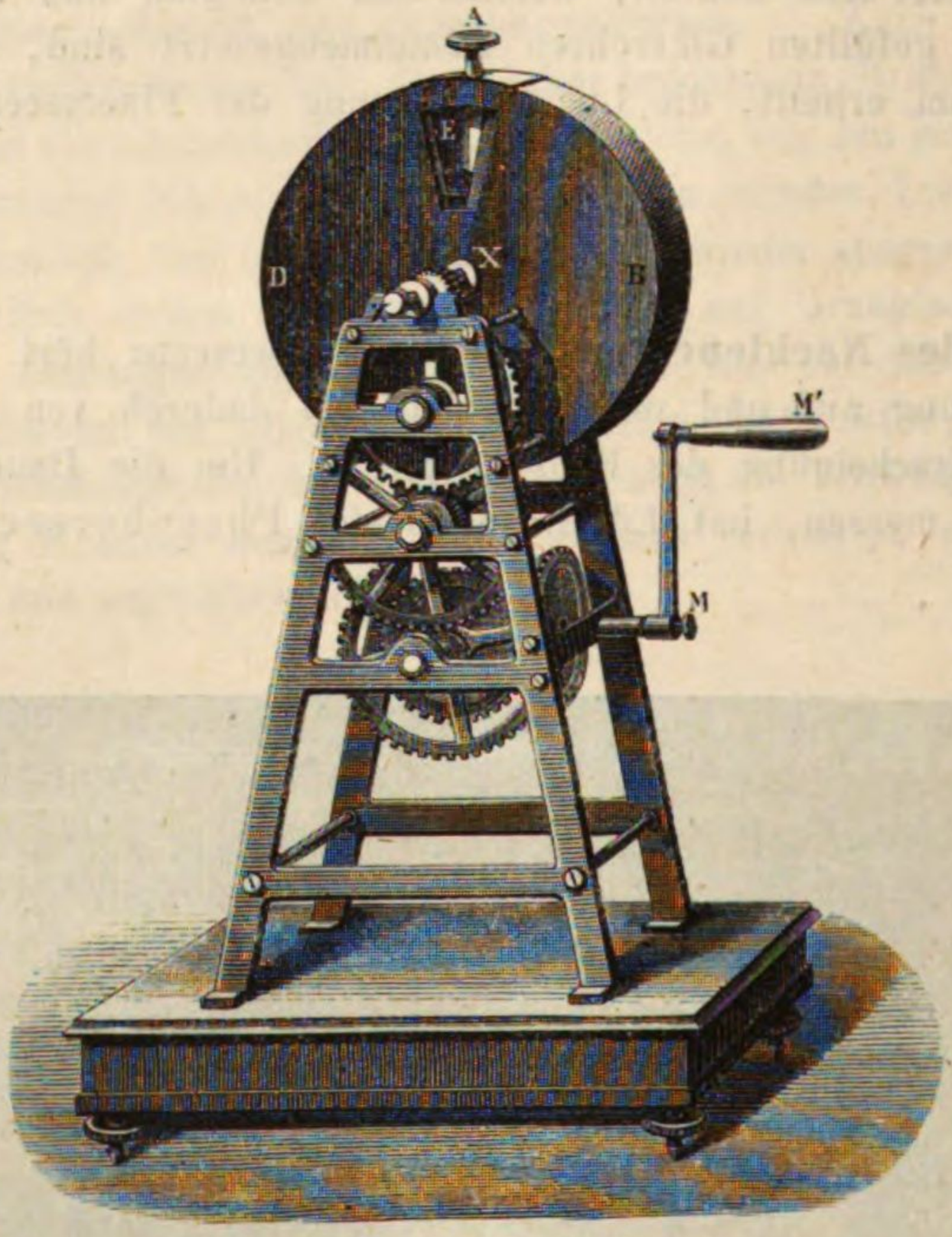


Von zwei geschwärzten Scheiben M M und N N (Fig. 564), welche auf der Axe X X festsitzen, hat jede vier Ausschnitte. Die Ausschnitte der einen Scheibe (A, A′, A″, A‴) sind um 45° gegen diejenigen (B, B′, B″, B‴) der anderen gedreht.

Der zu untersuchende Körper E wird zwischen beide Scheiben so eingesetzt, dass er durch einen der Ausschnitte von N N Licht (von L her) erhalten und durch einen der Ausschnitte von M M (von O her) gesehen werden kann. Das Sehen des Körpers erfolgt demnach jedesmal um $^1/_8$ einer Umdrehungszeit später als seine Beleuchtung. Durch ent-

sprechend rasche Drehung der Scheiben kann man ein so kurzes Zeitintervall zwischen die Beleuchtung und das Sehen legen, dass auch solche Körper als phosphorescirend erkannt werden, deren Leuchtkraft nur einen geringen Bruchtheil einer Secunde nachhält. Aus der Ablesung an einem Zählwerk lässt sich dann die Dauer des Nachleuchtens berechnen.

Fig. 565.



Durch dieses Instrument (Fig. 565) wurden Kalkspath, Glas, Corund als phosphorescirend nachgewiesen, obwohl das Nachleuchten bei ersterem nur $^1/_3$ Secunde, bei letzteren nur einige Hundertel einer Secunde beträgt. Wenn fluorescirende Flüssigkeiten bei der grössten erreichbaren Umdrehungsgeschwindigkeit dunkel blieben, musste man schliessen, dass die Leuchtkraft derselben weniger als 0,0001 Secunde nachhält.

III. Chemische Wirkung des Lichts.

§. 728.

Unter den zahlreichen hieher gehörigen Erscheinungen sollen diejenigen hervorgehoben werden, welche durch ihre nahen Beziehungen zu dem Lebensprocess selbst oder zu unserem Culturleben hervorragende Bedeutung haben.

§. 729.

Wachsthum der Pflanzen. — Nachdem schon Priestley (1773) entdeckt hatte, dass die Pflanzen die Eigenschaft besitzen, die durch das Athmen der Thiere verdorbene Luft zu regneriren, fand Jngenhousz, dass diese Function nur von den grünen Bestandtheilen der Pflanzen unter dem Einflusse der Sonnenstrahlen verrichtet wird. Endlich erklärte Sennebier diese Erscheinung, indem er nachwies, dass die Blätter, wenn sie dem Sonnenlicht ausgesetzt sind, die Kohlensäure der Luft absorbiren, zerlegen, den Kohlenstoff sich aneignen und Sauerstoff abgeben. Dazu fand später Boussingault, dass selbst das Wasser unter diesen Umständen zersetzt und ein Theil des Wasserstoffs von der Pflanze assimilirt wird.

Die Absorption der Kohlensäure erfolgt auf der oberen Blattfläche,während von der unteren der Sauerstoff abgegeben wird. Diese Wirkung ist von solcher Massenhaftigkeit, dass ein einziges Blatt der Seerose während eines Sommers 300 Liter Sauerstoff abgibt. Zerrupft man die Blätter, so hört die Wirkung auf.

Die durch Sonnenlicht bewirkte Zerlegung der Kohlensäure und des Wassers bedingt das Wachsthum der Pflanzen. Ihren grossen Vorrath an Kohlenstoff verschaffen sie sich nur auf diese Weise, somit aus der Luft.

Wir haben hier ein schönes Beispiel für Umsetzung der lebendigen Kraft der Sonnenstrahlen in chemische Spannkraft. Wo die Sonne nicht die Zersetzung einer chemischen Verbindung, sondern das Zustandekommen einer solchen bewirkt, muss sie als Auslösungmittel chemischer Spannkräfte betrachtet werden, wie die Lunte etwa, welche das Pulver entzündet oder der electrische Funken, welcher die Verbindung von Wasserstoff und Sauerstoff einleitet.

§. 730.

Die **Photographie.** — Das gegenwärtige Verfahren ist in seinen Grundzügen 1839 von Talbot erfunden worden, indem er zuerst zeigte,

wie Bilder durch chemische Lichtwirkung auf Papier gebracht und daelbst fixirt werden. Dasselbe hat sich durch spätere Verbesserungen bis zu folgender Methode ausgebildet.

Man löst 1 Gr. Schiessbaumwolle in einer Mischung von 90 Gr. Schwefeläther und 60 Gr. Alkohol bei einer Temperatur von 33° C. In diese Lösung setzt man Jodkalium und zuweilen noch andere Substanzen, welche den Zweck haben, die Empfindlichkeit des Präparates für Licht zu erhöhen. Die Flüssigkeit wird dann auf eine ebene polirte Glasplatte ausgegossen, wo sie sich vertheilt und nach Verdunstung der flüchtigen Substanzen einen Ueberzug von Collodium zurücklässt.

Ehe diese Haut vollständig getrocknet ist, wird die Platte (in einem durch orangefarbiges Licht erhellten Gemach) in ein Bad von salpetersaurem Silber gebracht (4 Gr. salp. Silber auf 60 Gr. Wasser). Dadurch erhält die Haut ein milchiges Aussehen, welches anzeigt, dass sich eine Schichte von Jodsilber auf der Oberfläche gebildet hat. Nun wird die Platte in den photographischen Apparat gebracht und der Einwirkung der Lichtstrahlen ausgesetzt.

Unter dem Einflusse des Lichts wird eine Zersetzung des Jodsilbers eingeleitet, wie die Bildung von Jodwasserstoff beweist. Doch ist zunächst von dem Bilde noch nichts zu sehen.*)

Um dasselbe hervorzurufen ist es nöthig, die Platte mit reducirenden Mitteln wie Eisenvitriollösung oder der noch wirksameren Pyrogallussäure zu übergiessen. Endlich wird die Platte, um das Bild vor Nachdunkeln zu schützen, in eine Lösung von unterschwefelsaurem Natrium gelegt, welches das rückständige Jodsilber ablöst.

Man erhält so auf der Glasplatte ein negatives Bild des Objects welches die Lichtstrahlen sandte. Da das in feinster Zertheilung ausgeschiedene Silber schwarz ist, wird jede Stelle des Bildes um so dunkler je mehr chemisch wirksame Strahlen die abgebildete Stelle des Objects aussandte. Schwarze Stellen des Objects sind im Negativ weiss, rothe sehr hell; blaue und weisse Stellen sind dunkel.

Um ein positives Bild auf Papier zu erhalten, wird das Negativ über trockenes Papier gelegt, welches durch Chlorsilber für Lichtwirkung empfindlich gemacht ist. In einem von ebenen Glasplatten gebildeten Umschluss wird dann das Ganze dem Tageslichte ausgesetzt, welches durch die einzelnen Stellen der Platte in dem Maasse hindurchdringt, in welchem sie hell sind. Durch Anwendung von Linsen kann die Copie vergrössert oder verkleinert werden. Auch die so erhaltenen positiven Bilder werden durch Waschen mit unterschwefelsaurem Natrium fixirt.

---

*) Dies und die Wirksamkeit der folgenden Behandlung könnten auf den Gedanken führen, dass nach der Einwirkung des Lichts das Silber als Oxyd vorhanden ist.

§. 731.

Heliochromie. — Die Photographie liefert farblose Bilder, welche nur durch Schatten und Licht wirken. Nachdem Wollaston, Davy, Seebeck bemerkt hatten, dass Chlorsilber die Farbe des Lichts annimmt, von welcher es beleuchtet wird, führte Ed. Bequerel folgenden Versuch aus, welcher die Möglichkeit der farbigen Photographien und die Bedingungen ihrer Herstellung andeutet.

Eine Silberplatte wurde in verdünnte Salzsäure getaucht und mit dem positiven Pole einer Batterie verbunden. Sie überzog sich alsbald mit einer dünnen Schichte Chlorsilber, welche, allmählig an Dicke zunehmend, die Newton'schen Farben in regelmässiger Folge zeigt. Man schaltet die Platte aus, wenn das zweite Violett auftritt und wäscht sie ab. Nachdem sie abgetrocknet ist, wird sie mit feinem Smirgel polirt und zuletzt auf 100° angelassen. Alle diese Arbeiten werden im dunklen Zimmer vorgenommen. Setzt man nun die Platte ein bis zwei Stunden lang der Einwirkung des Sonnenspectrums aus, welches durch einen Heliostaten möglichst unbeweglich erhalten wird, so findet man schliesslich auf der Platte folgende Veränderungen.

Die dunklen Wärmestrahlen erzeugen eir dunkles Rothbraun, an welches sich Roth und die übrigen Farben des Sonnenspectrums ungefähr in demselben Intensitätsverhältnisse anschliessen, welches sie im Sonnenspectrum haben. Ihnen folgt dann die Wirkung der ultravioletten Strahlen als langer graulicher Streifen.

Dieser Versuch beweist, dass man, um die Farben allein und möglichst rein zu erhalten, die Strahlen sieben muss. Eine mit Wasser gefüllte Glaskufe nimmt die dunklen Wärmestrahlen auf und eine Schichte Schwefelsaures Chinin absorbirt die ultravioletten Strahlen.

Mit Hilfe dieser Absorptionsmittel erhält man auf der Silberplatte ein Bild, welches Conturen, Schatten und die Farben des Objects mit grosser Treue gibt.

Die Versuche, welche Niepce, Poitevin u. A. auf dieser Grundlage machen, sind indessen bis jetzt nicht zu einem befriedigenden Abschluss gediehen, weil es an einem Mittel gebricht das farbige Bild hinreichend dauerhaft zu machen.

Elftes Kapitel.

Interferenz des Lichts.

I. Zusammentreffen identischer Lichtbüschel.

§. 732.

Fresnel's Spiegelversuch. — Ist in L (Fig. 566) ein enger vertikaler Lichtspalt, durch welchen Sonnenstrahlen eindringen, so geben die beiden vertikalen unbelegten, auf der Rückseite geschwärzten Glasspiegel M und N, welche einen von 180° wenig verschiedenen stumpfen Winkel mit einander bilden, die zwei virtuellen Bilder A und B des Spaltes. Da der Gang der Strahlenbündel, welche von den beiden Spiegeln ausgehen, genau der gleiche ist, als ob sie von den Bildern A und B kämen, so muss die Wirkung, welche sie auf dem entfernten vertikalen und senkrecht zur Halbirungslinie O D aufgestellten Schirme F G hervorbringen, gleich der Wirkung von zwei identischen in gleicher Entfernung (O A = O B = O L) vom Schirme aufgestellten Lichtquellen sein.

Hat man dafür gesorgt, die von L eindringenden Lichtstrahlen durch ein vorgesetztes (z. B. rothes) Glas einfarbig zu machen, so besteht die Wirkung der beiden Lichtbüschel darin, dass die äusseren Stellen F H, E G, welche nur von einem der beiden Spiegel Licht erhalten, gleichmässige rothe Färbung zeigen, während in der Mitte zwischen H und E helle Vertikalstreifen mit dunklen abwechseln. Man sieht daselbst eine der Fig. 567 ähnliche Erscheinung. Könnte man beim Anblick dieser Fransen noch zweifeln, dass sie ihre Entstehung dem Zusammenwirken der beiden Strahlenbündel

Fig. 566.

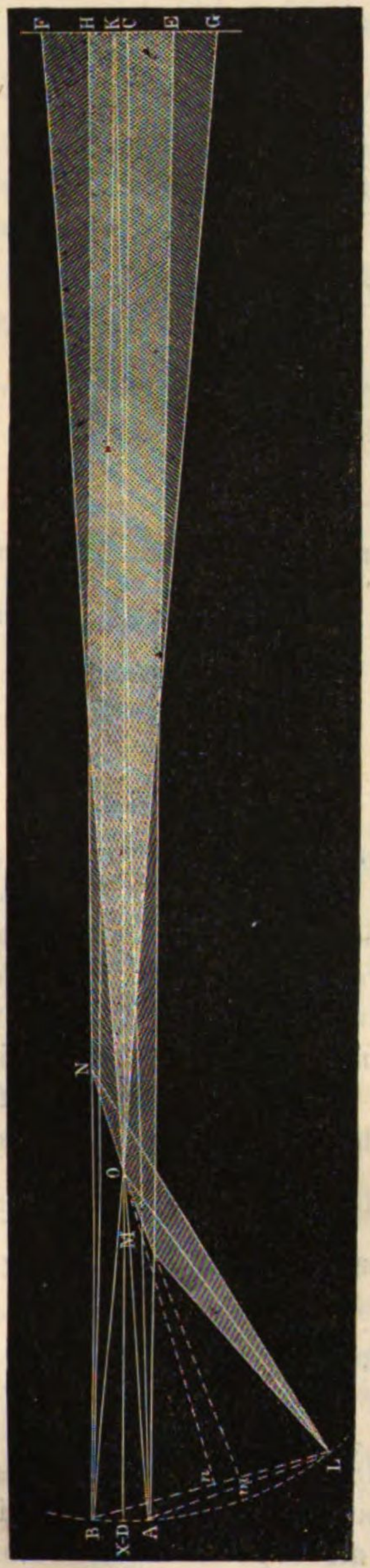
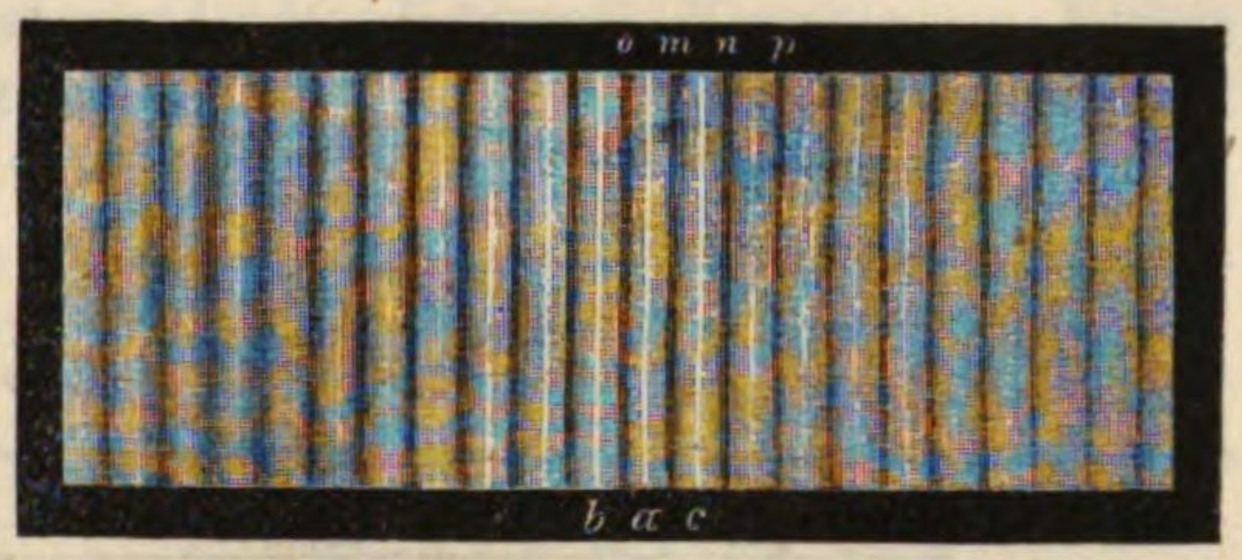


Fig. 567.

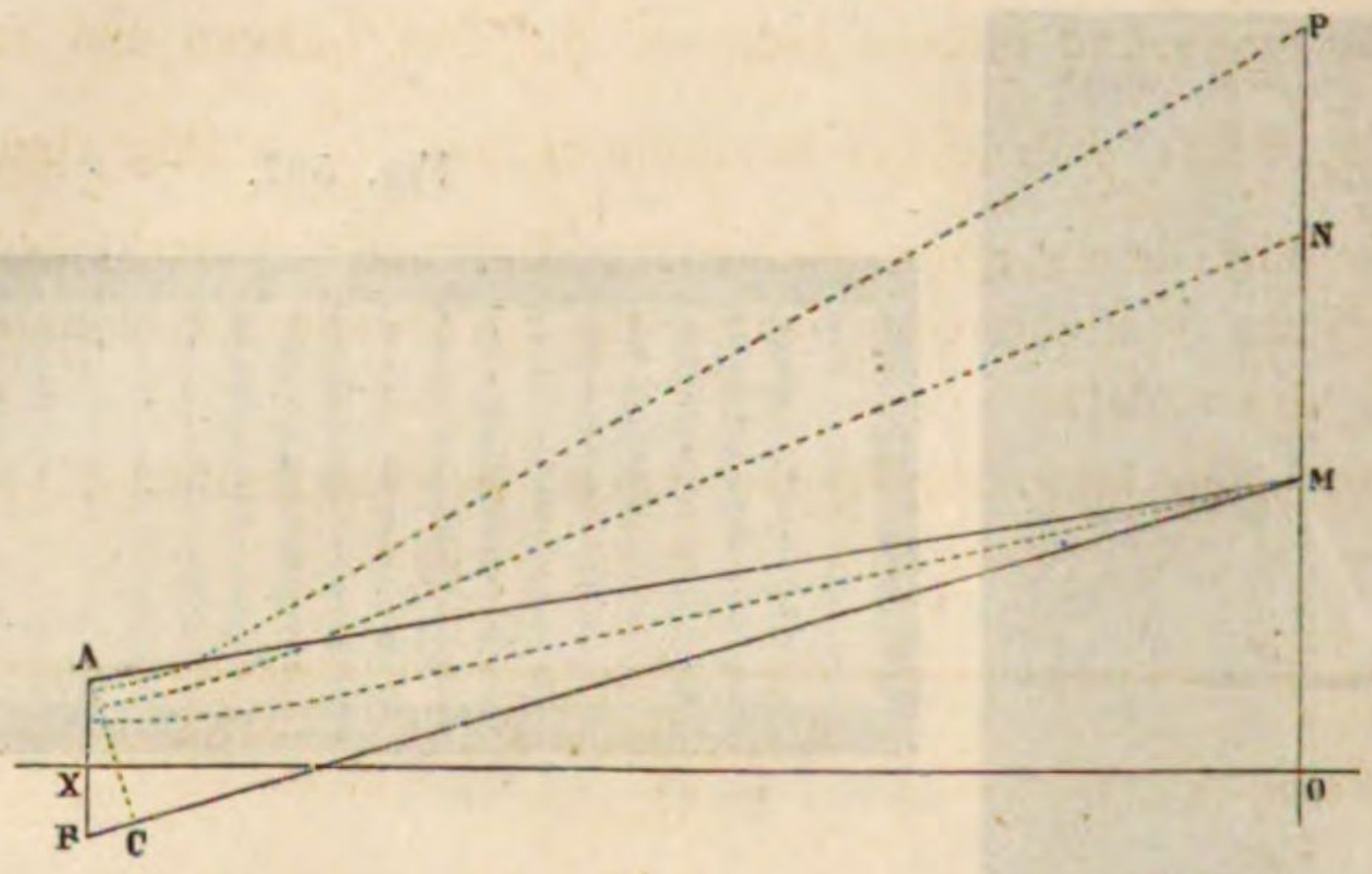


verdanken, so dürfte man nur die eine der beiden Spiegelflächen bedecken oder entfernen, um sich zu überzeugen, dass dadurch auch die Fransen verschwinden.

§. 733.

Fresnel hat durch Messung nachgewiesen, dass dunkle Streifen an allen jenen Stellen des Schirmes auftreten, deren Entfernungen von A und B (Fig. 568) um ein ungerades Vielfaches einer bestimmten kleinen Grösse $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ verschieden sind, während die Maxima der Helligkeit an Stellen beobachtet werden, deren Entfernungen von A und B sich um ein gerades Vielfaches eben dieser kleinen Grösse $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ unterscheiden.

Fig. 568.



Es findet also in dem Punkte M des Horizontalschnittes ein Maximum der Helligkeit statt, wenn $BC = 2n \cdot \frac{\lambda}{2}$, ein Minimum hingegen, wenn $BC = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$ ist.

§. 734.

Während in den früher besprochenen Thatsachen keine Nöthigung lag zu der gleich anfangs gemachten Annahme, dass das Licht durch Wellenbewegung zu Stande komme, stehen wir hier vor einer Erscheinung, welche die Möglichkeit klar macht, dass durch Ansammlung von Licht auf einer Stelle nicht vermehrte Helligkeit, sondern Dunkelheit entsteht. Diese Erscheinung weist mit grosser Bestimmtheit auf eine Analogie zwischen Licht und Schall hin. Ihre Erklärung dürfte jeder anderen Auffassungsweise grosse Schwierigkeiten bieten, während eine Undulationstheorie nur die von Fresnel gemessene Wegdifferenz $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ der Strahlen als halbe Länge einer Lichtwelle aufzufassen hat, um die vollständige Erklärung des Versuchsresultates zu geben.

§. 735.

Wellenlänge und Oscillationsdauer. Die Farben konnten bisher nur als Licht verschiedener Brechbarkeit bezeichnet werden, und wir mussten ihnen der Erklärung gemäss, welche die Undulationstheorie von der Brechung gibt, die Eigenthümlichkeit zuschreiben, dass sie ein farbenzerstreuendes Medium wie Wasser, Glas mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen, die rothen rascher als die violetten.

Führen wir den Fresnel'schen Versuch nach und nach mit verschiedenen Farben aus und messen jedesmal die drei Längen und den Winkel M O N (Fig. 566), welche zur Berechnung von $\frac{\lambda}{2}$ nöthig sind, so entdecken wir ein neues unterscheidendes Merkmal: Verschiedene Farben haben ungleiche Wellenlängen, die rothe Lichtwelle ist beinahe $1^1/_2$ mal so lang als die violette.

Im folgenden sind die Wellenlängen der Spectralfarben zusammengestellt.

Farbe.	Wellenlänge λ in Millimetern.	Schwingungszahl (N) in Billionen.
Roth B	0,000 687 8	448
Roth C	0,000 656 4	472
Gelb D	0,000 588 8	526
Grün E	0,000 526 0	589
Blaugrau F	0,000 484 3	640
Indigo G	0,000 429 1	722
Violett H	0,000 392 8	790

Es sind dieses die Wellenlängen (λ) bei Fortpflanzung des Lichts in Luft, wo die gemeinschaftliche Geschwindigkeit (c) aller Farben zu 308 000 Kilometer angenommen werden darf. Daraus folgt durch Anwendung der elementaren Gleichung aller Wellenbewegungen

$$\lambda = \delta c$$

für die Schwingungsdauer der Aethertheilchen, welche rothes Licht fortpflanzen,

$$\delta_r = \frac{0,000\,687\,8}{308\,000\,000\,000} \text{ Secunden.}$$

Der reciproke Werth dieser kleinen Zahl gibt die Anzahl N_r der in einer Secunde ausgeführten Schwingungen

$$N_r = \frac{308\,000}{687,8}\ 10^{12} \text{ oder } 448 \text{ Billionen.}$$

Durch solche Rechnung kommen die in der dritten Spalte der obigen Tafel beigesetzten Zahlen zu Stande.

Beim Eintritt in ein anderes Medium bleibt nur die Oscillationsdauer als charakteristisches Merkmal der Farbe erhalten. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der einzelnen Farben ändert sich in ungleichem Verhältniss, die Wellenlänge nimmt in demselben Verhältniss wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ab und zu.

In Wasser z. B. ist die Geschwindigkeit des rothen Lichts (B) $\frac{308\,000}{1,330\,9}$ Kilometer, die des violetten (H) nur $\frac{308\,000}{1,344\,2}$, die Wellenlänge $\lambda_r = \frac{0,000\,687\,8}{1,330\,9}$, $\lambda_v = \frac{0,000\,392\,8}{1,344\,2}$.

Fig. 569.

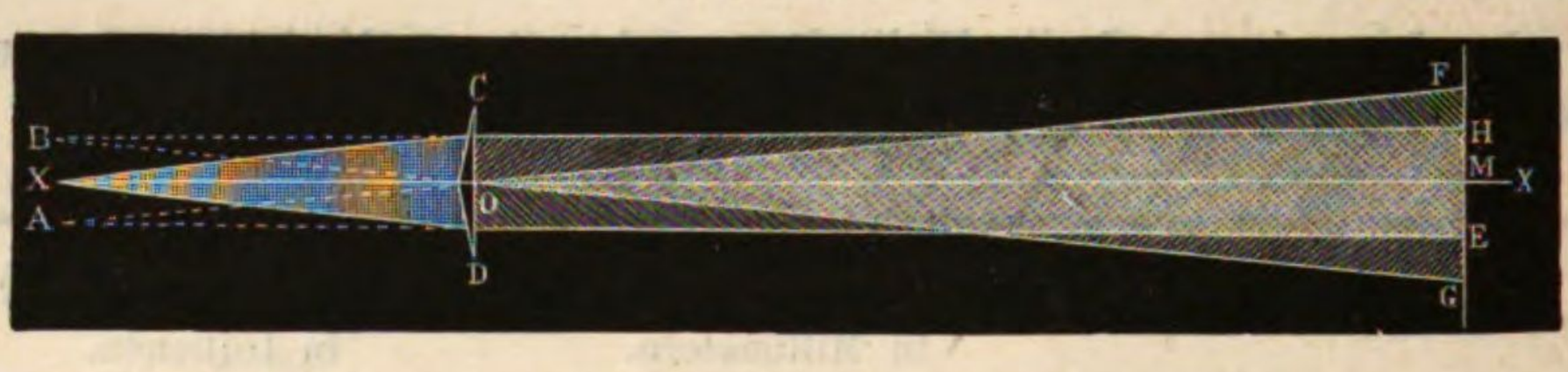
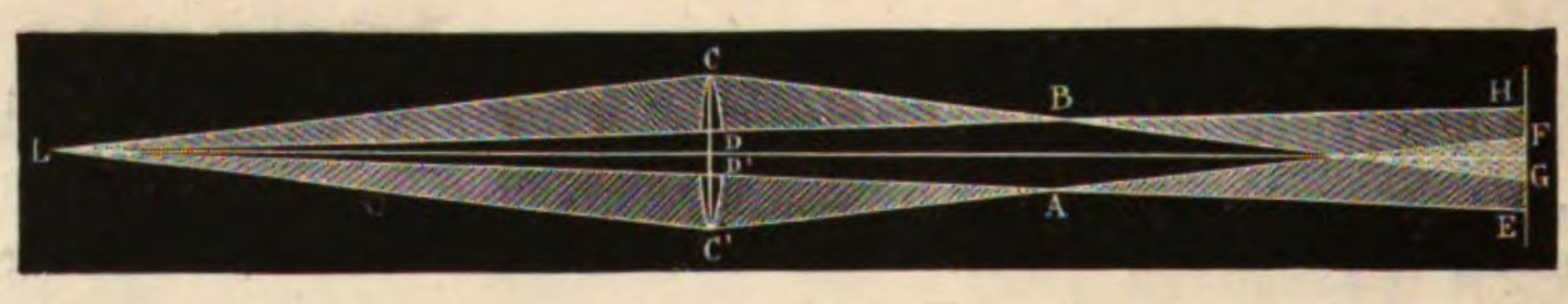


Fig. 569 stellt ein von Pouillet angegebenes Verfahren dar, den Interferenzversuch Fresnels anzustellen. C D ist ein Doppelprisma, dessen beide brechende Winkel C und D gleich gross sind.

Billet wandte die in Fig. 570 abgebildete Methode an, wobei die beiden auseinander gerückten Hälften C, C′ einer positiven Linse in B, A

Fig. 570.



zwei Bilder des Spaltes geben, während auf dem Schirme F G die Strahlen übereinander greifen und interferiren.

II. Beugung.

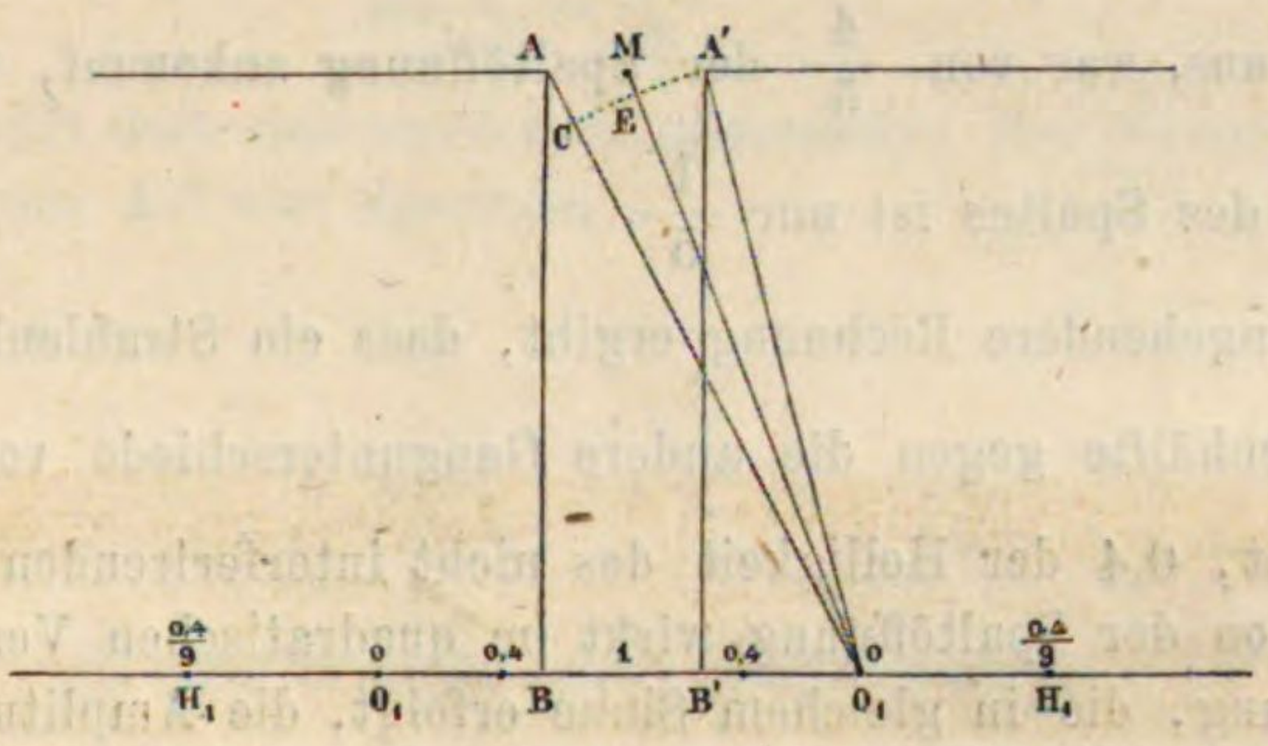
§. 736.

Fällt ein paralleles Strahlenbündel einfarbigen Lichts senkrecht auf die Ebene eines engen Spaltes A A′ (Fig. 571), so beobachtet man auf einem hinter dem Spalt aufgestellten Schirme B B′ dem Spalt gegenüber einen hellen Streifen. Dieser Lichtstreifen ist von dunklen Stellen begrenzt, auf welche wieder helle folgen und so fort, bis die allzugeringe Helligkeit der hellen Streifen eine Unterscheidung derselben nicht mehr gestattet.

Diese Erscheinung wird zu einer glänzenden Rechtfertigung des Princips von Huyghens. Sie ist ein Beweis für die Möglichkeit des Sehens um die Ecke. Die im Spalt ankommende Lichtbewegung erregt die daselbst befindlichen Aethertheilchen, so dass jedes zum Mittelpunkt einer Kugelwelle wird. Diese Kugelwellen breiten sich in den Raum zwischen Spalt und Schirm aus und bringen Helligkeit an solchen Stellen hervor, wo die daselbst befindlichen Aethertheilchen von unzähligen Wellenzügen gleichzeitig in gleichem Sinne erregt werden, während Dunkelheit herrscht, wo Wellenzüge zusammentreffen, deren eine Hälfte die entgegengesetzte Phase der anderen hat.

Sei O_1 eine Stelle auf dem Schirme. Beschreibt man um O_1 mit $O_1 A'$ einen Kreis, so liegen in dem Bogen $A' C$ Mittelpunkte derjenigen

Fig. 571.



Kugelwellen, welche gleichzeitig in O_1 ankommen, während in $A A'$ diejenigen Aethertheilchen liegen, welche sich in gleicher Schwingungsphase befinden. Ist nun die Strecke $A C$ eine Wellenlänge, so stimmt zwar das Aethertheilchen C mit A' in der Phase überein, ist aber um eine halbe Wellenlänge zurück gegen das Theilchen E. Folglich heben sich die Wirkungen von C und E in O_1 auf, und ebenso die Wirkungen von C' und E', welche auf $C A'$ in gleichen Abständen von C und E liegen. Es ist also in O_1 dunkel, und zwar ist dieses die erste Stelle vollkommener Dunkelheit. Die zweite tritt auf, wo der Gangunterschied der Randstrahlen 2 Wellenlängen beträgt, und allgemein wird man alle Stellen ganz dunkel finden, wohin die Randstrahlen $A A'$ mit einem Gangunterschied von einer geraden Anzahl halber Wellenlängen gelangen.

Zwischen den dunklen Stellen liegen da, wo die Gangunterschiede eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen betragen, Helligkeitsmaxima, welche an Helligkeit rasch abnehmen.

§. 737.

Die **Helligkeitsmaxima.** — Um sich von dieser Abnahme Rechenschaft zu geben, erwägt man die Entstehungsweise derselben. Das erste Maximum H_1 entsteht, wo der Gangunterschied der Randstrahlen $\frac{3}{2}\lambda$ beträgt. Theilt man den Spalt in drei gleiche Theile und zieht von den Theilpunkten Gerade nach H_1, so erkennt man, dass das Licht, welches durch $\frac{2}{3}$ des Spaltes nach H_1 kommt, sich auslöscht, weil der Gangunterschied der Grenzstrahlen eine ganze Wellenlänge beträgt. Man erhält also in H_1 nur soviel Licht, als durch den dritten Theil des Spaltes eindringt, und auch dieses verstärkt sich nicht durchaus, weil der mittlere Gangunterschied der Strahlen $\frac{1}{4}$ Wellenlänge beträgt. In H_2 löscht sich alles Licht aus, was von $\frac{4}{5}$ der Spaltöffnung ankommt, und der wirksame Theil des Spaltes ist nur $\frac{1}{5}$.

Eine eingehendere Rechnung ergibt, dass ein Strahlenbündel, dessen eine Strahlenhälfte gegen die andere Gangunterschiede von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge besitzt, 0,4 der Helligkeit des nicht interferirenden Bündels gibt. Die Reduction der Spaltöffnung wirkt im quadratischen Verhältniss, weil jede Anregung, die in gleichem Sinne erfolgt, die Amplitude um gleichviel verstärkt, die Helligkeit aber dem Quadrate der Amplitude proportional ist. Demnach haben die Helligkeitsmaxima des gebeugten Lichts im Vergleich zu der mittleren, direct beleuchteten Stelle die Helligkeiten $\frac{0,4}{9}, \frac{0,4}{25}, \frac{0,4}{49}, \frac{0,4}{81}$ . . . wobei von der Schiefe des Einfalls abgesehen ist.

§. 738.

Die **Winkel** wie $B' A' O_1 = A A' C = \alpha$, um welche die dunklen Stellen von der geraden Fortpflanzungsrichtung des Lichts abweichen, werden aus der Formel $\sin \alpha = n \cdot \frac{\lambda}{b}$ berechnet, worin λ die Wellenlänge, b die Breite ($A A'$) des Spaltes, n die Ordnungszahl des dunklen Streifens bedeutet. Demnach ist die Winkelablenkung des einzelnen Streifens von bestimmter Ordnungszahl der Breite des Spaltes umgekehrt proportional.

Misst man die Spaltbreite (b) und die Winkelablenkungen (α) der dunklen Stellen, was mittelst eines Theodolithen oder des in §. 667 be-

schriebenen Apparates ausgeführt werden kann, so findet man aus der Formel $\lambda = \frac{b}{n} \sin \alpha$ für jede Farbe die in §. 732 aus Fresnels Spiegelversuch berechnete Wellenlänge. Diese Messungen sind zuerst von Fraunhofer ausgeführt worden. Er fand z. B. bei einer Spaltbreite von 3,125^{mm} für die hellste Stelle im Spectrum (zwischen D und E)

	I. Minimum.	II. Minimum.	II. Minimum.
Winkelablenkung	37″, 6	1′ 15″, 5	1′ 53″

woraus sich die Wellenlänge dieses Lichts zu 0,0005712 Millimeter berechnet.

Wendet man eine Mischfarbe an, z. B. ungesichtetes Sonnenlicht, so fehlt die einzelne Farbe zuerst an derjenigen Stelle (α_v), wo ihre Wellenlänge λ_v und die Spaltbreite in der Beziehung

$$\sin \alpha_v = \frac{\lambda_v}{b}$$

stehen und es tritt dort eine nahezu complementäre Mischfarbe auf. Dadurch entsteht eine Art von Spectrum.

III. Die Newton'schen Farbenringe.

§. 739.

Dünne Schichten irgend einer Substanz zeigen im reflectirten Sonnenlichte Farben, weil das an der Vorderfläche reflectirte Licht mit dem von der hinteren Grenzfläche in das Medium zurückkehrenden und dann ebenfalls an der Vorderfläche austretenden Lichte interferirt und durch diese Interferenz jene Farbe des zusammengesetzten Lichts ausgelöscht wird, deren halbe Wellenlänge mit der Phasendifferenz der beiden Lichtbüschel übereinstimmt.

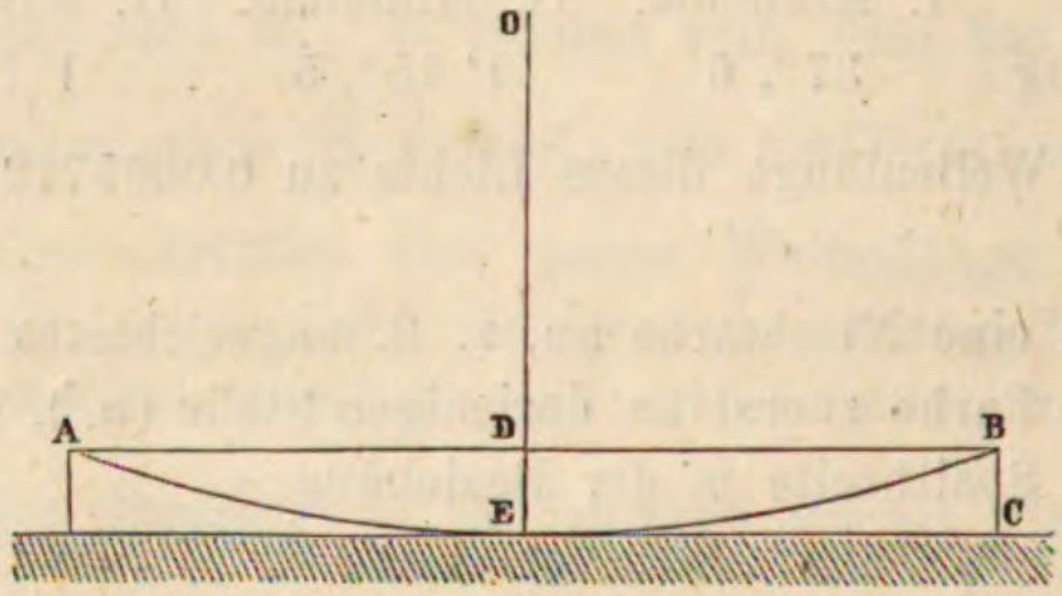
Einen der einfachsten Fälle bieten dünne Luftschichten dar. Um solche von verschiedener und leicht berechenbarer Dicke zu erhalten, bediente sich Newton einer planconvexen Linse mit grossem Krümmungsradius, die er auf eine ebene Glassplatte legte (Fig. 572).

Beleuchtet man dieses System von oben durch einfarbiges Licht, so sieht ein Auge, welches ebenfalls von oben auf das Glas blickt, in der Mitte einen kreisförmigen dunklen Fleck, umgeben von abwechselnd hellen

und dunklen Ringen, deren Breite um so kleiner wird, je grösser ihr Durchmesser ist.

Jeder Ring von derselben Ordnungszahl hat einen um so grösseren Durchmesser, je grösser die Wellenlänge des Lichts ist, mit welchem man

Fig. 572.



die Vorrichtung beleuchtet. Daraus folgt, dass in gemischtem Lichte die Farben neben einander an den Stellen auftreten, wo ihre hellen Ringe liegen, und dass auch Mischfarben nicht ausgeschlossen sind.

Newton beschreibt die Farben der sich vom Centrum aus folgenden Ringe wie folgt:

Farben erster Ordnung:	Schwaches Blau, Weiss, Gelb, Roth.
Farben zweiter Ordnung:	Violett, Blau, schwaches Grün, Gelb, Roth (Ordnung des Spectrums).
Farben dritter Ordnung:	Purpurroth, Blau, Grün, Gelb, Roth (Ordnung des Spectrums).
Farben vierter Ordnung:	Grün, Roth.

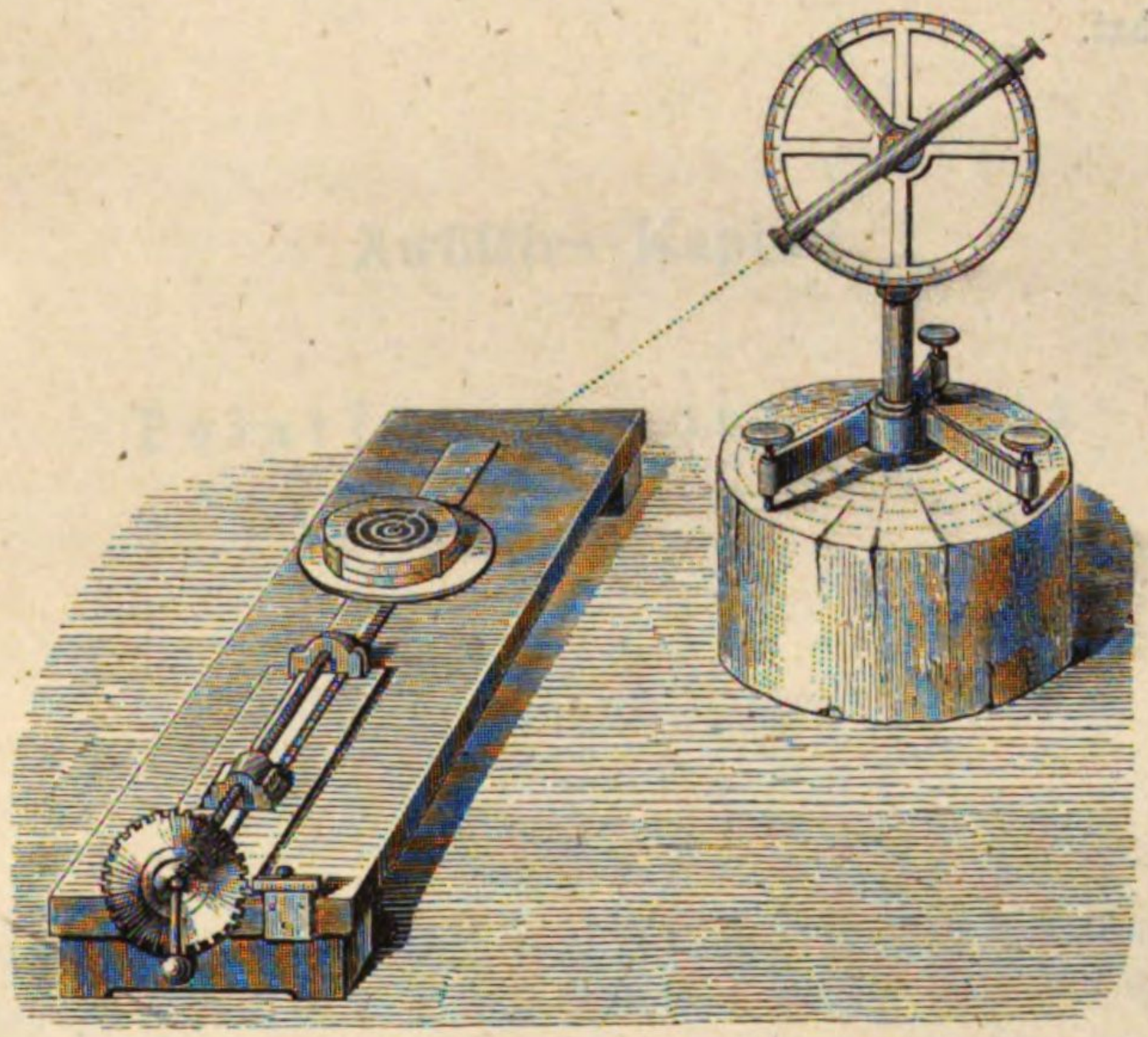
Im durchgelassenen Lichte erscheinen, bedeutend schwächer, die complementären Farben.

§. 740.

Ist der Krümmungsradius (r) der Linse mit dem Sphärometer gemessen, ferner der Durchmesser (A B) eines einzelnen Ringes, so ergibt sich die Dicke (B C) der Luftschichte, welche die von der unteren Glasplatte reflectirten Strahlen zweimal zu durchlaufen haben, aus der Erwägung, dass D B $\left(= \frac{a}{2}\right)$ die mittelbare Proportionale zu B C $= d$ und $(2r - \text{B C})$ ist, nämlich $\frac{a^2}{4} = d\ (2r - d)$, oder mit hinreichender Annäherung $d = \frac{a^2}{8r}$.

Fig. 573 gibt die von de la Provostaye und Desains zur Messung der Durchmesser (*a*) angewandte Methode. Der Apparat steht auf der beweglichen Platte einer Theilmaschine. Nachdem das Fernrohr auf den Anfang des Durchmessers eingestellt ist, wird durch Drehung

Fig. 573.



der Schraube die Platte verschoben, bis das Ende des Durchmessers einsteht, und dann die Länge in Tausendtheilen des Schraubenumgangs abgelesen.

Durch solche Messungen ergaben sich bei einfarbiger Beleuchtung und Betrachtung von oben die Dicken (*d*) der Luftschichten an den dunklen Stellen als ungerade Vielfache der halben Wellenlänge. Da diese Dicke zweimal zurückgelegt wird, so würde ohne weitere Verzögerung der an der unten liegenden ebenen Platte reflectirte Strahl gegen einen an der Innenseite der Kugelfläche reflectirten Strahl gerade um eine ganze Wellenlänge oder um ein Vielfaches einer ganzen Welle zurück sein, und somit nicht interferiren. Das Stattfinden der Interferenz wird nach Th. Young dadurch erklärt, dass die Reflexion, welche an der (unten liegenden ebenen) Glasplatte in Luft zurück erfolgt, für sich einen Phasenunterschied von einer halben Wellenlänge verursacht, während bei innerer Reflexion in das Glas hinein dieser Phasenunterschied nicht eintritt.

Demnach ist für zwei von der Kugelfläche und Glasplatte zurückkehrende Strahlen der Gangunterschied $2d + \frac{\lambda}{2}$. Ist vermöge des Werthes von d dieser Ausdruck von der Form $(2n + 1)\frac{\lambda}{2}$, so erscheint die entsprechende Stelle dunkel; hell hingegen, wenn der Ausdruck die Form $2n \cdot \frac{\lambda}{2}$ hat.

Zwölftes Kapitel.

Polarisation des Lichts.

I. Polarisation durch Doppelbrechung.

§. 741.

Der Kalkspath kommt in der Natur in schiefwinkeligen Parallelepipeden vor, aus denen durch Schnitte, welche man den Grenzflächen parallel führt, Rhomboëder herausgespaltet werden können. Die stumpfen Winkel der sechs Rhomben betragen 101,55°. Der Schnitt durch die kleineren Diagonalen zweier parallelen Grenzflächen wird ein schiefwinkeliges Parallelogramm, dessen kleinere Diagonale die Hauptaxe des Rhomboëders ist und die optische Axe heisst. Da der eben geführte Schnitt die Hauptaxe enthält, heisst er ein Hauptschnitt des Krystalls. Jeder ihm parallele Schnitt führt denselben Namen, und zwar mit demselben Rechte, da er die Hauptaxe eines kleineren, aus dem ersteren sofort spaltbaren Rhomboëders enthält.

Fällt ein begrenztes Bündel paralleler Lichtstrahlen senkrecht auf eine Grenzfläche des Kalkspaths, so sieht man aus der gegenüberliegenden Grenzfläche zwei Strahlenbündel austreten. Das eine (gewöhnliche) bildet die Fortsetzung des einfallenden Bündels, das andere (ausserordentliche) ist im Krystall trotz des senkrechten Einfalls um einen Winkel von 6° 14′ in der Ebene des Hauptschnitts abgelenkt worden, und tritt desshalb neben dem ersten heraus, um dann seinen Weg diesem parallel in Luft fortzusetzen.

Die beiden Strahlenbündel haben gleiche Intensität, aber verschiedene Beschaffenheit. Wir wollen sie der Kürze halber als gewöhnlichen (O) und ausserordentlichen Strahl (E) unterscheiden.

§. 742.

Bedeckt man die Stelle der Krystallfläche, wo der ausserordentliche Strahl E austritt, und lässt den gewöhnlichen Strahl O senkrecht auf die Grenzfläche eines zweiten Kalkspathkrystalls fallen, so wiederholt sich die Erscheinung der Doppelbrechung in derselben Weise, nur mit dem einzigen Unterschiede, dass die Intensitäten der beiden austretenden Strahlenbündel O_1, E_1 im Allgemeinen verschieden sind.

Man bemerkt leicht, dass sich das Intensitätsverhältniss der beiden Bilder ändert, wenn man den Kalkspath um das Einfallsloth dreht. Diese Aenderung geht so weit, dass das mit dem Hauptschnitt zugleich rotirende ausserordentliche Bild E_1 ganz verschwindet und das in der Mitte feststehende gewöhnliche Bild O_1 allein übrig bleibt, wenn der Hauptschnitt

Fig. 574.

des zweiten Krystalls dem Hauptschnitte des ersten parallel steht. Hingegen verschwindet das gewöhnliche Bild O_1 und das ausserordentliche E_1 ist allein sichtbar, wenn der zweite Hauptschnitt auf dem ersten senk-

recht steht. Sind die Hauptschnitte um 45° gegen einander geneigt, so sind die beiden Bilder gleich hell.

Die Intensitätsverhältnisse der beiden Strahlen O_I und E_I sind in Fig. 574 No. 2 dargestellt für die 8 Hauptlagen des zweiten Hauptschnittes, welche er während einer Drehung um 360° einnimmt. No. 1 gibt schematisch die Anordnung, durch welche die beiden Bilder O_I, E_I erhalten werden können. Der Einfallswinkel ist von Null etwas verschieden genommen, damit auch das gewöhnliche Bild O_I mit dem Hauptschnitt rotire.

Man erkennt hieraus, dass der aus dem ersten Kalkspath austretende sogenannte gewöhnliche Strahl O doch nicht gewöhnliches Licht ist, da er von dem zweiten Krystall unter Umständen ganz gewöhnlich, unter anderen Umständen ganz ausserordentlich behandelt wird, während gewöhnliches Licht immer zur Hälfte in die Bahn des gewöhnlichen, zur Hälfte in die des ausserordentlichen Strahls gelenkt würde.

Fig. 575.

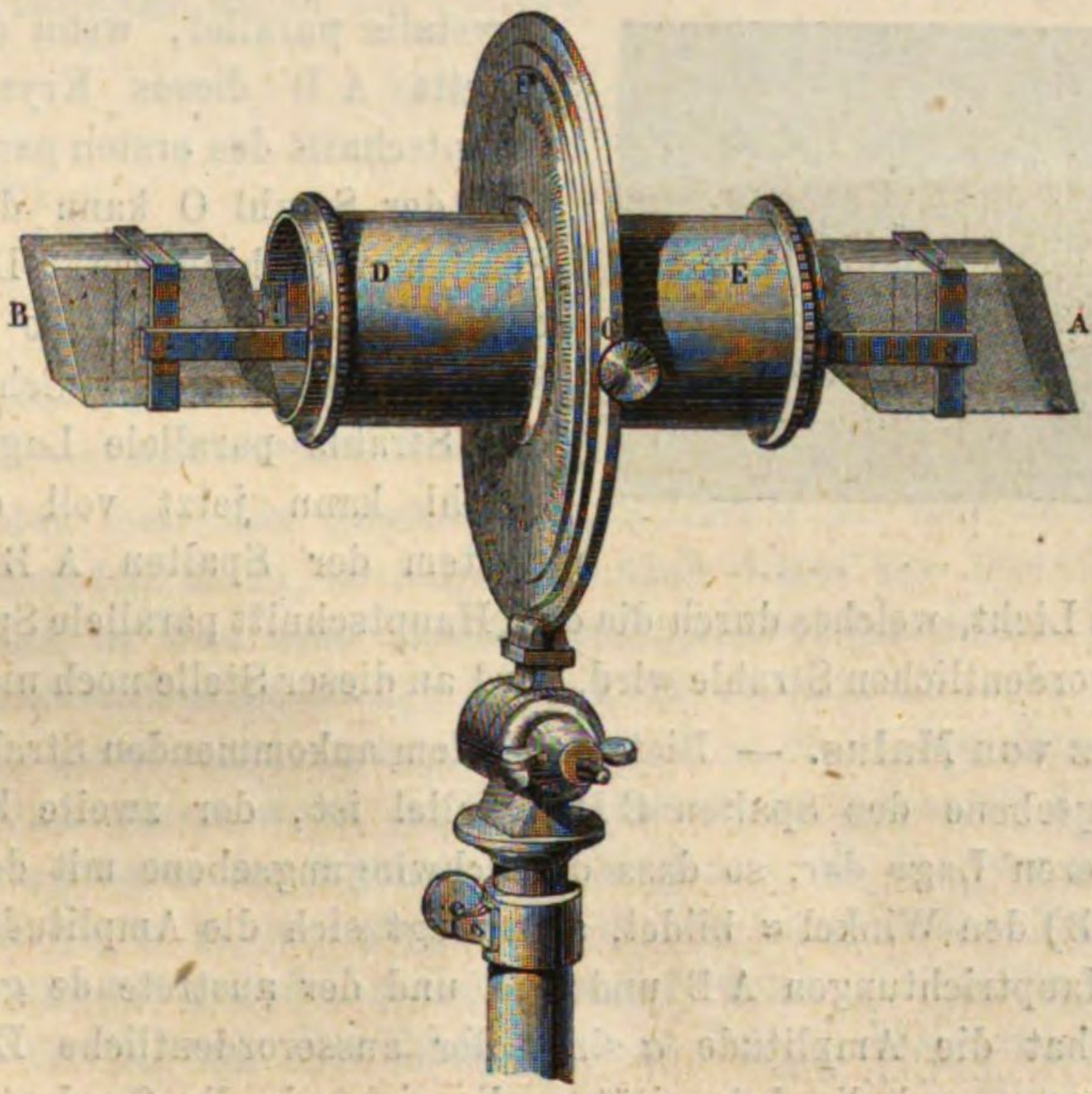


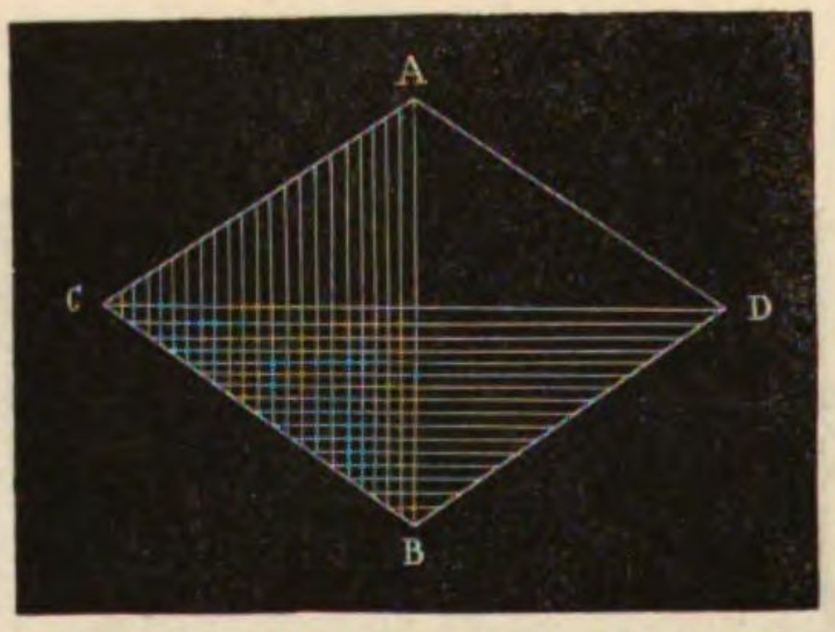
Fig. 575 stellt den Apparat dar, mit welchem alle hier beschriebenen Versuche ausgeführt werden können. Der Analyseur A kann bei C gedreht werden, die Grösse der Drehung wird auf der Kreistheilung F abgelesen.

§. 743.

Um uns die Auffassung zu erleichtern, denken wir uns in dem Kalkspath zwei Systeme von Spalten, das eine dem Hauptschnitt A B (Fig. 576) parallel, das andere (C D) senkrecht zum Hauptschnitt. Man kann sich diese Spalten so eng denken, dass die Aethertheilchen nur längs der Spalten schwingen, senkrecht aber zu den beiden Ebenen, welche einen Spalt begrenzen, keine merkliche Amplitude gewinnen können.

Mit dieser Vorstellung erklären wir uns zunächst das Verhalten des zweiten Kalkspaths gegen den aus dem ersten Kalkspath kommenden gewöhnlichen Strahl O, wenn wir diesem Strahle die Eigenthümlichkeit zuschreiben, dass seine Aethertheilchen senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung und nur in **einer** zum ersten Hauptschnitt parallelen oder senkrechten Ebene schwingen. Denn denken wir uns diese Schwingungsebene z. B. senkrecht zum Hauptschnitt des ersten Krystalls, so ist sie den wagrechten Spalten C D des zweiten Krystalls parallel, wenn der Hauptschnitt A B dieses Krystalls dem Hauptschnitt des ersten parallel steht, und der Strahl O kann durch diese Spalten voll hindurch. Drehen wir den Krystall um 90°, so treten die Spalten A B in die den Schwingungen des Strahls parallele Lage und der Strahl kann jetzt voll durch das System der Spalten A B hindurch. Warum das Licht, welches durch die dem Hauptschnitt parallele Spalten geht, zum ausserordentlichen Strahle wird, wird an dieser Stelle noch nicht erklärt.

Fig. 576.



Gesetz von Malus. — Bietet sich dem ankommenden Strahle, dessen Schwingungsebene den Spalten C D parallel ist, der zweite Krystall in einer mittleren Lage dar, so dass die Schwingungsebene mit dem Hauptschnitt (A B) den Winkel α bildet, so zerlegt sich die Amplitude (a) nach den zwei Hauptrichtungen A B und C D, und der austretende gewöhnliche Strahl O_1 hat die Amplitude $a \sin \alpha$ der ausserordentliche E_1 die Amplitude $a \cos \alpha$, und die Intensitäten, die sich wie die Quadrate der Amplituden verhalten, sind $a^2 \sin^2 \alpha$ für O_1 und $a^2 \cos^2 \alpha$ für E_1. Dieser photometrische Satz ist von Malus entdeckt und experimentell bestätigt worden.

§. 744.

Die im vorhergehenden Paragraphen eingeführte einfache Vorstellung reicht auch aus, um die Modifikation zu erklären, welche das

natürliche Licht im ersten Krystall erfährt, wenn wir uns die Aetherschwingungen des natürlichen Lichts wieder in einer zur Fortpflanzungsrichtung senkrechten Ebene denken, ihren (ebenen) Schwingungscurven aber ein solches Gesetz zuschreiben, dass jede zum Strahle senkrechte Richtung darin gleich vertreten ist.

Es erfolgt dann beim Eintritt in den Krystall eine Zerlegung der Amplituden in die auf einander senkrechten Richtungen der Spalten, ohne dass die Intensitäten der beiden Strahlen ungleich werden.

Der Krystall weist das ankommende Licht in zwei auf einander senkrechte Schwingungsebenen, in welchen die von den Aethertheilchen in der Luft beschriebenen Schwingungscurven zu geraden Linien werden. Diese Veränderung des natürlichen Lichts nennt man (geradlinige) Polarisation. Das geradlinig polarisirte Licht besitzt demnach die einfachste aller denkbaren Schwingungsformen. Ihr Gesetz ist das in §. 516 entwickelte, demgemäss zur Zeit t die Entfernung S des Theilchens aus seiner Gleichgewichtslage durch die Formel

$$S = a \sin 2\pi \frac{t}{\delta}$$

gegeben ist.

§. 745.

Die Richtigkeit der gegebenen Erklärung lässt sich auch an dem Verhalten des ausserordentlichen Strahles E erproben.

Blendet man den gewöhnlichen Strahl O ab und lässt E auf den zweiten Krystall fallen, so muss sich auch dieser der Theorie gemäss im Allgemeinen in zwei neue Strahlen zerlegen, einen gewöhnlichen O_2 und einen ausserordentlichen E_2. Wenn O transversal zum Hauptschnitt schwingt, gehen die Schwingungen des Strahles E im Hauptschnitt vor sich, folglich gehen, wenn die Hauptschnitte der Krystalle parallel stehen, die Schwingungen des Strahles E alle durch die Spalten A B und vereinigen sich alle in dem ausserordentlichen Strahle E_2. Wird der zweite Krystall um 90° gedreht, so kommen die Spalten C D in die Schwingungsrichtung von E, und alles Licht geht in den gewöhnlichen Strahl O_2.

Hierin stimmen Theorie und Erfahrung überein. Für mittlere Lagen gibt das Gesetz von Malus die Intensitätsverhältnisse beider Strahlen.

§. 746.

Ueberblicken wir nochmals in Kürze diejenigen Annahmen über die Natur des Lichts, zu welchem wir durch die Erscheinung der Doppel-

brechung im Kalkspath und die mittelst eines zweiten Krystalls ausgeführte Analyse beider Strahlen veranlasst worden sind.

1) Das natürliche Licht besteht aus Aetherschwingungen, welche transversal zur Richtung der Fortpflanzung in ebenen Curven erfolgen, in welchen keine Richtung vor der anderen bevorzugt ist.

Eine solche Curve ist nur der Kreis, und in der That verhält sich Licht, welchem wir künstlich kreisförmige Schwingungen verschaffen, bei der Analyse durch den Kalkspath wie natürliches Licht. Da aber andere Gründe gegen die Annahme sprechen, dass natürliches Licht aus kreisförmigen Schwingungen bestehe, ist man zu der Vorstellung genöthigt, dass zwar jede einzelne Schwingung des Aethertheilchens excentrisch ist, dass aber die auf einander folgenden Schwingungen in rasch wechselnder Lage der Schwingungscurve erfolgen.

Da die Möglichkeit der Mischfarbe ohnediess zu der Annahme nöthigt, dass dasselbe Aethertheilchen auf einander folgende Schwingungen von ungleicher Dauer (δ) und Amplitude macht, so wird durch den hier anzunehmenden Wechsel der Richtung nur eine weitere Verallgemeinerung in die Auffassung derjenigen Aetherbewegung gebracht, die wir als Licht empfinden.

2) Der Kalkspath zerlegt den natürlichen Lichtstrahl in zwei Strahlen, in welchen die Aetherschwingungen transversal bleiben, aber geradlinig werden.

3) Die Schwingungen des einen Strahls finden im Hauptschnitt des Krystalls statt, die des anderen senkrecht zum Hauptschnitt.

4) Es ist unentschieden, ob die Schwingungen des ausserordentlichen Strahles (E) im Hauptschnitt stattfinden oder senkrecht zum Hauptschnitt des Krystalls. Da es zur Vermeidung von Umständlichkeiten und Abstractionen nützlich scheint, etwas Bestimmtes (willkürlich) anzunehmen, so nehmen wir (mit Fresnel und den meisten Lehrbüchern) an, die Schwingungen des ausserordentlichen Strahles finden im Hauptschnitte statt.

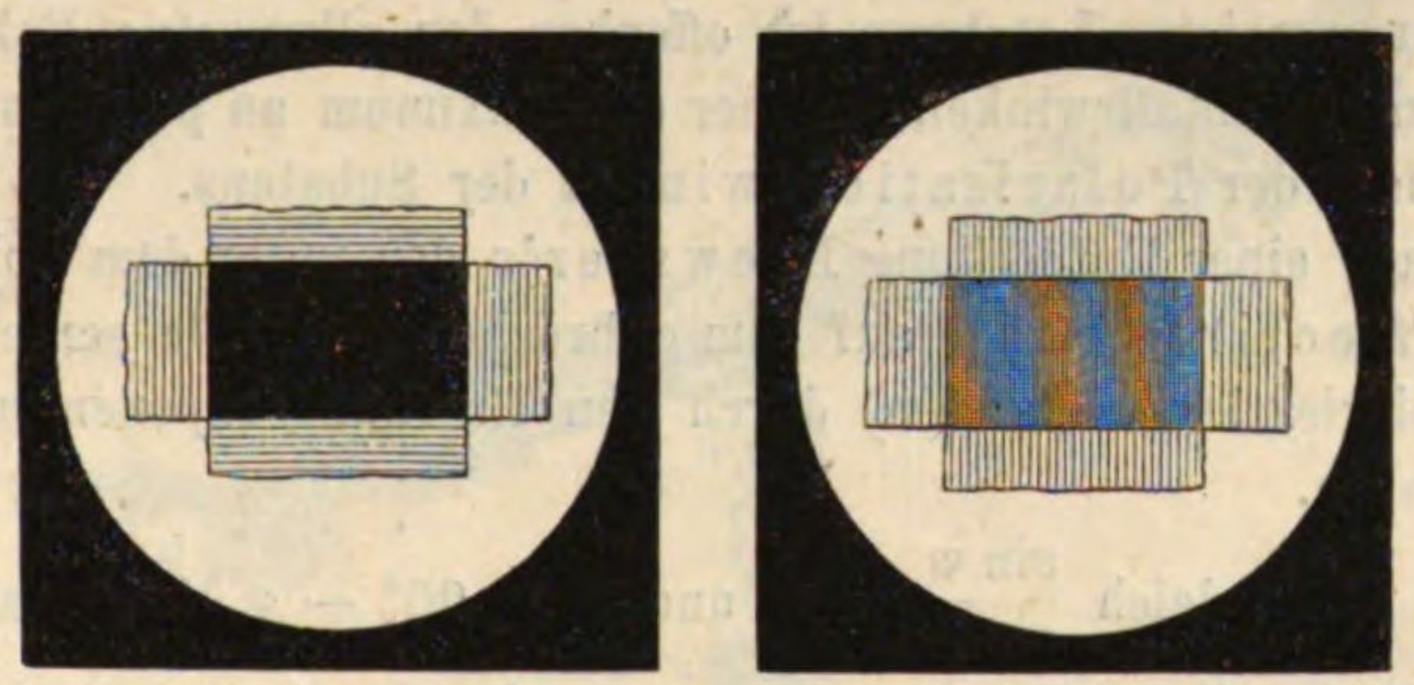
Unter der Polarisationsebene verstehen wir die zur Schwingungsrichtung des polarisirten Strahls senkrechte Ebene und sagen demgemäss von dem gewöhnlichen Strahle, er sei im Hauptschnitt polarisirt.

5) Es ist bisher unerörtert geblieben, warum sich die beiden Strahlen von einander trennen, speciell, warum die dem Hauptschnitt parallelen Schwingungen bei senkrechter Incidenz abgelenkt werden. Diese Frage ist seit Huyghens gelöst und wird im folgenden Kapitel zum Gegenstand einer besonderen Darlegung gemacht werden.

§. 747.

Polarisation durch den Turmalin. — Unter den zahlreichen einaxigen Krystallen, welche gleich dem Kalkspath das Vermögen der Doppelbrechung besitzen, ist der (grün oder braun gefärbte) Turmalin dadurch ausgezeichnet, dass er von dem gewöhnlichen Strahl weit mehr absorbirt als von dem ausserordentlichen. So kommt es, dass die Dicke des Turmalinkrystalls hinreichen kann, alles gewöhnliche Licht auszulöschen, während von dem ausserordentlichen noch erhebliche Mengen hindurchdringen. Stellt man zwei solche Turmaline hinter einander, so wird das Gesichtsfeld hell, wenn die Hauptschnitte parallel stehen (Fig. 577 rechts),

Fig. 577.



dunkel, wenn die Hauptschnitte sich kreuzen (Fig. 577 links). Bei mittleren Lagen gibt das Gesetz von Malus die Helligkeit in der Form $E \cos^2 \alpha$, wenn E die dem Parallelismus der Hauptschnitte ($\alpha = o$) entsprechende Helligkeit ist.

Hat man auf weissem, mit Tusche geschwärzten Papier einen Fleck von der Grösse etwa eines Quadratmillimeters ausgespart, so sieht man durch einen darauf gelegten Kalkspath hindurch zwei gleich helle Bilder (O, E) des Flecks. Legt man auf den ersten Kalkspath einen zweiten, so sieht man im Allgemeinen vier Bilder (O_1, E_1; E_2, O_2), von welchen je zwei gegenüberliegende (O_1, E_2) gleich hell sind. Legt man aber auf den ersten Kalkspath einen Turmalin, so sieht man nur zwei Bilder (E_1, E_2), deren Helligkeit verschieden ist, und sich ändert, wenn man den Turmalin dreht. O_1, O_2 werden absorbirt.

II. Polarisation durch Reflexion.

§. 748.

Durchsichtige Spiegel, wie Platten von Spiegelglas, Obsidian etc. besitzen die Eigenschaft einen Theil des auffallenden Lichts zu polarisiren. Die Menge des polarisirten Theils ist vom Einfallswinkel abhängig.

Für die meisten farblosen Substanzen gibt es einen Einfallswinkel, bei welchem alles reflectirte Licht in der Einfallsebene polarisirt ist. Für die übrigen Substanzen, zu welchen Diamant, Schwefelkrystalle und alle Metalle gehören, gibt es einen Einfallswinkel, bei welchem die relative Menge des im reflectirten Strahle enthaltenen polarisirten Lichts ein Maximum ist. Letzteres ist offenbar der allgemeine Fall.

Derjenige Einfallswinkel, welcher das Maximum an polarisirtem Lichte liefert, heisst der Polarisationswinkel der Substanz.

Da nach einer Entdeckung Brewster's der unter dem Polarisationswinkel reflectirte Strahl auf dem gebrochenen Strahle senkrecht steht, ist der Polarisationswinkel (φ) durch den Brechungsexponenten der Substanz gegeben.

Denn da zugleich $\frac{\sin \varphi}{\sin \beta} = n$ und $\beta = 90^0 - \varphi$, folgt $\text{tang } \varphi = n$.

Vermittelst dieses Gesetzes kann man den Brechungsexponenten auch für undurchsichtige Substanzen ermitteln.

§. 749.

Der Polarisationswinkel des Glases beträgt $\left(\text{wegen } n = \frac{4}{3}\right)$ 55°.

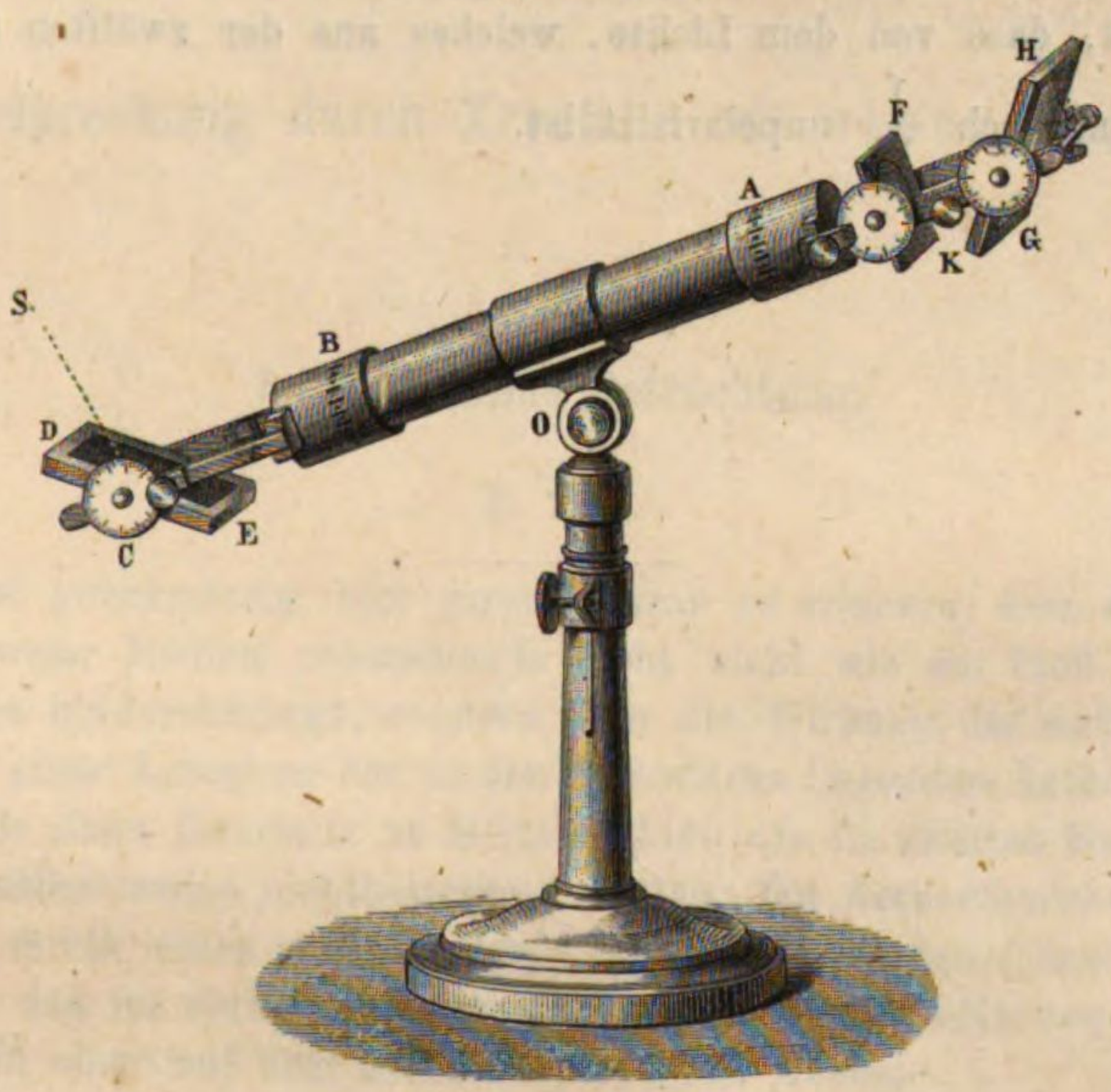
Nach der in §. 693 gegebenen Tabelle reflectirt eine Glasplatte unter diesem Winkel ungefähr 15% des auffallenden Lichts. Diese reflectirte Lichtmenge ist vollständig und zwar in der Reflexionsebene polarisirt. Denn stellt man den Hauptschnitt eines Kalkspathkrystalls der Reflexionsebene parallel, so geht der reflectirte Strahl ganz in den gewöhnlich gebrochenen Strahl ein, hingegen fällt er ganz in die Richtung des ausserordentlichen Strahls, wenn der Hauptschnitt senkrecht zur Reflexionsebene steht. In Zwischenlagen findet die Vertheilung der Intensität nach dem Gesetze von Malus statt.

Es ist aber nicht nöthig als Analyseur einen Kalkspath oder Turmalin zu benützen. Ein zweiter Glasspiegel, welcher mit dem vom ersten Spiegel reflectirten Strahle einen Winkel von $90 - 55 = 35^0$ bildet, thut die gleichen Dienste. Er reflectirt den polarisirten Strahl voll-

kommen in den beiden ausgezeichneten (um eine Drehung von 180° verschiedenen) Lagen, wo die beiden Einfallsebenen zusammenfallen. Er lässt den polarisirten Strahl ganz durch in den beiden mittleren Lagen, wenn die Einfallsebenen auf einander senkrecht stehen, und theilt ihn in allen übrigen Lagen in zwei Strahlen, einen durchgelassenen und einen reflectirten Strahl, deren Schwingungen auf einander senkrecht stehen und deren Intensitätsverhältniss nach dem Gesetz von Malus berechnet wird.

Fig. 578 zeigt einen Apparat, mittelst dessen die Polarisation des reflectirten Lichts beobachtet werden kann. Die Spiegel D E, K H können sowohl um die horizontalen Axen gedreht werden, welche durch die

Fig. 578.



Mittelpunkte der Kreistheilung C, G gehen, als auch um die Axe des Rohres, auf welchem die beweglichen Hülsen A, B sitzen. In F ist eine Vorrichtung angebracht, um irgend welche Substanzen in den polarisirten Strahl einzuschalten.

§. 750.

Betrachten wir noch den von der Spiegelplatte durchgelassenen Strahl. Er enthält nothwendig ebenso viel polarisirtes Licht wie der reflectirte Strahl; nämlich die andere Hälfte des in der Spiegelfläche zerlegten Quantums natürlichen Lichts. Analysirt man ihn mittelst eines Kalkspaths, so zeigt der ausserordentliche Strahl ein Maximum der

Helligkeit, wenn der Hauptschnitt des Krystalls in der Reflexionsebene liegt. Demnach steht, wie zu erwarten war, die Polarisationsebene des durchgelassenen Lichts auf der Reflexionsebene senkrecht. In unserem Falle macht das polarisirte Licht $\frac{15}{85}$ des Ganzen aus.

Stellt man eine zweite Glasplatte der ersten parallel, so wird von dieser der polarisirte Theil $\frac{15}{85}$ ganz durchgelassen. Von dem neutralen Lichte $\left(\frac{70}{85}\right)$ werden 15 Procent reflectirt und neue 15 Procent polarisirt, so dass unter 75 schliesslich noch austretenden Lichtstrahlen 26 polarisirt und 49 neutral sind. Verfolgt man die Rechnung weiter, so findet man, dass von dem Lichte, welches aus der zwölften Glasplatte austritt, nur noch $\frac{1}{18}$ unpolarisirt ist.

Dreizehntes Kapitel.

Doppelbrechung durch Krystalle mit einer Hauptaxe.

I. Allgemeine Betrachtung.

§. 751.

Es ist zweckmässig, hier vorerst daran zu erinnern, dass das an der Grenze zweier Medien ankommende Licht nicht wie ein Stoff durch die Grenzfläche hindurchdringt, sondern dass die Wirkung des ankommenden Lichts in einer Anregung der in der Grenzfläche liegenden Aethertheilchen besteht, die dann ihrerseits zu Mittelpunkten der im zweiten Medium sich allseitig ausbreitenden Lichtbewegung werden. Die Aethertheilchen, welche auf einer durch einen solchen Punkt gehenden Geraden (Strahl) liegen, schwingen den im vorhergehenden Kapitel gemachten Erfahrungen gemäss durchaus in einer auf dem Strahl senkrechten Ebene.

Bei Betrachtung der gewöhnlichen Brechung von Luft in Glas, Wasser und dgl. war es in Uebereinstimmung mit der Erfahrung anzunehmen, dass nach Verlauf einer Zeit t diejenigen von einem Lichtpunkte aus erregten Aethertheilchen, welche gleiche Phase besitzen, in einer (mit dem Radius ct beschriebenen) Kugelschale liegen, nur die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c war je nach dem Medium verschieden.

Diese die Brechung amorpher Körper erklärende Annahme bleibt noch zulässig bei den Krystallen des tesseralen Systems, in welchen keine der Krystallaxen durch Grösse oder Stellung vor einer anderen bevorzugt ist. Sie wird aber hinfällig bei Krystallen, welche wie die Krystalle des quadratischen oder hexagonalen Systems eine ausgezeichnete Axe besitzen. Diese in geometrischer Beziehung bevorzugte Axe wird auch zur optischen

Hauptaxe, indem ihre Lage gegen einen auf den Krystall fallenden Lichtstrahl dessen weiteres Schicksal bestimmt.

§. 752.

Schwingungsebene eines Lichtstrahls von beliebiger Richtung. — Die schon oben in besonderen Fällen erkannte, übrigens ganz allgemeine Thatsache, dass die beiden aus einem Kalkspath austretenden Strahlenzweige aus polarisirtem Licht bestehen, dessen Schwingungsebenen auf einander senkrecht stehen, während doch im auffallenden Lichte alle zu den Strahlen senkrechte Schwingungsrichtungen vertreten waren, erklären wir durch die Annahme:

1) Die auf einem beliebigen durch den einaxigen Krystall gehenden Lichtstrahl liegenden Aethertheilchen schwingen nur in zwei zu einander senkrechten Ebenen. Die eine dieser Ebenen ist durch den Strahl und eine der Hauptaxe parallel durch den Strahl gezogene Gerade bestimmt; die andere Ebene geht durch den Strahl und steht auf der ersten Ebene senkrecht; die erstere der beiden Ebenen nennen wir einen Axenschnitt, da der Name Hauptschnitt bereits für die Diagonalebene eines Kalkspath-Rhomboëders verbraucht ist. Der Hauptschnitt ist demnach eine besondere Art von Axenschnitten.

§. 753.

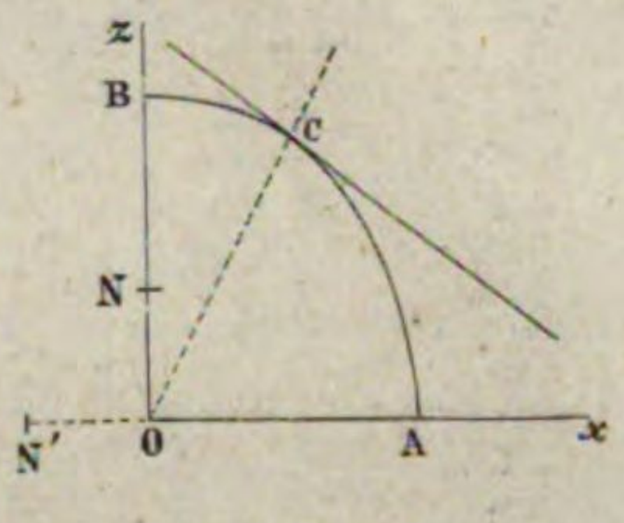
Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts von verschiedener Schwingungsebene ist verschieden. — Zur Erklärung der Doppelbrechung nimmt man an:

2) Die zum Axenschnitt senkrechten Schwingungen breiten sich im einaxigen Krystall allseitig mit gleicher Geschwindigkeit (c_0) aus, ebenso also wie die gesammte Lichtbewegung in einem amorphen Medium sich ausbreitet. Die Brechung dieser Strahlen erfolgt somit nach dem gewöhnlichen Brechungsgesetze d. h. in der Einfallsebene mit constantem Brechungsexponenten (n_0). Ein solcher Strahl heisst desshalb auch ein gewöhnlicher (ordentlicher) Strahl. Er wird im Folgenden nicht weiter betrachtet, als zum Vergleich mit dem Gange des aussergewöhnlichen (extraordinären) Strahles nützlich scheint.

3) Die im Axenschnitt vor sich gehenden Schwingungen breiten sich nach verschiedenen Richtungen mit verschieden grosser Geschwindigkeit aus, je nach dem Winkel, welchen sie mit der Richtung der Axe machen. In Fig. 579 stellt O C die Richtung des Strahles vor, O x die Richtung der Axe, die Ebene der Zeichnung also den Axenschnitt. In dieser Ebene finden die Schwingungen statt, von welchen hier die Rede ist. Da sie nun, wie alle Lichtschwingungen, senkrecht zum Strahle O C sind, so

können sie mit der Axe O x alle zwischen 0° und 90° liegende Winkel bilden. Im Kalkspath besitzen sie die grösste Fortpflanzungsgeschwindigkeit ($OB = c_e$) wenn sie parallel zur Hauptaxe ($O x$) erfolgen, also wenn der Strahl senkrecht zur Richtung der Hauptaxe ist; die kleinste ($OA = c_0$), wenn die Schwingungen senkrecht zur Hauptaxe sind, also der Strahl der Hauptaxe parallel geht.

Fig. 579.



In jeder mittleren Richtung ist auch ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine mittlere. Sie ist nach Huyghen's Entdeckung dem vom Mittelpunkt ausgehenden Radius vector einer Ellipse gleich, deren halbe kleine Axe c_0 der optischen Axe des Krystalls parallel und deren halbe grosse Axe c_e ist. Demnach hat sie in einer Richtung des Strahls, welche um den Winkel α von der Richtung der optischen Axe abweicht, den Werth

$$\frac{c_e\, c_0}{\sqrt{c_0^2 \sin^2\alpha + c_e^2 \cos^2\alpha}}.$$

§. 754.

Ausbreitung des Lichts von einem Punkte der Oberfläche aus. — Wir haben uns längs jeder Geraden, die von einem Lichtpunkte aus in den Krystall gezogen wird, zwei Lichtbewegungen zu denken, die in der Schwingungsrichtung um 90° von einander abweichen und in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit verschieden sind.

Da nun von einem Lichtpunkte (O) der Oberfläche unendlich viele Lichtstrahlen nach allen Richtungen hin auslaufen, erhalten wir zwei Wellensysteme: 1) das System der gewöhnlichen Strahlen mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit c_0, welches sich vom Punkte O der Oberfläche nach Verlauf der Zeit t in eine Halbkugeloberfläche vom Radius $t\,c_0$ ausgebreitet hat, so dass alle auf dieser Oberfläche befindlichen Aethertheilchen in gleichem Schwingungszustande sind; 2) das System der aussergewöhnlichen Strahlen, welches sich von demselben Punkte O der brechenden Fläche aus nach Verlauf der Zeit t in die Oberfläche eines Rotationsellipsoids ausgebreitet hat. Die kleine Axe, welche zugleich Umdrehungsaxe ist, geht der optischen Axe parallel durch den Punkt P, und hat die Länge $t\,c_0$, die grosse Axe ist von der Länge $t\,c_e$.

Alle Aetherpunkte, welche auf dem im Krystall enthaltenen Theile der Oberfläche dieses Ellipsoids liegen, haben nach der Zeit t die gleiche Phase.

Fig. 580.

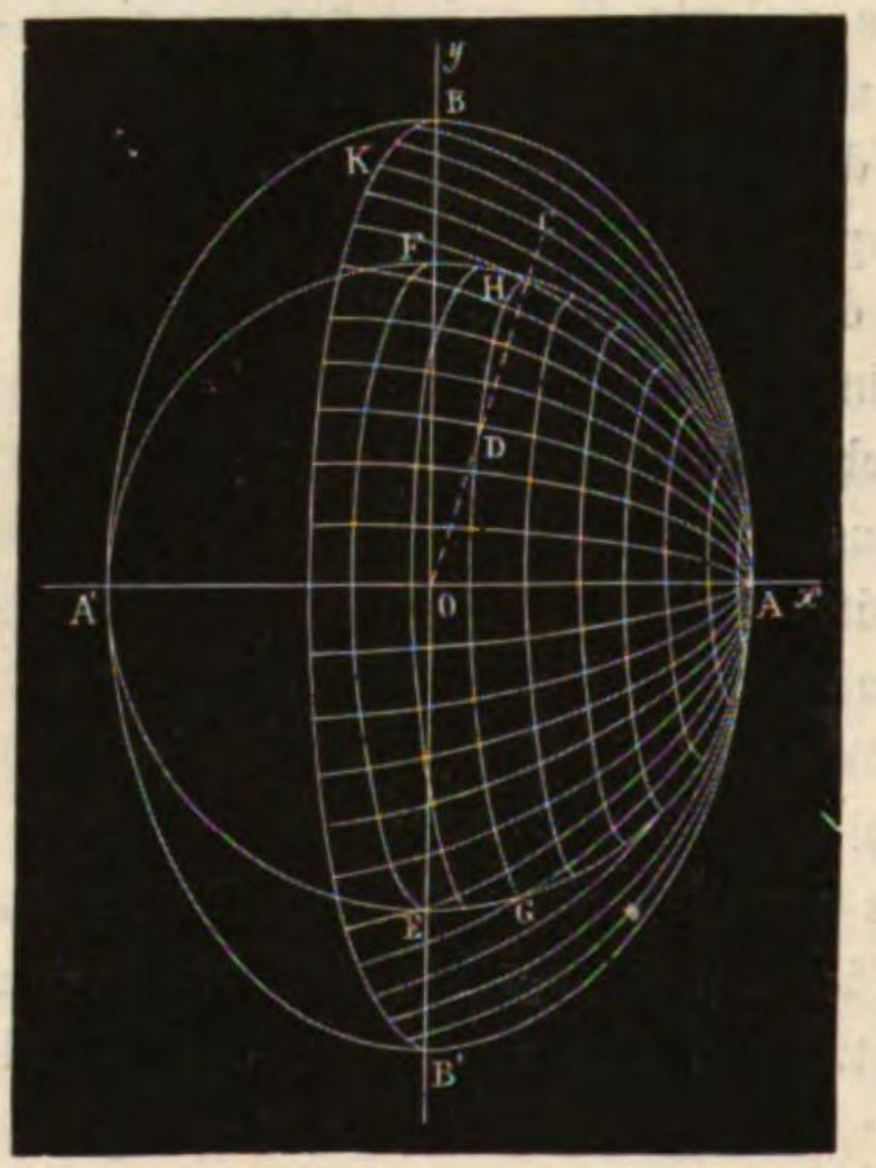


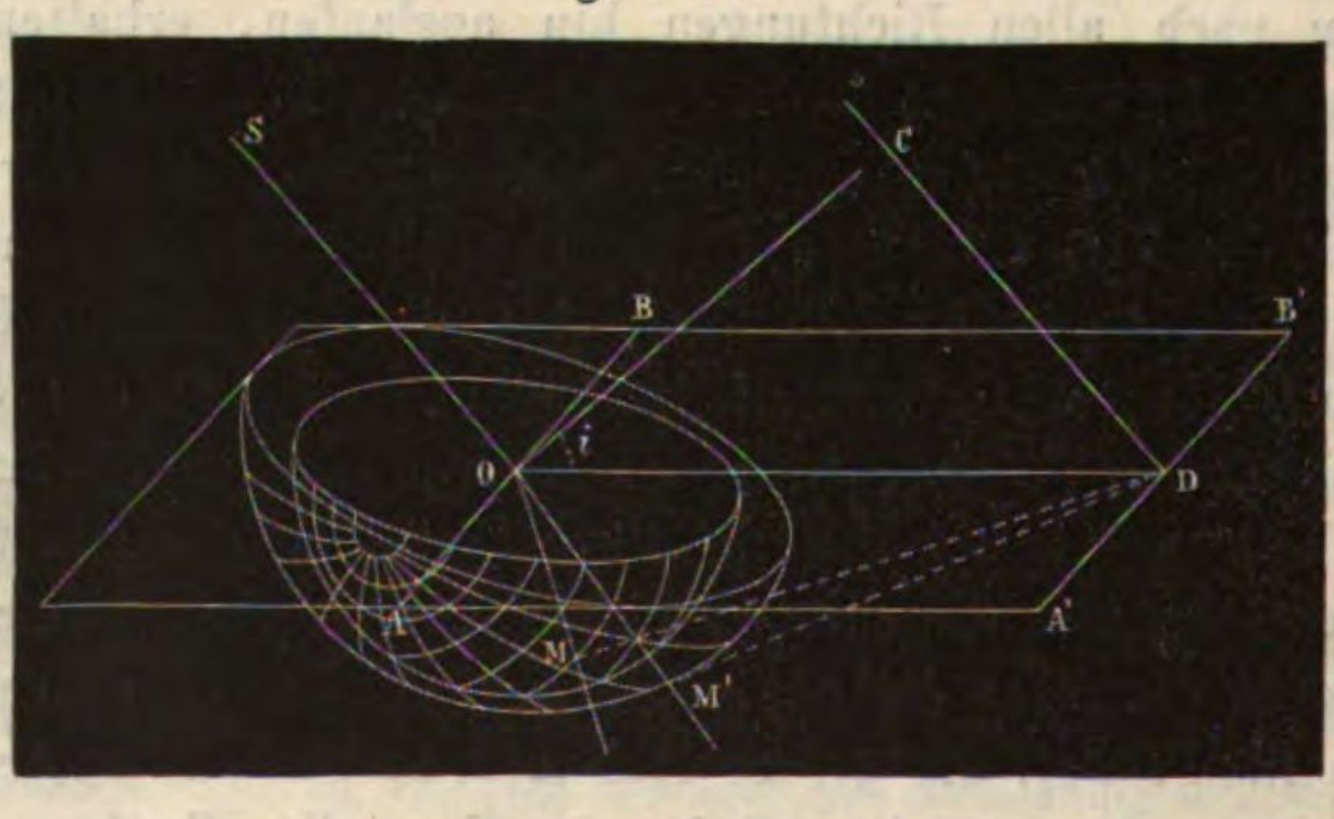
Fig. 580 stellt die Kugel und das Rotationsellipsoid dar. Bildet die Hauptaxe A A′ mit der brechenden Fläche des Krystalls den Winkel C O x, so hat man nur unter diesem Neigungswinkel eine Ebene durch den Mittelpunkt O zu legen, um auf einer Seite dieser Ebene die beiden Oberflächen zu erhalten, in welche sich das gewöhnliche und das ausserordentliche Licht vom Punkte O aus gleichzeitig ausgebreitet haben.

§. 755.

Brechung einer ebenen Welle. — Nachdem wir die Ausbreitung einer Elementarwelle im Krystall kennen gelernt haben, treten wir dem Sichtbaren näher, indem wir den Gesammteffekt eines Systems von Elementarwellen betrachten, welche sich von einer beleuchteten Stelle der Oberfläche aus im Krystall ausbreiten.

Wir denken uns, es falle durch eine quadratische Oeffnung ein paralleles Bündel Lichtstrahlen auf eine (natürliche oder angeschliffene) ebene Grenzfläche des Krystalls und schneide dieselbe in einem Rechteck. Es soll die neue ebene Welle gesucht werden, in welcher das ausser-gewöhnliche Licht im Krystall vordringt.

Fig. 581.



In der zuerst getroffenen Lichtlinie A B (Fig. 581) wird bis die äussersten Strahlen die Strecke C D in Luft durchlaufen haben, jeder Punkt (O) zum Mittelpunkt eines Rotationsellipsoids, dessen Umdrehungsaxe eine der

optischen Axe parallele (nicht gezeichnete) Strecke von der Grösse $t c_0$ ist, wenn t die Zeit ist, in welcher das Licht die in Luft liegende Strecke C D durchläuft. Die grosse Axe ist $t c_e$.

Man erhält dann die neue ebene Welle, wenn man durch die vom einfallenden Lichte zuletzt getroffene Lichtlinie A' B' eine Tangentialebene an eines der Ellipsoide zieht. Denn diese Ebene berührt auch alle übrigen Ellipsoide, sowohl diejenigen, deren Mittelpunkte in A B liegen, als auch die kleineren, welche von den zwischen A B und A' B' liegenden Lichtpunkten ausgegangen sind.

Die zugehörige Normale gibt die Richtung an, in welcher sich die neue ebene Welle durch den Krystall bewegt. Jeder Lichtpunkt der brechenden Ebene A B A' B' liefert nur einen Strahl in diese Welle. Dieser Strahl (der Radius vector), die Normale und die Axe liegen in einer Ebene. Die Lichtstrahlen sind nicht normal zur Berührungsebene. Da aber die Schwingungen senkrecht zu den Strahlen sind, begegnen wir der Anomalie, dass die Schwingungen nicht in der Wellenebene liegen. Diese Anomalie verschwindet, wenn der Strahl in ein isotropes Mittel wie Luft, Wasser etc. zurückkehrt.

Der allgemeine Fall scheint hiemit soweit beleuchtet, dass er mit den nöthigen mathematischen Hilfsmitteln bis zur Beantwortung jeder interessirenden Frage verfolgt werden kann.

II. Besondere Fälle.

§. 756.

Zunächst sollen diejenigen Fälle erörtert werden, in welchen der ausserordentliche Strahl bei beliebigem Einfallswinkel in der Einfallsebene bleibt.

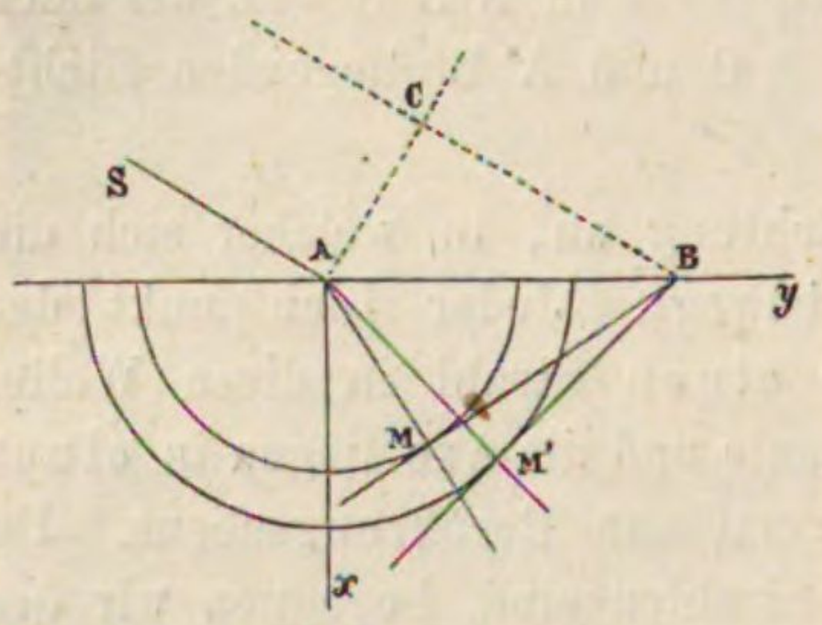
Es tritt dieses ein, 1) wenn die optische Axe auf der Einfallsebene senkrecht steht, 2) wenn die optische Axe in der Einfallsebene liegt.

Bei allen anderen Lagen der optischen Axe zur Einfallsebene tritt der ausserordentliche Strahl aus der Einfallsebene heraus, wenn nicht etwa durch eine besondere Wahl des Einfallswinkels dafür gesorgt wird, dass die Wellenfläche (des Ellipsoids) in einem Punkte ihres Aequators berührt und also die optische Axe der neugebildeten Wellenebene parallel wird.

§. 757.

Damit die optische Axe bei allen möglichen Einfallswinkeln senkrecht zur Einfallsebene stehe, ist nothwendig (aber nicht hinreichend), dass die brechende Fläche der optischen Axe parallel (geschliffen) sei. Fig. 582 stellt den Fall dar, wo auf eine solche Fläche Parallelstrahlen A, B senkrecht zur optischen Axe einfallen. Die Richtung der optischen Axe ist durch ihre Projection A gegeben. Der von der Einfallsebene durch das Ellipsoid gemachte Schnitt wird ein Kreis, der Aequator des Ellipsoids, vom Halbmesser $A M' = c_e$. Der von derselben Ebene durch die (kugelige) Wellenfläche des gewöhnlichen Strahls geführte Schnitt vom Radius $A M = c_o$ ist zum Vergleich beigezeichnet. B M' und B M sind die Schnitte der Einfallsebene mit den Tangentialebenen, nach deren Normalen die beiden gebrochenen Wellen fortschreiten.

Fig. 582.



Es ist dann $\frac{\sin i}{\sin \beta_o} = n_o$, $\frac{\sin i}{\sin \beta_e} = n_e$, und es folgt auch der aussergewöhnliche Strahl dem gewöhnlichen Brechungsgesetz.

Denken wir uns in B M' eine zweite brechende Fläche, durch welche der aussergewöhnliche Strahl aus dem Krystall wieder in Luft übergeht, also ein Prisma, dessen brechende Kante der Hauptaxe parallel ist, so lassen sich durch Beobachtung der Minimalablenkungen sowohl n_o als n_e experimentell bestimmen, und man findet $n_o = 1{,}658$, $n_e = 1{,}486$.

Daraus berechnet man dann die schon im Vorausgehenden benützten Geschwindigkeiten

$$c_o = \frac{c}{n_o}, \; c_e = \frac{c}{n_e}$$

wobei c die Geschwindigkeit des Lichts in Luft bezeichnet.

§. 758.

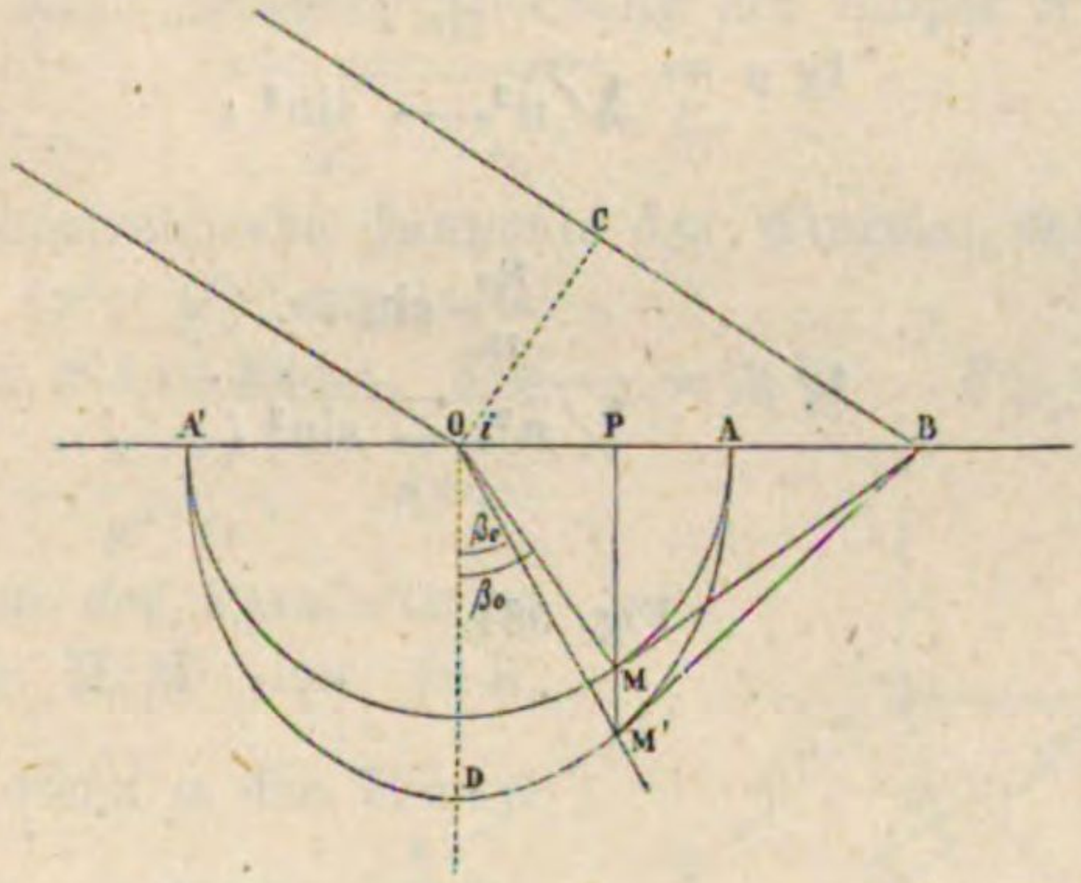
Die zweite Bedingung, dass die optische Axe in der Einfallsebene liege, kann auf zwei ausgezeichnete Arten erfüllt werden, nämlich

a) dadurch, dass man eine zur Axe parallel geschliffene brechende Fläche um das Einfallsloth dreht, dass die Richtung der Axe in die Einfallsebene zu liegen kommt, oder

b) dadurch, dass man dem Krystall eine brechende Fläche senkrecht zur Axe anschleift.

Der Fall a) ist in Fig. 583 dargestellt, wo A A′ die optische Axe bedeutet; O B ist eine Seite des einfallenden Bündels paralleler Strahlen, dessen Schnitt mit der brechenden Fläche man sich als Rechteck denken kann. Die Tangentialebene, welche durch die zur Ebene der Zeichnung

Fig. 583.



senkrechte Lichtkante B an das Ellipsoid gelegt wird, trifft den Axenschnitt in M′, und es ist, da einer bekannten Eigenschaft der Ellipse gemäss die beiden Berührungspunkte der Tangenten B M′ und B M in der Ordinate P M′ der Ellipse liegen,

$$\frac{\text{tang}\,\beta_e}{\text{tang}\,\beta_o} = \frac{\text{P M}}{\text{P M}'} = \frac{\text{O A}}{\text{O D}} = \frac{n_e}{n_o} = \frac{1{,}486}{1{,}658}.$$

Somit ist in diesem Falle die Ablenkung des ausserordentlichen Strahls O M′ grösser als die des ordentlichen O M, während in dem vorhin betrachteten Falle das Umgekehrte stattfand. Der Werth von $\frac{\sin i}{\sin \beta_e}$, den man leicht aus der für das Verhältniss der Tangenten gegebenen Gleichung mit Hilfe von $\frac{\sin i}{\sin \beta_o} = n_o$ entwickelt, erscheint nicht constant, sondern vom Einfallswinkel abhängig, und der ausserordentliche Strahl folgt somit bei dieser Lage dem Brechungsgesetze nicht. Bei senkrechter Incidenz trennen sich die Strahlen nicht.

Der Fall b) (Fig. 584), wo die Aequatorialebene brechende Fläche ist, und die Einfallsebene bei allen möglichen Lagen die optische Axe enthält, gibt nach Construction des mit der grossen Axe beschriebenen Hilfskreises O D E, an welchen von B aus die Tangente B M″ gezogen wird, (wenn ϱ den Hilfswinkel P O M″ = O B M″ bezeichnet)

$$\frac{\text{tg}\,\beta_e}{\text{tg}\,\varrho} = \frac{\text{M}'\,\text{P}}{\text{M}''\,\text{P}} = \frac{c_o}{c_e} = \frac{n_e}{n_o},$$

ferner

$$\operatorname{tg}\varrho = \frac{\sin\varrho}{\sqrt{1-\sin^2\varrho}},$$

$$\sin\varrho = \frac{\mathrm{O\,M''}}{\mathrm{O\,B}} = \frac{\mathrm{O\,M''}}{\mathrm{C\,B}}\ \sin i = \frac{c_e}{c}\ \sin i = \frac{\sin i}{n_e},$$

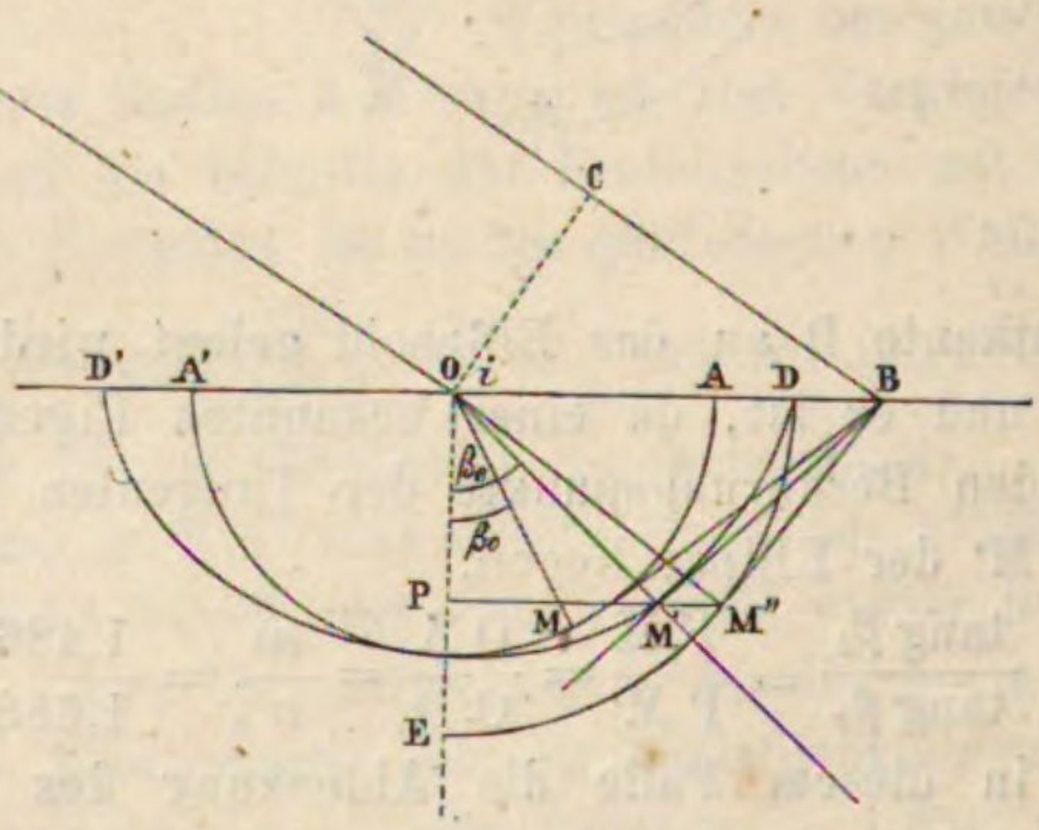
folglich

$$\operatorname{tg}\varrho = \frac{\sin i}{\sqrt{n^2_e - \sin^2 i}}$$

und

$$\operatorname{tg}\beta_e = \frac{\frac{n_e}{n_o}\sin i}{\sqrt{n^2_e - \sin^2 i}}.$$

Fig. 584.



Auch hier folgt der ausserordentliche Strahl dem gewöhnlichen Brechungsgesetze nicht. Bei senkrechter Incidenz findet Doppelbrechung nicht statt.

§. 759.

Es soll endlich noch der Fall betrachtet werden, wo ein paralleles Strahlenbündel senkrecht auf eine der natürlichen Grenzflächen des Krystalls fällt.

Die brechende Fläche O B (Fig. 585) bildet hier mit der Hauptaxe des Krystalls einen Winkel φ, der im Kalkspath 45° 22′ beträgt. Legt man durch ein Einfallsloth L O und eine durch seinen Fusspunkt mit der Axe gezogene Parallele (O A) eine Ebene, so erhält man einen Hauptschnitt. Da die Einfallsebene in diesem Falle unbestimmt ist, kann der Hauptschnitt zugleich als Einfallsebene (Ebene der Zeichnung)

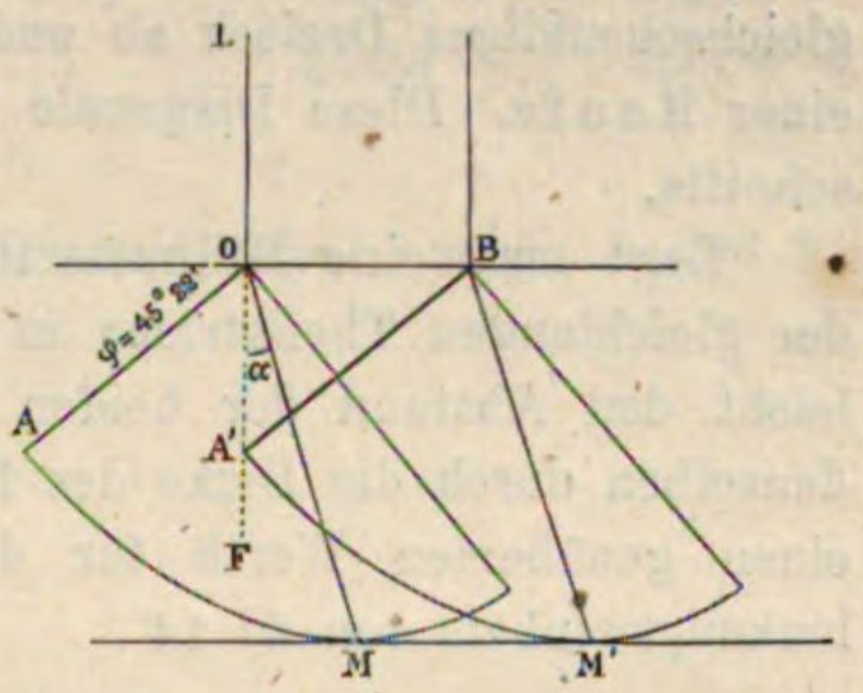
betrachtet werden. Construirt man nun die Wellenfläche in jedem Lichtpunkte der brechenden Fläche, so wird eine, allen diesen Flächen gemeinschaftliche Tangentialebene der brechenden Fläche parallel. Doch ist die der Lichtlinie O B entsprechende, ihr gleiche und parallele Berührungslinie M M' im Hauptschnitt um einen Winkel verschoben, der durch folgende Betrachtung ermittelt wird.

Die auf die Axen bezogene Gleichung der Ellipse A O M, nämlich

$$\frac{x^2}{c_o{}^2} + \frac{y^2}{c_e{}^2} = 1,$$

gibt für die trigonometrische Tangente des Winkels, den die im Berührungspunkte M (x', y') angelegte Tangente mit der x-Axe bildet, den Ausdruck $\frac{dy}{dx} = -\frac{x'}{y'}\frac{c_e{}^2}{c_o{}^2}$. Andererseits ist wegen des Parallelismus dieser Tangente M M' mit O B, $\frac{dy}{dx} = -\operatorname{tg}\varphi$, wenn φ den Winkel der optischen Axe mit der brechenden Fläche bezeichnet, also $\frac{x'}{y'} = \frac{c_o{}^2}{c_e{}^2}\operatorname{tg}\varphi$.

Fig. 585.



Der reciproke Werth $\left(\frac{y'}{x'}\right)$ dieses Verhältnisses ist aber die Tangente des Winkels $\delta = \text{A O M}$, um welchen die Richtung des gebrochenen ausserordentlichen Strahls von der optischen Axe abweicht. Somit ist

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{c_e{}^2}{c_o{}^2}\operatorname{cotg}\varphi = \frac{n_o{}^2}{n_e{}^2}\operatorname{cotg}\varphi.$$

Der Winkel φ ist im Allgemeinen durch Winkelmessungen am Krystall zu ermitteln. Für Kalkspath berechnet sich aus $\varphi = 45^\circ\ 22'$ und den bekannten Werthen von n_o, n_e

$$\delta = 50^\circ\ 52',$$

und die Abweichung $\alpha = \text{F O M}$ der Strahlen von der Vertikalen

$$\alpha = \delta - 44^\circ\ 38'$$
$$\alpha = 6^\circ\ 14'.$$

Es liegt also der ausserordentliche Strahl stets im Hauptschnitt und weicht innerhalb des Krystalls von dem ungebrochen hindurch gehenden gewöhnlichen Strahl um $6^\circ\ 14'$ ab. Nach dem Austritt aus der zweiten gegenüberliegenden Krystallfläche setzen die beiden Strahlen ihren Weg wieder parallel fort. Wir haben somit hier die interessante Abweichung vom gewöhnlichen Brechungsgesetze vor uns, dass ein senkrecht auffallender Lichtstrahl abgelenkt wird.

§. 760.

Versuche. — Man kann sich von der Richtigkeit des hier Vorgetragenen leicht überzeugen, wenn man einen (natürlichen) Kalkspathkrystall vor sich hin auf ein weisses Papier legt, auf welchem ein schwarzer Punkt (oder eine Reihe von Punkten) angebracht ist. Der Punkt erscheint durch den Krystall hindurch doppelt und die Verbindungslinie beider Bilder des Punktes ist bei jeder Lage des Krystalls der Projection seiner Hauptaxe parallel. Denn verschiebt man den Krystall so lange, bis ein stumpfes Eck desselben in der geraden Verbindungslinie der beiden Punkte liegt, so schneidet diese Linie ein gleichschenkliges Dreieck ab und bildet demnach die (kleinere) Diagonale einer Raute. Diese Diagonale ist aber bekanntlich die Spur des Hauptschnitts.

Legt man eine Millimetertheilung unter und dreht, bis alle Bilder der gleichlangen Theilstriche in einem Rechteck liegen, so schätzt man leicht den Abstand der beiden Bilder eines Theilstrichs. Dividirt man denselben durch die Dicke des Krystalls, so erhält man stets 0,1, d. h. einen genäherten Werth für die Tangente des zu berechnenden Ablenkungswinkels von 6° 14′.

§. 761.

Unter den einaxigen Krystallen haben viele ebenso wie Kalkspath für den ausserordentlichen Strahl einen kleineren Brechungsexponenten als für den gewöhnlichen, bei anderen ist das Umgekehrte der Fall. Man nennt die dem Kalkspath ähnlichen ($n_e < n_o$) negativ oder repulsiv, weil sie den ausserordentlichen Strahl gleichsam vom Lothe abweisen, die übrigen, für welche $n_e > n_o$ heissen positiv oder attractiv.

Einaxige Krystalle.

Positiv $n_e > n_o$.

Namen.	n_e	n_o
Bergkrystall (hexag.)	1,553	1,544
Schwefelsaures Kalium (h)	1,501	1,493
Zinnober (h)	3,201	2,854
Schwerstein (quadr.)	2,129	1,970
Zirkon (q)	2,015	1,961

Einaxige Krystalle.

Negativ $n_e < n_o$.

Namen.	n_e	n_o
Kalkspath (h)	1,4833	1,6543
Salpetersaures Natrium (h)	1,251	1,481
Turmalin (weiss) (h)	1,6193	1,6366
Doppelt arseniksaures Ammonium (q) .	1,525	1,579
Doppelt phosphorsaures Ammonium (q) .	1,477	1,512
Doppelt arseniksaures Kalium (q) . .	1,538	1,596
Doppelt phosphorsaures Kalium (q) . .	1,477	1,510
Anatas (Octohedrit) (q)	2,493	2,554

Ausführlicher in Beer, Einleitung in die höhere Optik. 1853. S. 296 ff.

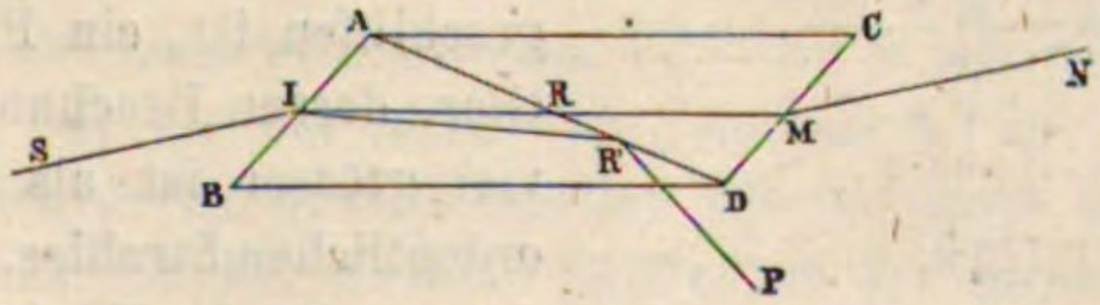
III. Anwendungen.

§. 762.

Das **Nicol'sche Prisma.** — Verbindet man mit dem Gebrauch eines doppelbrechenden Krystalls nur den Zweck, polarisirtes Licht zu erhalten, oder einen gegebenen Lichtstrahl auf Polarisation zu untersuchen, so kann man auf das zweite Bild verzichten, ja es kann sogar hinderlich sein.

Nicol hat um 1832 eine nun sehr verbreitete Combination von Kalkspathprismen erfunden, durch welche nur der ausserordentliche Strahl, und

Fig. 586.



zwar achromatisch und zu seiner ursprünglichen Richtung parallel erhalten wird. Das erste Prisma B A D (Fig. 586), dessen brechende Kante in

A ist, hat den Zweck, den gewöhnlichen Strahl J R' durch totale Reflexion an der zweiten brechenden Fläche A D abzulenken, während der ausserordentliche Strahl J R passirt. Das zweite Prisma A D C mit der brechenden Kante in D soll diesen letzteren Strahl wieder seiner früheren Richtung parallel machen.

Nimmt man für A B und B D natürliche Flächen des Krystalls, so genügt es, den Schnitt A D durch das stumpfe Eck A senkrecht zur kleineren Diagonale des Rhombus A B zu führen. Dann ist die Schnittfläche senkrecht zur Ebene des Hauptschnitts, in welchem die gebrochenen Strahlen liegen. Da ausserdem auch der brechende Winkel ein rechter wird, trifft, sobald der Einfallswinkel der Strahlen 36° nicht überschreitet, der gewöhnliche Strahl immer so schief (mindestens mit 69° Einfallswinkel) auf A D, dass er bei dem ihm eigenthümlichen Brechungsexponenten 1,658 in eine längs A D aufgetragene, von Nicol als Kitt verwendete Schichte Canadabalsam ($n = 1{,}549$) nicht mehr eindringen kann, während der ausserordentliche Strahl wegen seines geringeren Brechungsexponenten ($n_c = 1{,}486$) durch diese Schichte nie abgehalten werden kann, also seinen Weg R M dem früheren J R parallel fortsetzt.

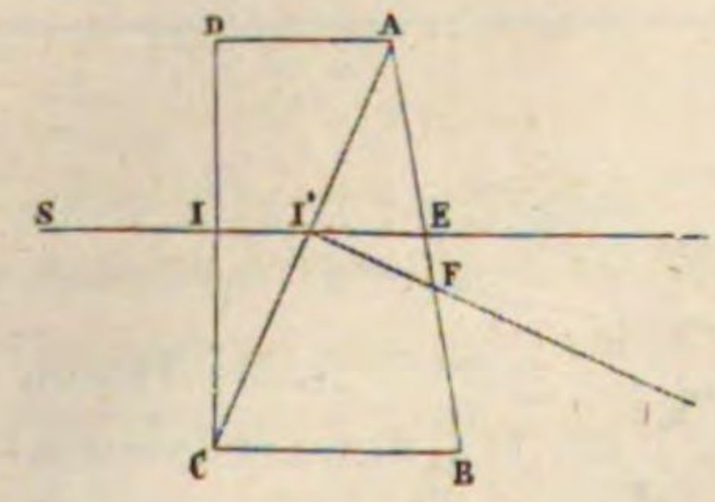
Der gewöhnliche total reflectirte Strahl verschwindet in der Fassung.

Nicol verminderte den c. 71° betragenden Winkel, den die Endfläche mit den Seitenkanten bildet, zuerst durch Schleifen um 3° und verfuhr sonst wie oben angegeben.*)

Später hat Foucault die beiden Prismen so gefasst, dass eine Luftschichte zwischen ihnen bleibt. Dadurch konnte der brechende Winkel [nach Jamin bis auf 35°] vermindert und das Prisma verkürzt werden.

§. 763.

Fig. 587.



Achromatisirtes Kalkspathprisma. — Zuweilen combinirt man mit einem Prisma C A B (Fig. 587) aus Kalkspath, dessen erste Fläche A C senkrecht zum Hauptschnitt E J' F geschliffen ist, ein Prisma A C D von Glas, dessen Brechungsexponent nicht viel grösser ist als der des ausserordentlichen Strahles. Man kann dann den brechenden Winkel D C A noch um

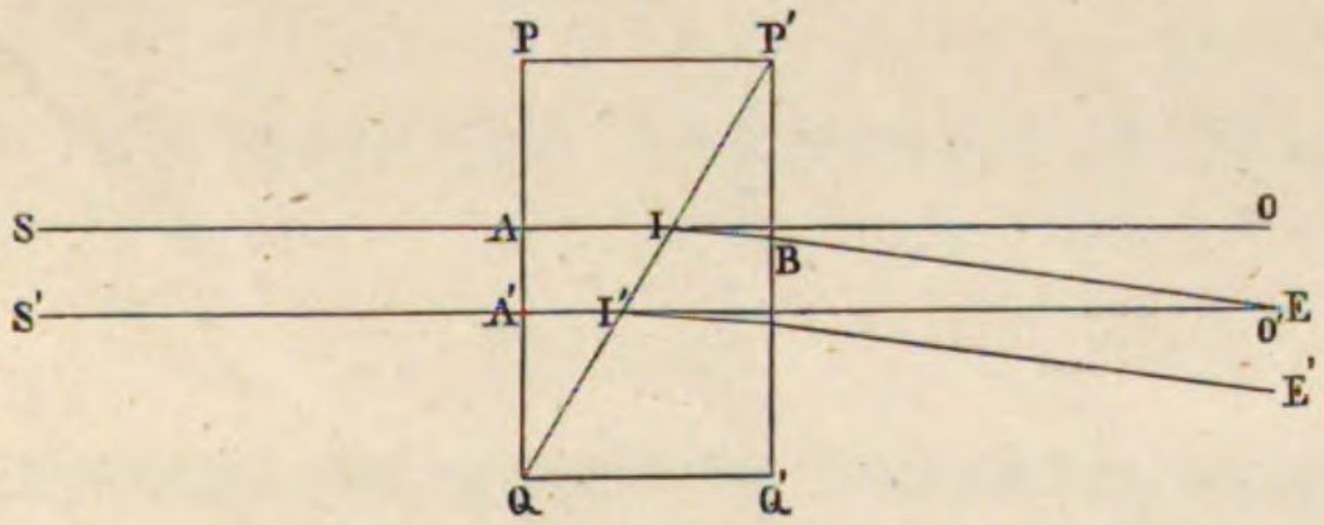
*) Näheres gibt Spassky, Pogg. Ann. Bd. 44. 1838.

so viel kleiner nehmen als C A B, dass der ausserordentliche Strahl J E sehr nahe die Fortsetzung des senkrecht auf D C einfallenden Strahles S J wird und bei E austritt, während der gewöhnliche Strahl, wenn sein Einfallswinkel (auf A B) 37° überschreitet, total nach der Basis reflectirt wird.

§. 764.

Rochon's Mikrometer. — Die Vorderfläche P Q eines ersten Prismas von Bergkrystall ist senkrecht zur optischen Axe geschliffen. Desshalb spaltet sich der senkrecht auffallende Strahl S A in diesem Prisma nicht. Die Kanten des zweiten Prismas Q P' B sind der Axe parallel. Während der gewöhnliche Strahl seine ursprüngliche Richtung verfolgt, wird dem-

Fig. 588.



nach der ausserordentliche Strahl in einer zur Axe senkrechten Ebene abgelenkt und schlägt den Weg J B' E' ein. Seine Gesammtablenkung hängt von dem brechenden Winkel P' ab, und es ist (nach Beer) für einen

brechenden Winkel von	30°	40°	50°	60°
die Divergenz (δ)	19'30"	28'20"	40'0"	57'40".

Diese Abweichung des ausserordentlichen Strahls vom gewöhnlichen ändert sich kaum, wenn der Einfallswinkel etwas von Null verschieden wird.

Die Combination kann dienen zur Messung des Abstands zweier Strahlen, welche von den Lichtpunkten S und S', die in einer zur Kante P' senkrechten Ebene liegen, senkrecht auf die Fläche P Q fallen. Denn es wird immer eine Entfernung hinter dem Prisma geben, wo der gewöhnliche Strahl O' von S' den ausserordentlichen (E) von S schneidet. Misst man diese Entfernung (a) von der Mitte des Prismas, wo die vier Bilder der beiden Punkte sich durch Zusammenfallen der mittleren auf drei reducirt haben, so hat man für den Abstand (O E =) x der Strahlen

$$x = a \text{ tang } \delta.$$

Bilden die beiden Strahlen S, S' die schwach divergirenden Axen der beiden Strahlenkegel, welche vom Objectiv eines Fernrohrs aus nach zwei

Punkten des Bildes hinströmen, so kann man das Prisma immer in solche Entfernung (a) vor den Ort des Bildes bringen, dass die zwei Bilder, welche das Prisma liefert, an einander stossen. Dann gibt der Ausdruck a tang δ die Grösse derjenigen Dimension des Bildes, welche doppelt in einer ununterbrochenen Geraden liegt.

Durch die Grösse (x) des Bildes und die Bildweite (b) ist dann die scheinbare Grösse $\frac{x}{b}$ des Gegenstandes gegeben.

Vierzehntes Kapitel.

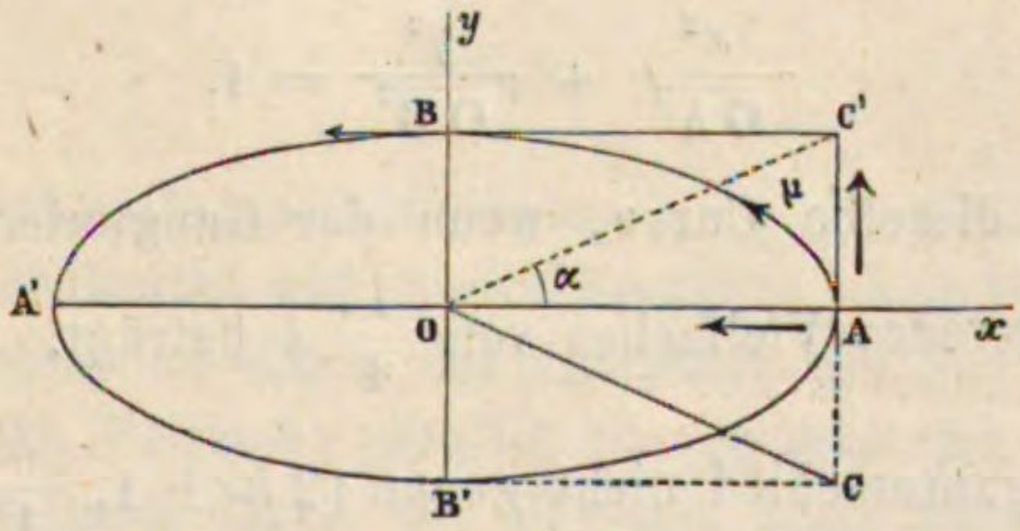
Elliptische Schwingungen.

I. Allgemeine Bedingungen für Entstehung elliptischer Schwingungen.

§. 765.

In O (Fig. 589) sei die Gleichgewichtslage eines Aethertheilchens, welches durch einen senkrecht zur Ebene der Zeichnung ankommenden geradlinig polarisirten Lichtstrahl in der Richtung O A in Schwingungen versetzt wird.

Fig. 589.



A A' sei seine Amplitude. Erfolgt gleichzeitig mit dieser Anregung eine zweite in der auf A A' senkrechten Richtung O B, welche für sich allein dem Aethertheilchen die Amplitude B B' ertheilen würde, so schwingt das

Aethertheilchen in der mittleren Richtung O C′ mit der aus der Construction des Rechtecks sich ergebenden Amplitude 2 O C′. Dasselbe erfolgt, wenn die zweite Anregung um ein Vielfaches einer ganzen Oscillationsdauer später erfolgt, oder, was dasselbe ist, wenn der Gangunterschied der beiden senkrecht zu einander polarisirten Strahlen, welche durch O gehen, eine Anzahl ganzer Wellenlängen beträgt. Beobachtet man den Winkel α, welchen die Schwingungsrichtung mit der ursprünglichen A A′ bildet, so findet man das Verhältniss der Amplituden beider Wellenzüge $\frac{O B}{O A} = \text{tang } \alpha$.

Da das Aethertheilchen O sich nach jeder halben Oscillationsdauer in seiner Gleichgewichtslage befindet, so wird die Wirkung des Zusammentreffens zweier senkrecht zu einander polarisirten Strahlen auch dann geradlinig polarisirtes Licht sein, wenn der Gangunterschied der Strahlen irgend ein ganzzahliges Vielfaches einer halben Wellenlänge ist.

Beträgt hingegen der Unterschied $\frac{1}{4}$ einer Wellenlänge, so erhält das Theilchen seine grösste Geschwindigkeit in der Richtung der y-Axe dann, wenn es sich gerade im Endpunkte A oder A′ seiner Amplitude befindet, und lenkt desshalb in eine Curve ein, welche leicht als eine Ellipse erkannt wird, die auf die beiden Schwingungsrichtungen und Amplituden (als Axen) bezogen ist.

Denn nach §. 516 ist

$$y = O B \sin 2 \pi \frac{t}{\delta}$$

und wenn zur Zeit $t = o$ schon $\frac{1}{4}$ Schwingung in der Richtung der x-Axe gemacht ist.

$$x = O A \sin 2 \pi \frac{t + \frac{\delta}{4}}{\delta} = O A \cos 2 \pi \frac{t}{\delta}.$$

Durch Quadriren und Addiren erhält man

$$\frac{x^2}{\overline{O A}^2} + \frac{y^2}{\overline{O B}^2} = 1.$$

Man erhält dieselbe Curve, wenn der Gangunterschied der beiden Strahlen ein ungerades Vielfaches von $\frac{1}{4} \lambda$ beträgt.

Ist der Gangunterschied nicht genau $(2 n + 1, \frac{\lambda}{4}$, so erhält man zwar auch noch Ellipsen, aber die Axen derselben sind gegen O A und O B geneigt.

Umgekehrt kann man elliptisch schwingendes Licht immer in zwei geradlinig polarisirte Strahlen zerlegen, deren Schwingungsrichtungen auf

einander senkrecht und um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge in der Phase verschieden sind. Das Verhältniss der Amplituden ist durch das Grössenverhältniss der Axen gegeben, die Schwingungsrichtungen stimmen mit den Richtungen der Axen überein.

§. 766.

Beispiel für Entstehung von elliptisch polarisirtem Lichte. — Lässt man natürliches Licht senkrecht auf eine zur Hauptaxe eines doppelbrechenden Krystalls parallel angeschliffene Ebene fallen, so findet, wie aus den Figuren 582 und 583 hervorgeht, keine Doppelbrechung statt, sondern die beiden Strahlen bleiben trotz ihrer verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit vereinigt. Da aber ihre Schwingungen in zwei aufeinander senkrechten Ebenen stattfinden, so müssen die Aethertheilchen, welche in der Fortpflanzungsrichtung liegen, an allen jenen Stellen, die nicht gerade um ein Vielfaches einer halben Wellenlänge vom Eintrittspunkte entfernt sind — also im Allgemeinen — elliptische Schwingungen machen, wozu man auch die kreisförmigen rechnen kann.

Eine solche planparallele Platte liefert demnach im Allgemeinen einen elliptisch polarisirten Lichtstrahl. Derselbe tritt nur dann geradlinig polarisirt aus, wenn die Dicke d der Platte ein ganzes Vielfaches einer halben Wellenlänge $\left(\frac{l}{2}\right)$, d. h. wenn $\frac{2\,d}{l}$ eine ganze Zahl ist.

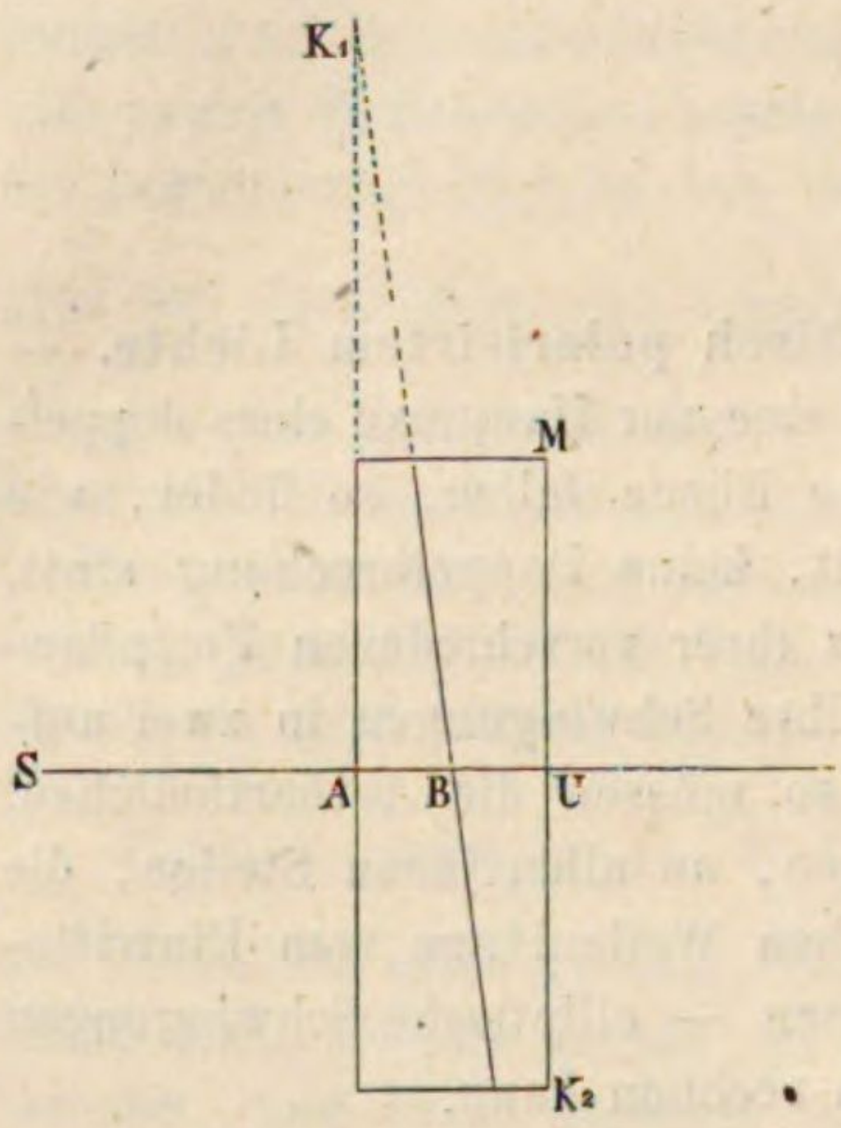
II. Herstellung von elliptisch polarisirtem Lichte.

§. 767.

Der **Babinet'sche Compensator.** — Fällt ein Strahl S A (Fig. 590) natürlichen Lichts senkrecht auf die Vorderfläche eines Prismas von Bergkrystall, dessen brechende Kante der Hauptaxe des Krystalls (der geom. Axe des sechsseitigen Prismas) parallel ist, so geht der Strahl zwar ungebrochen und unzertheilt durch den Krystall, muss aber aufgefasst werden als Combination zweier senkrecht zu einander polarisirten Strahlen, von welchen der gewöhnliche O ($n_o = 1{,}54843$), welcher senkrecht zur Axe schwingt, dem ausserordentlichen E ($n_e = 1{,}55817$) um eine, von der durchlaufenen Dicke abhängige Phasendifferenz voraus ist.

Stellen wir nun in den Weg dieser Strahlen, so wie es Fig. 590 andeutet, ein zweites Bergkrystallprisma, welches sich von dem ersten durch nichts in der äusseren Form und Grösse, wohl aber dadurch unterscheidet, dass die optische Axe MK_2 auf seiner brechenden Kante K_2 senkrecht steht und in der letzten brechenden Fläche liegt, so vertauschen die beiden Strahlen ihre Rollen. Die Schwingungen von O sind nun der optischen Axe parallel und pflanzen sich als ausserordentlicher Strahl mit der kleineren Geschwindigkeit c_e fort, während die Schwingungen von E jetzt zur optischen Axe senkrecht sind und mit der Geschwindigkeit c_o im zweiten Prisma fortgehen.

Fig. 590.



Somit tritt wieder vollständige Compensation der Phasendifferenz dann ein, wenn die in beiden Prismen durchlaufenen Dicken gleich gross sind. Sind hingegen die Dicken verschieden, so bleibt eine Phasendifferenz bestehen, für welche ein Ausdruck ermittelt werden soll.

§. 768.

Setzen wir die Dicke $AB = d_1$, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Luft c, so ist die Zeit, welche der gewöhnliche Strahl gebraucht, um d_1 zu durchlaufen

$$t_o = \frac{d_1}{c_o},$$

während der ausserordentliche die Zeit

$$t_e = \frac{d_1}{c_e}$$

nöthig hat.

Wird jetzt von beiden Strahlen gemeinschaftlich die Dicke $BU = d_2$ durchlaufen, so ist die gesammte Zeit, in welcher der gewöhnliche Strahl die Combination der Prismen durchläuft,

$$t_o + t'_e = \frac{d_1}{c_o} + \frac{d_2}{c_e},$$

und für den ausserordentlichen Strahl

$$t_e + t'_o = \frac{d_1}{c_e} + \frac{d_2}{c_o}.$$

Die Differenz dieser Zeiten ist

$$d_1\left[\frac{1}{c_o}-\frac{1}{c_e}\right]+d_2\left[\frac{1}{c_e}-\frac{1}{c_o}\right]$$
$$=(d_2-d_1)\left[\frac{1}{c_e}-\frac{1}{c_o}\right].$$

Dividirt man diesen Ausdruck durch die stets gleiche grosse Oscillationsdauer δ, so erhält man die Anzahl der Oscillationen, welche das erste hinter dem Apparat in Luft liegende Aethertheilchen N senkrecht zur letzten Lage der Hauptaxe gemacht hat, bis es zum erstenmal in paralleler Richtung angeregt wird. Diese Zahl nennt man passend die Phasendifferenz $\left(\frac{1}{q}\right)$. Setzt man noch $\frac{\lambda}{c}$ für δ, wobei sich λ und c auf Luft beziehen, so erhält man

$$\frac{1}{q}=\frac{d_2-d_1}{\lambda}\left(\frac{c}{c}-\frac{c}{c_o}\right)$$
$$=\frac{d_2-d_1}{\lambda}(n_e-n_o)$$
$$=\frac{d_2-d_1}{\lambda}\,0{,}00974.$$

Man kann demnach durch Veränderung der Differenz der Dicken jede beliebige Phasendifferenz erzeugen.

§. 769.

Zu dem hiemit dargelegten Princip des Babinet'schen Compensators darf noch eine Andeutung über seine äussere Einrichtung kommen.

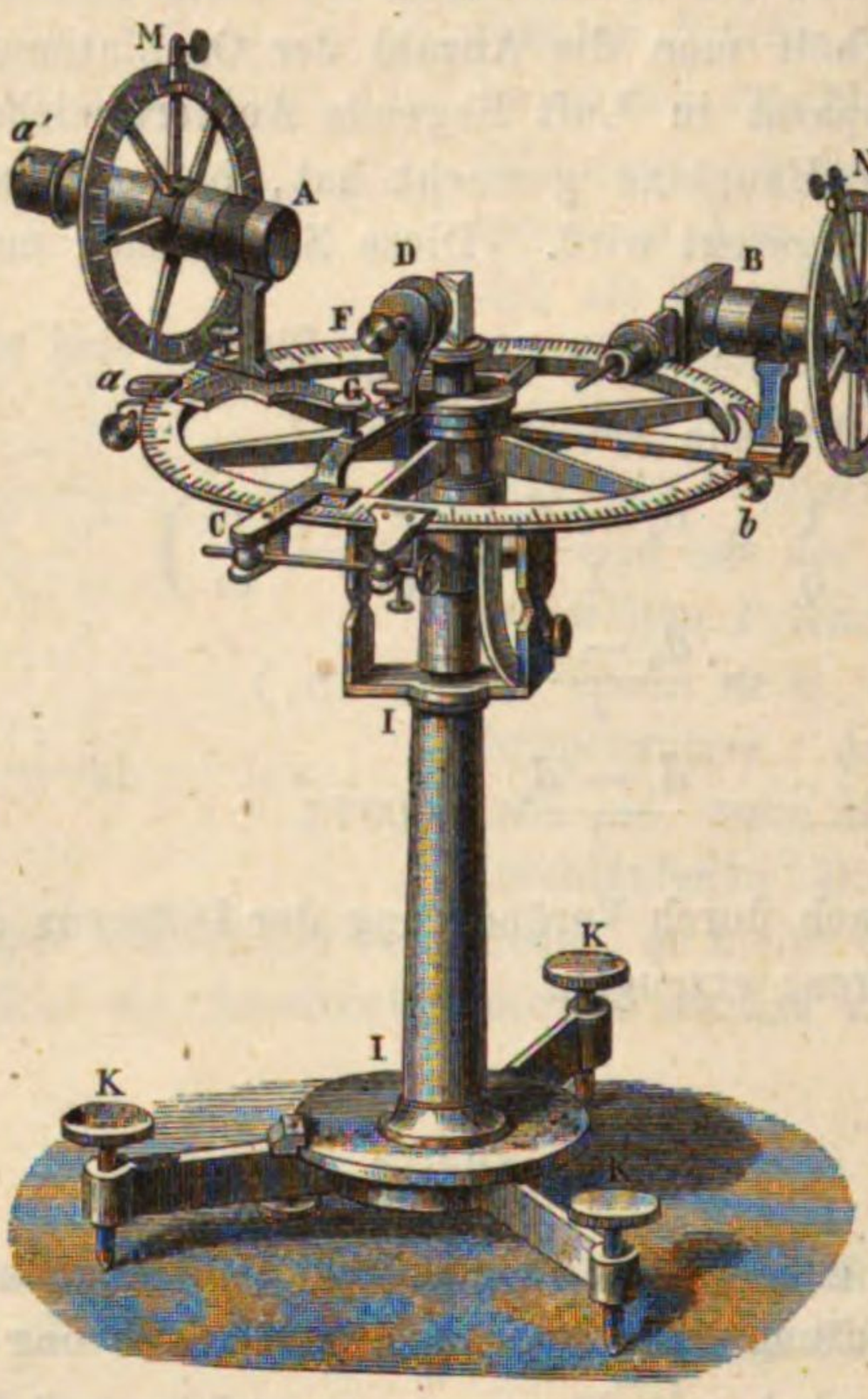
Beide Prismen sind mit Fassungen versehen und passen in eine Messinghülse, welche in der Mitte ausgeschnitten ist. Das erste Prisma steht fest, das zweite kann mittelst eines Triebes, der in eine der Bewegungsrichtung parallele Zahnstange eingreift, gegen das erste verschoben werden. Aus der Grösse der an einer Trommel des Triebes ablesbaren Drehung wird auf die Grösse der Längenverschiebung und aus dieser auf den Unterschied der Dicken geschlossen.

§. 770.

Versuche mit dem Compensator. — 1) Bringt man den Compensator B (Fig. 591) hinter ein erstes Nicol'sches Prisma (den Polariseur M,) dessen Hauptschnitt mit der brechenden Kante des ersten Prismas parallel steht, und lässt den Strahl durch die Mitte des Compensators B gehen,

so erfährt derselbe keine Veränderung. Ein zweiter Nicol, (der Analyseur N) dessen Hauptschnitt gegen den des ersten um 90° verdreht ist, löscht den Strahl vollkommen aus. Man kann diess benützen, um den ganzen Apparat, in welchem Fernrohre zur Präcisirung der Strahlenbündel

Fig. 591.



dienen, in die normale Anfangsstellung zu bringen. Der durch die indifferente Mitte des Compensators gegangene Strahl erscheint bei paralleler Stellung der Hauptschnitte M, N zwischen zwei Fäden des Ocularapparates (*b'*).

2) Dreht man den Hauptschnitt M um 45°, so ist klar, dass der in diesem Azimut polarisirte Strahl von dem Compensator in zwei auf einander senkrechte Strahlen von gleicher Intensität zerlegt wird. Analysirt man das aus der Mitte des Compensators hervortretende Bündel, so findet man, dass die beiden Strahlen sich wieder zu einem im alten Azimut (45°) polarisirten Strahl zusammengesetzt haben. Denn das Licht verschwindet völlig, wenn N auf M senkrecht steht.

Nun wollen wir voraussetzen, dass das in M einfallende Licht einfarbig, z. B. roth sei. Wir verschieben das zweite Prisma P_2 des

Compensators B soweit (z. B. nach links in der Richtung von M nach K_2 Fig. 590), dass die Differenz der Dicken ungefähr 50 Wellenlängen gleich wird. Wir wissen (aus §. 768), dass wir dadurch einen Phasenunterschied von $\frac{1}{2}$ hervorbringen. Die Wirkung ist folgende: der Analyseur N gibt in derselben Stellung, in welcher er vorhin Dunkelheit zeigte, jetzt das volle Licht, ebenso wie wenn wir ihn vorhin, wo keine Phasendifferenz bestand, dem Hauptschnitt M parallel gestellt hätten.

Diese Erscheinung erklärt sich so: die vertikalen Schwingungen sind bei der angenommenen Richtung der Verschiebung des Compensators um $\frac{1}{2}$ voraus, so dass die Anregung des Aethertheilchens in U nach rechts (O A) erst dann erfolgt, wenn es vertikal schon eine halbe Oscillation von O (Fig. 589) nach B und zurück gemacht hat. Folglich muss es nun zunächst nach unten in der Richtung O C ausschwingen, und seine Schwingungsebene ist gegen vorhin um (2 . 45 =) 90 Grade gedreht. Hievon gibt der Analyseur Rechenschaft.

3) Dieselbe Erscheinung muss sich wiederholen, wenn durch Vermehrung des Unterschieds der durchlaufenen Dicken die Phasendifferenz auf $\frac{3}{2}\,l$, $\frac{5}{2}\,l$ u. s. f. gesteigert wird.

Auch wenn man umgekehrt von der Mitte nach rechts dreht, wo die horizontalen Schwingungen vorauslaufen, muss in den gleichen Entfernungen der gleiche Erfolg eintreten. Dabei ist immer vorausgesetzt, dass man nur den schmalen zwischen den Vertikalfäden des Oculars enthaltenen Lichtstrahl betrachtet.

Lässt man aber ein breiteres Bündel homogenen Lichts durch den um 45° geneigten Polariseur auf den Compensator fallen, so erblickt man durch den Analyseur, dessen Hauptschnitt mit dem des Polariseurs parallel steht (um 45° von der Vertikalen abweicht), die Fransen des Fresnel'schen Spiegelversuchs: in der Mitte hell, zu beiden Seiten, wo die Dicken um $\pm 50\,l$ verschieden sind, dunkle Streifen, wo $d' - d = \pm 100\,l$, wieder Helligkeit u. s. f.

Daraus folgt, dass der Ort, wo die dunklen Stellen auftreten, von der Wellenlänge abhängt, und dass weisses Licht eine farbige Erscheinung gibt. Denn wo violett verschwindet, geben die übrigen Farben noch Licht Man erhält eine Erscheinung, wie sie die Vorrichtung, welche zur Erzeugung der Newton'schen Farben dient, im durchgelassenen Lichte zeigt. Dreht man den Analyseur um 90°, so kommen die complementären Newton'schen Farben des reflectirten Lichts. In der Mitte dunkel, dann violett u. s. f.

4) Denken wir uns die Phasendifferenz $\frac{1}{2}$ sei dadurch erreicht worden, dass die Trommel des Compensators um den Winkel $\frac{\omega}{2}$ gedreht wurde. Lässt man die Stellung des Polariseurs M unverändert im Azimut von 45°, dreht aber nur um $\frac{\omega}{4}$, so erhält man die Phasendifferenz $\frac{1}{4}$, und der Analyseur verräth an den austretenden Strahlen keinerlei Seitlichkeit. Man erhält bei allen Stellungen desselben die gleiche Helligkeit des Bildes, es erscheint völlig depolarisirt.

Unsere eingangs angestellte allgemeine Betrachtung sagt uns, dass es circulär polarisirt ist. Da nämlich der Compensator vermöge seiner Stellung zum Analyseur den im Azimut 45° schwingenden geradlinig polarisirten Strahl in zwei gleich intensive Strahlen zerlegt, werden die den Amplituden gleichen Axen der Ellipse, in welcher das Theilchen U schwingt, einander gleich. Das circulär polarisirte Licht unterscheidet sich demnach, durch den Analyseur betrachtet, nicht von dem natürlichen.

5) Stellt man eine andere Differenz der Dicken her, so bleiben wegen unveränderter Stellung des Polariseurs M die beiden Componenten stets gleich gross. Das Theilchen U schwingt aber jetzt in einer Ellipse, deren y-Axe von der Vertikalen um einen Winkel von 45° abweicht, und deren Axenverhältniss von der Phase abhängt.

Zum Beweise dieser Behauptung hat man aus den beiden Gleichungen

$$x = a \sin 2\pi \frac{t}{\delta}$$

$$y = a \sin 2\pi \frac{t + \frac{\delta}{q}}{\delta} = a \sin \left[2\pi \frac{t}{\delta} + \frac{2\pi}{q} \right],$$

worin $\frac{1}{q}$ die Phasendifferenz bedeutet, um welche die vertikalen Schwingungen voraus sind, die Zeit t zu eliminiren. Hiedurch wird die Gleichung der (nicht auf ihre Axen, wohl aber auf ihren Mittelpunkt bezogenen) Ellipse erhalten, in welcher das Theilchen U schwingt. Man hat dann noch durch Einsetzen von

$$x = x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha$$
$$y = y_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha$$

denjenigen Werth von α zu bestimmen, der das Rechteck $x_1\ y_1$ aus der Gleichung der Ellipse hinausschafft. Um diesen Winkel α weicht dann die Axe der Ellipse von der Vertikalen (y-Axe) ab. — Die Grösse der Halbaxen ergibt sich dadurch, dass man die Gleichung auf die Normalform bringt.

Man erhält dann

$$\cos 2\alpha = 0,$$

und die auf ihre Axen bezogene Gleichung der Ellipse

$$\frac{{y_1}^2}{a^2(1+\cos\mu)} + \frac{{x_1}^2}{a^2(1-\cos\mu)} = 1,$$

worin $\frac{2\pi}{q} = \mu$ gesetzt ist.

III. Analyse elliptisch polarisirten Lichts.

§. 771.

Die hauptsächlichste Verwendung des Compensators besteht in der Analyse eines gegebenen elliptisch polarisirten Lichtstrahls.

Man kann sich jede elliptische Schwingung, gleichviel, welche Lage und Grösse die Axen haben, dadurch entstanden denken, dass ein geradlinig polarisirter Strahl von bestimmtem Azimut (α), 1) in zwei Strahlen zerlegt wurde, deren Schwingungen den Axen eines beliebigen rechtwinkeligen Coordinatensystems parallel sind, und dass zugleich 2) einer dieser Strahlen eine bestimmte Phasendifferenz $\left(\frac{1}{q}\right)$ gegen den anderen erlangt hat.

Oder mit anderen Worten: Durch geeignete Wahl des von einer beliebigen z. B. vertikalen y-Axe aus gezählten Azimutes α des geradlinig polarisirten Strahls und der Phasendifferenz $\frac{1}{q}$ seiner den Axen parallelen Componenten lässt sich jede durch Lage und Grössenverhältniss der Axen in der yx Ebene gegebene Ellipse herstellen.

Umgekehrt: Kennt man für die beiden gedachten Componenten der elliptischen Schwingung die Phasendifferenz und das Verhältniss der Amplituden, so kann man, wenn es nöthig scheint, durch Rechnung auf die Lage und das Axenverhältniss der gesuchten Ellipse übergehen.

Wenn man aus den allgemeineren Gleichungen

$$x = a \sin\alpha \sin 2\pi \frac{t}{\delta}$$

$$y = a \cos\alpha \sin\left(2\pi \frac{t}{\delta} + \frac{2\pi}{q}\right)$$

zunächst die Zeit t eliminirt, dann aus der erhaltenen Gleichung der Ellipse ebenso wie in §. 770 das Rechteck xy fortschafft, so erfährt

man, dass die eine Axe der Ellipse um den Winkel μ von der Vertikalen abweicht, welcher durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} 2\mu = \cos\frac{2\pi}{q} \cdot \operatorname{tg} 2\alpha$$

bestimmt ist.

Das Axenverhältniss p hat den complicirteren Ausdruck

$$p^2 = \frac{1 + 2\cos\frac{2\pi}{q}\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\mu + \operatorname{tg}^2\alpha\operatorname{tg}^2\mu}{\operatorname{tg}^2\alpha - 2\cos\frac{2\pi}{q}\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\mu + \operatorname{tg}^2\mu},$$

worin $\operatorname{tg}\mu$ durch seinen aus Gleichung I bestimmten Werth ersetzt werden kann. Im Zähler dieses Bruches steht diejenige Axe, welche um den Winkel μ von der Vertikalen abweicht.

§. 772.

Experimentelle Bestimmung der Phasendifferenz $\frac{1}{q}$ und des Amplitudenverhältnisses ($\operatorname{cotg}\alpha$) der Componenten.

Nachdem man dem Compensator die Normalstellung gegeben hat, wo die Stelle gleicher Dicken zwischen den Vertikalfäden des Fernrohrs hindurch gesehen wird, bewirkt man durch Verschieben des zweiten Compensatorprismas, z. B. nach links, dass durch Drehen des Analyseurs das Licht als geradlinig polarisirt erkannt wird. Es tritt dieses zum erstenmal ein, wenn die schon bestehende Phasendifferenz durch den Compensator auf $\frac{1}{2}$ ergänzt ist, zum zweitenmal, wenn die Phasendifferenz 1 erreicht ist, und in diesem Falle erhält man durch Ablesung des Winkels, bei welchem das Licht im Analyseur verschwindet, das Azimut (α)*) desjenigen geradlinig polarisirten Strahles, dessen Componenten man nur noch eine bestimmte Phasendifferenz zu geben hat, damit sie das gegebene elliptisch polarisirte Licht erzeugen. Auch diese Phasendifferenz ist durch den Versuch selbst ermittelt. Denn man kennt aus früheren Versuchen den Winkel ω, um welchen man die Trommel des Compensators drehen muss, damit eine Phasendifferenz 1 entsteht. Fehlt dieses Mal der Winkel Δ an dem Winkel ω, so ist $\frac{\Delta}{\omega}$ die im ankommenden Strahle schon bestehende Pha-

*) Man hat nämlich nur von der Stellung des Analyseurs um 90° über die (vertikale) y-Axe hinaus zu zählen.

sendifferenz $\frac{1}{q}$ der beiden Componenten oder doch der Ueberschuss der bestehenden Differenz über eine ganze Anzahl von Schwingungen.

§. 773.

Zweite Methode zur Analyse des elliptisch polarisirten Lichts. — Dieselbe stützt sich auf den Satz: Ist der Phasenunterschied zweier gekreuzten geradlinig polarisirten Strahlen $\frac{1}{4}$, so setzen sie sich stets zu elliptisch polarisirtem Lichte so zusammen, dass die Axen der Ellipse in der Schwingungsrichtung der beiden Componenten liegen. Dreht man also zunächst den bisher fest stehenden Compensator so weit, dass die (bisher vertikale) Hauptschnittsebene des vorderen Prismas eine der Axen der Ellipse aufnimmt, so werden die beiden Componenten, in welche der Compensator den ankommenden Strahl zerlegt, den Axen der Schwingungsellipse desselben parallel und treten mit einer Phasendifferenz $\frac{1}{4}$ aus der indifferenten Mitte des Compensators aus. Die Axen sind verschieden. Verschiebt man nun das zweite Prisma des Compensators um $\frac{\omega}{4}$, so wird die elliptische Polarisation geradlinig, und zwar hat man nun denjenigen geradlinig polarisirten Strahl, der die beiden Componenten des elliptischen liefert. Sein Azimut α wird durch den Analyseur N ermittelt. Dann ist tg α das Verhältniss der Axen der untersuchten Ellipse und diese der Form und Lage nach vollkommen bestimmt.

Statt des Compensators kann man hier, wo nur Phasendifferenzen von $\frac{1}{4}$ beizufügen sind, auch sehr dünne Blättchen doppelbrechender Krystalle anwenden, deren Oberflächen der Hauptaxe parallel sind. Die Dicke muss so gewählt sein, dass die Phasendifferenz $\frac{1}{4}$ oder doch ein ungerades Vielfaches von $\frac{1}{4}$ entsteht.

Ein solches Blättchen ist zunächst so zu drehen, dass der Axenschnitt desselben eine Axe der gegebenen Ellipse aufnimmt. Man erkennt, dass diese Lage erreicht ist, wenn nach Einschaltung des Blättchens bei irgend einer Stellung des Analyseurs das Gesichtsfeld dunkel wird. Das Blättchen hat dann geradlinige Polarisation erzeugt, deren Azimut (α) durch den Analyseur bestimmt wird. Hier wird also $\measuredangle \mu$ (§. 771) zunächst durch Probiren ermittelt. Der Analyseur gibt das Amplitudenverhältniss cotg α.

Da hier das Verschwinden des Bildes im Analyseur davon abhängt, dass das Blättchen vermöge seiner Dicke die Phasendifferenz $\frac{\delta}{4}$ hervorbringt, die Oscillationsdauer δ aber für jede Farbe eine andere ist, so kann jedes Blättchen von gleichförmiger Dicke nur eine Farbe im Analyseur zum Verschwinden bringen. Demnach wird das Blättchen bei Analyse von weissem Lichte nicht dunkel sondern farbig erscheinen und zwar in der complementären Farbe des von ihm ausgelöschten Lichts.

Fünfzehntes Kapitel.

Circular-Polarisation.

I. Erscheinungen im Bergkrystall und Theorie derselben.

§. 774.

Lässt man einen geradlinig polarisirten Strahl einfarbigen Lichts senkrecht durch eine senkrecht zur Axe geschliffene planparallele Quarzplatte gehen, so beobachtet man an dem ausgetretenen Strahle eine Veränderung, welche andere doppeltbrechende Krystalle, wie z. B. Kalkspath, unter gleichen Umständen nicht hervorbringen.

Die Polarisationsebene des Strahls erweist sich nämlich gegen ihre ursprüngliche Lage nach rechts um einen Winkel gedreht, welcher z. B. bei einer Quarzplatte von 1^{mm} Dicke für rothes Licht 18,5 Grade beträgt. Dickere Quarzplatten drehen stärker und zwar ihrer Dicke proportional. Wendet man violettes Licht an, so beträgt die Drehung 44°. Sie wächst demnach mit der Oscillationsgeschwindigkeit.

Da die Oscillationsgeschwindigkeiten der rothen und violetten Strahlen sich nahezu wie 2 : 3 verhalten und $2^2 : 3^2$ von dem Verhältniss der Drehungswinkel (18,5 : 44) nicht merklich abweicht, so erkennt man das von Biot bewiesene Gesetz, dass die Drehung der Polarisationsebene dem Quadrate der Oscillationsgeschwindigkeit des Strahls proportional ist.

Daraus folgt, dass polarisirtes weisses Licht durch die Quarzplatte in Farben zerlegt wird. Bei einer Quarzplatte von 1^{mm} Dicke verschwindet das rothe Licht, wenn man den Analyseur aus der dem Polariseur parallelen Stellung um 90 + 18,5 Grade nach rechts dreht, und auch die

angrenzenden Farben sind schwach (nach dem Gesetze von Malus). Es tritt somit hier eine bläuliche Mischfarbe auf.

Dreht man den Analyseur etwas weiter auf $90 + 24^{\circ}$, so löscht man die hellste Stelle des Spectrums aus. Zugleich sind die nächstliegenden Farben so geschwächt, dass nur wenig rothes und violettes Licht übrig bleibt, welches eine schwache graue Mischfarbe gibt. Durch eine geringe Drehung nach rechts kommt roth, links blau. Man hat dieses Grau die empfindliche Farbe genannt.

Es gibt auch Bergkrystalle, welche die Polarisationsebene nach links drehen. Sie bringen die gleiche Grösse der Ablenkung hervor wie die rechts drehenden.

Ausser dem Bergkrystall besitzen das Vermögen die Polarisationsebene zu drehen, noch viele andere Substanzen, welche unten Erwähnung finden sollen.

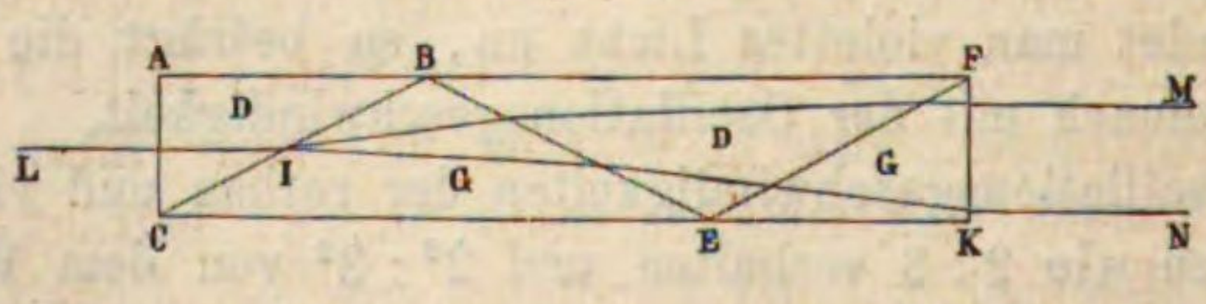
§. 775.

Zur **Erklärung** dieser Erscheinungen machte Fresnel die Hypothese, der geradlinig polarisirte Strahl zerlege sich in einem wirksamen Medium wie Quarz in zwei circulär polarisirte Strahlen, einen rechts und einen links rotirenden, welche sich mit verschiedener Geschwindigkeit im Medium fortpflanzen, so zwar, dass im rechtsdrehenden Medium der rechts (wie der Zeiger der Uhr) rotirende Strahl die grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt.

Vermöge dieser verschiedenen Geschwindigkeit treten beide Strahlen mit Gangunterschieden aus und setzen sich desshalb zu einem geradlinig polarisirten Strahl von verändertem Azimut zusammen.

Zur Bestätigung dieser Hypothese mussten in erster Linie Versuche angestellt werden, welche die Existenz der beiden polarisirten Strahlen ausser Zweifel setzen. Um die Strahlen von einander zu trennen, wandte

Fig. 592.



Fresnel die in Fig. 592 angedeutete Combination von Bergkrystallprismen an, deren brechende Kanten sämmtlich senkrecht zur Richtung A B der Hauptaxe stehen. Die Prismen sind abwechselnd aus rechts- und linksdrehenden Bergkrystallen hergestellt. Im ersten z. B. rechtsdrehenden Prisma A C B sind die beiden Strahlen ungetrennt, bei I tritt aber der bisher vorauslaufende rechts rotirende Strahl in ein Medium C B E, wo er

sich mit geringerer Geschwindigkeit wie bisher fortpflanzt. Er wird desshalb zum Einfallsloth gebrochen und verfolgt den Weg I G, während umgekehrt der bisher langsamer gehende links rotirende Strahl grössere Geschwindigkeit erlangt und desshalb vom Einfallsloth weg gebrochen wird. So trennen sich die beiden Strahlen und kommen schliesslich zu ihrer ursprünglichen Richtung L I parallel (in M und N), aus der Combination der Prismen heraus.

Sie können nun einzeln untersucht werden. Mit dem Kalkspath lässt sich an ihnen keine Seitlichkeit entdecken. Bringt man aber zwischen den ausgetretenen Strahl und den Analyseur ein doppelbrechendes Krystallblättchen, welches die Phasendifferenz um $\frac{1}{4}$ vergrössert, so erhält man geradlinig polarisirtes Licht, dessen Schwingungsebene von derjenigen des einfallenden Strahles L I um 45° abweicht. Und zwar findet die Abweichung bei dem einen Strahle in anderer Richtung statt wie bei dem anderen.

Es ergibt demnach die Analyse der beiden Strahlen das Resultat, welches der Fresnel'schen Hypothese gemäss zu erwarten war.

Sind nämlich die kreisförmigen Schwingungen vorhanden, so können sie aufgefasst werden als das Resultat des Zusammentreffens zweier geradlinigen, gleich intensiven, senkrecht zu einander polarisirten Strahlen, welche in der Phase um $\frac{1}{4}$ verschieden sind. Das Blättchen musste den Strahl in diese seine Componenten zerlegen, und da es zugleich die Phasendifferenz um $\frac{1}{4}$ vermehrt, musste dieselbe auf $\frac{1}{2}$ anwachsen und geradlinig polarisirtes Licht resultiren, ebenso wie beobachtet wurde.

Somit bestätigt der Versuch die Fresnel'sche Hypothese.

§. 776.

Es ist noch Aufgabe der Rechnung zu zeigen, 1) wie ein geradlinig polarisirter Strahl in 4 Strahlen zerlegt wird, von welchen je zwei die Phasendifferenz $\frac{1}{4}$ haben — und 2) dass sich zwei circulär polarisirte Strahlen, nachdem sie einen Gangunterschied gegen einander gewonnen haben, zu einem geradlinig polarisirten Strahle von verändertem Azimut zusammensetzen.

Wie eine Kraft durch unendlich viele Paare von Componenten ersetzt werden kann, so kann auch die Wirkung eines geradlinig polarisirten Strahles auf unendlich verschiedene Art durch zwei geradlinig polarisirte Strahlen hervorgebracht werden, welche keinen Unterschied in der Phase besitzen. Eine der einfachsten Arten der Zerlegung eines gerad-

linig polarisirten Strahles erhält man, wenn man sich die Amplitude (a) des gegebenen Strahles als Diagonale eines Quadrats denkt, dessen Seiten zu Amplituden der Componenten werden. Diese sind dann von der Grösse $\frac{a}{\sqrt{2}}$, und ihre Schwingungsebenen weichen von der Schwingungsebene des zerlegten Strahles nach beiden Seiten hin um 45° ab.

Was noch hinzukommen muss, ist die Darlegung, wie die Wirkung eines gegebenen geradlinig polarisirten Strahles hervorgebracht werden kann durch zwei eben solche Strahlen, welche dieselbe Schwingungsebene haben, wie der gegebene Strahl, in der Phase aber um $\frac{1}{4}$ von einander abweichen. In der That leisten dieses zwei Strahlen, von denen der eine dem gegebenen Strahl um $\frac{1}{8}$ vorauseilt, während der andere um $\frac{1}{8}$ hinter ihm zurück ist. Denn ist

$$y = a' \sin 2\pi \frac{t}{\delta}$$

zur Zeit t die Ausbeugung eines Aethertheilchens in dem gegebenen Strahl, und wir setzen die gleichzeitige Ausbeugung der beiden zu substituirenden Strahlen

$$y_1 = \frac{a'}{\sqrt{2}} \sin 2\pi \frac{t - \frac{\delta}{8}}{\delta}$$

$$y_2 = \frac{a'}{\sqrt{2}} \sin 2\pi \frac{t + \frac{\delta}{8}}{\delta},$$

so erhält man durch Addition beider

$$y_1 + y_2 = a' \sin 2\pi \frac{t}{\delta} = y.$$

§. 777.

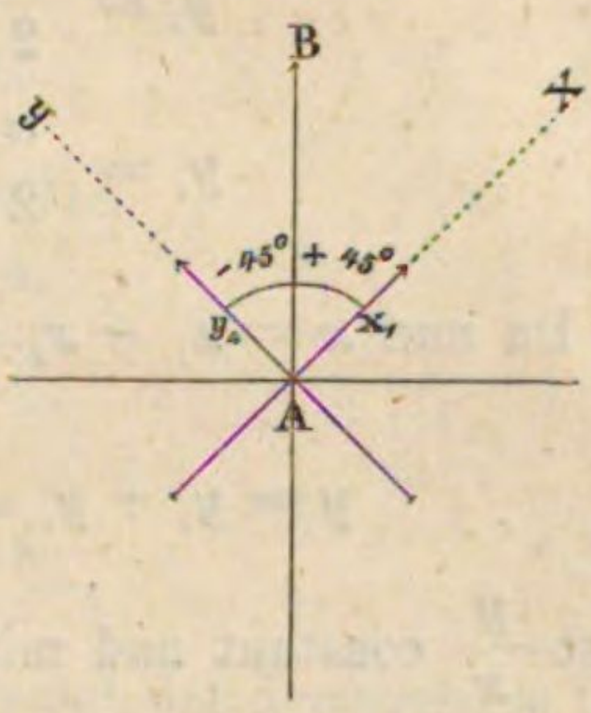
Führt man an einem gegebenen geradlinig (im Azimut Null) polarisirten Strahl von der Amplitude a beide im vorhergehenden Paragraphen erwähnten Arten der Zerlegung nach einander aus, so erhält man an seiner Statt 4 geradlinig polarisirte Strahlen, in welchen die gleichzeitigen Entfernungen eines Aethertheilchens aus der Gleichgewichtslage gegeben sind durch

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{a}{2} \sin \left[2\pi \frac{t}{\delta} + \frac{\pi}{4}\right] \\ x_2 &= \frac{a}{2} \sin \left[2\pi \frac{t}{\delta} - \frac{\pi}{4}\right] \end{aligned}\right\} \text{im Azimut } +45^\circ.$$

$$\left.\begin{aligned} y_3 &= \frac{a}{2} \sin\left[2\pi\frac{t}{\delta} + \frac{\pi}{4}\right] \\ y_4 &= \frac{a}{2} \sin\left[2\pi\frac{t}{\delta} - \frac{\pi}{4}\right] \end{aligned}\right\} \text{ im Azimut } -45^\circ.$$

Nun setzen sich aber die Strahlen 1 und 4, da sie senkrecht zu einander polarisirt, gleich intensiv und in der Phase um $\frac{1}{4}$ verschieden sind, nach §. 765 zu einem circulär polarisirten Strahle zusammen. Wenn wir das Azimut + 45 (in welchem die Ausbeugungen x_1 x_2 liegen) von der vertikalen Schwingungsebene A B des gegebenen Strahls ab nach rechts zählen, so geht die Drehung in diesem Strahle von rechts nach links vor sich.

Fig. 593.



Ebenso setzen sich die Strahlen 2 und 3 zu einem circulär polarisirten Strahl zusammen, dessen Rotation von links nach rechts, also dem ersten entgegengesetzt ist.

Damit ist das von Fresnel erhaltene Versuchsresultat der zwei circulär polarisirten Strahlen von entgegengesetztem Sinne der Rotation soweit erklärt, dass die Möglichkeit der Entstehung derselben aus dem in Bergkrystall eintretenden geradlinig polarisirten Strahle nachgewiesen ist.

§. 778.

Beide Strahlen würden sich nicht von einander trennen, wenn sie nicht in den Medien, welche Rotation hervorbringen, ungleiche Geschwindigkeiten hätten. Die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist also durch Fresnel's Versuch (§. 775) nachgewiesen.

Dadurch müssen aber neue Phasendifferenzen auch dann entstehen, wenn die beiden Strahlen in derselben Richtung bleiben, und es ist nachzuweisen, dass sich die beiden circulär polarisirten Strahlen bei beliebiger Phasendifferenz $\left(\frac{\delta}{q}\right)$ wieder zu einem geradlinig polarisirten zusammensetzen, dessen Azimut von der Phasendifferenz abhängt.

Gibt man dem links rotirenden Strahle x_1 y_4 einen Vorschub der Phase von $\frac{\delta}{q}$, so kommen die vier Componenten an einem Aethertheilchen der Grenze so an, dass sie ihm gleichzeitig (zur Zeit t) folgende Elongationen ertheilen.

$$x_1 = \frac{a}{2} \sin\left[2\pi \frac{t}{\delta} + \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{q}\right]$$

$$x_2 = \frac{a}{2} \sin\left[2\pi \frac{t}{\delta} - \frac{\pi}{4}\right]$$

$$y_3 = \frac{a}{2} \sin\left[2\pi \frac{t}{\delta} + \frac{\pi}{4}\right]$$

$$y_4 = \frac{a}{2} \sin\left[2\pi \frac{t}{\delta} - \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{q}\right].$$

Da nun $x = x_1 + x_2 = a \cos\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{q}\right] \sin\left(2\pi \frac{t}{\delta} + \frac{\pi}{q}\right)$

$$y = y_3 + y_4 = a \cos\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{q}\right] \sin\left(2\pi \frac{t}{\delta} + \frac{\pi}{q}\right),$$

so ist $\frac{y}{x}$ constant und mithin das Licht geradlinig polarisirt.

Die Tangente des Winkels, um welchen die Schwingungsrichtung von der y-Axe abweicht, ist $\frac{x}{y}$ oder

$$\text{tang}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{q}\right).$$

Der Winkel selbst somit $\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{q}$, woraus folgt, dass der resultirende Strahl von dem ursprünglichen nach links um $\frac{\pi}{q}$ abweicht.

Die Anzahl $\left(\frac{1}{q}\right)$ der Oscillationen, um welche, nachdem die gleiche Dicke d der wirksamen Schichte durchlaufen ist, der links rotirende Strahl dem anderen voraus ist, kann für irgend eine Farbe, deren Wellenlänge in Luft λ sein mag und deren Wellenlänge nun im links rotirenden Strahl λ_l, im rechts rotirenden λ_r wird, ausgedrückt werden durch

$$\frac{1}{q} = \frac{d}{\lambda_l} - \frac{d}{\lambda_r}.$$

Somit ist die Winkelablenkung φ, welche die Farbe von der Wellenlänge λ erfährt, gegeben durch den Ausdruck

$$\varphi = \pi d \frac{\lambda_r - \lambda_l}{\lambda_r \lambda_l}.$$

§. 779.

Aus Versuchen, welche v. Lang über die Brechungsexponenten der beiden im Bergkrystall circulär polarisirten Strahlen angestellt hat, ist

die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$c_l = \frac{c}{1{,}5442605}$$

$$c_r = \frac{c}{1{,}5441887}.$$

Durch Beiziehen der Gleichungen

$$c_l\ \delta = \lambda_l;\ c_r\ \delta = \lambda_r$$

berechnet sich

$$\lambda_r - \lambda_l = c\,\delta\ .\ \frac{0{,}0000718}{n_l\ n_r}$$

$$\lambda_r\ l_l = c^2\,\delta^2\ \frac{1}{n_l\ n_r},$$

also

$$\varphi = \pi\, d\ \frac{\lambda\ 0{,}0000718}{\lambda^2}.$$

Die durch Rechnung gefundene Ablenkung zeigt sich demnach, in Uebereinstimmung mit den Versuchen, den durchlaufenen Dicken proportional.

Um auch das von Biot aufgestellte und später durch Versuche von Stefan und Broch präcisirte (allerdings auch etwas modificirte) Gesetz zu erhalten, demgemäss die Ablenkung dem Quadrate der Wellenlänge nahezu umgekehrt proportional sein soll, muss der Ausdruck $\lambda\ 0{,}0000718$ oder allgemein $\lambda\ (n_l - n_r)$ nahezu constant angenommen werden, d. h. man muss annehmen, dass die Differenz der Brechungsexponente im links und im rechts gedrehten Strahle um so grösser wird, je kleiner die Wellenlänge ist, also je näher die Farbe dem violetten Ende liegt.

Nimmt man die Wellenlänge des weissen Lichts, auf welches sich die obige Zahl 0,0000718 bezieht, nach Fraunhofer zu 0,000571 an, so erhält die Constante $\lambda\ (n_l - n_r)$ den Werth $4{,}1\ .\ 10^{-8}$.

Berechnet man nun die Ablenkung, welche das äusserste Roth (B) von der Wellenlänge $6{,}87\ .\ 10^{-4}$ durch eine Platte von 1^{mm} Dicke erfährt, so folgt $\varphi = \pi\ .\ 1\ .\ \frac{4{,}1}{(6{,}87)^2} = \frac{\pi}{11{,}5}$ oder in Graden 15,65, was mit den von Stefan und Broch beobachteten Werthen gut übereinstimmt.

Auf Grade eingerichtet, würde unsere Gleichung, welche das Gesetz von Biot als genau voraussetzt, heissen

$$\varphi = \frac{738}{\lambda^2},$$

wobei λ in Zehntausendeln von Millimetern auszudrücken ist. Nach Wüllner werden die Versuche von Stefan und Broch genau wiedergegeben durch die Formel

$$\varphi = \frac{804}{\lambda^2} - 1{,}58.$$

II. Andere circulär polarisirende Substanzen.

§. 780.

Ganz analog dem Quarz verhält sich der (hexagonal) kristallisirte Zinnober, der sehr stark bricht ($n_o = 2{,}854$, $n_e = 3{,}201$ und 15mal so stark dreht als Quarz. Ferner drehen rechts die (tesseralen) Krystalle von bromsaurem und chlorsaurem Natrium. Bei diesen Substanzen ist das Drehungsvermögen an die Krystallform gebunden. Amorphe Kieselsäure, Lösungen von chlorsaurem Natrium zeigen keine Spur von Drehungsvermögen.

Hingegen drehen andere Substanzen wie Zucker, Campher, Weinsäure und alle weinsauren Salze als Krystalle nicht, wohl aber amorph und flüssig. In der Mitte steht schwefelsaures Strichnin, welches sowohl im krystallisirten als im flüssigen Zustande Drehungsvermögen besitzt.

§. 781.

Richtung der Drehung. — Es gibt Substanzen, welche immer in gleichem Sinne drehen, wie z. B. die Lösungen von Zucker, Weinsäure

Fig. 594.

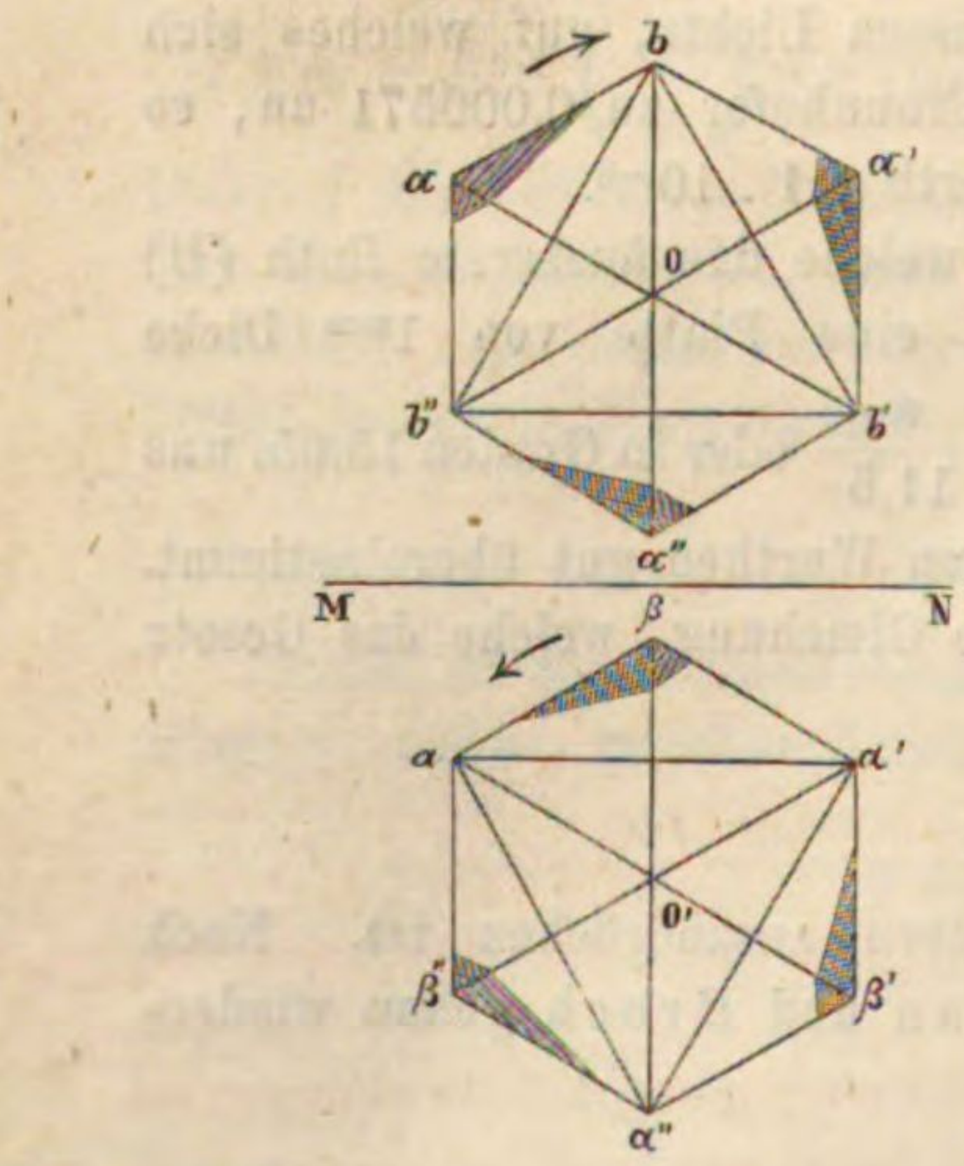
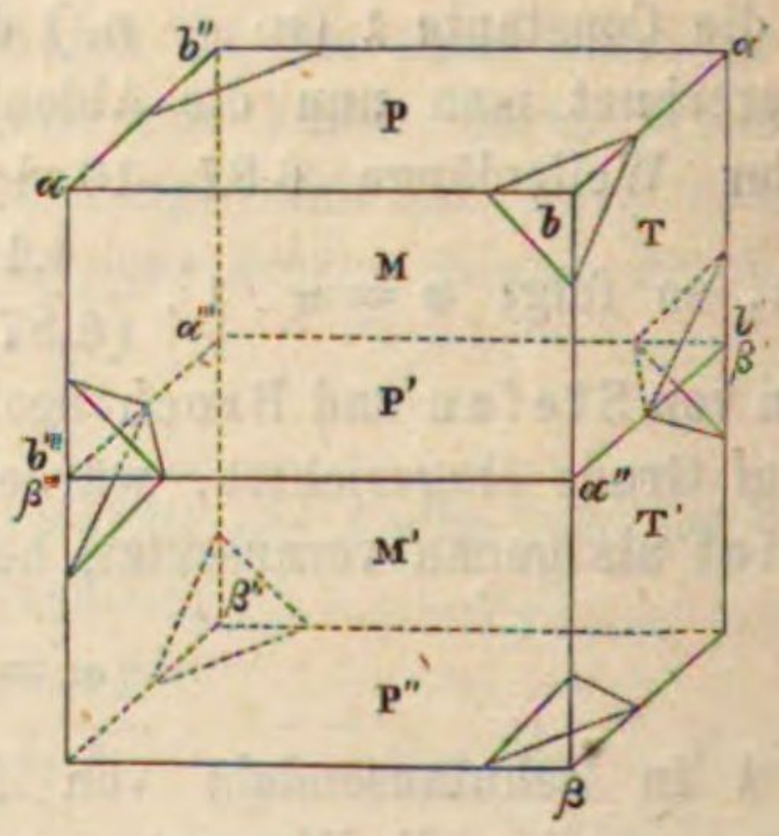


Fig. 595.



und ihre Salze (rechts) oder Strichnin, Gummi, Morphium (links). Von anderen Substanzen, wie Quarz und Zinnober drehen einige Exemplare

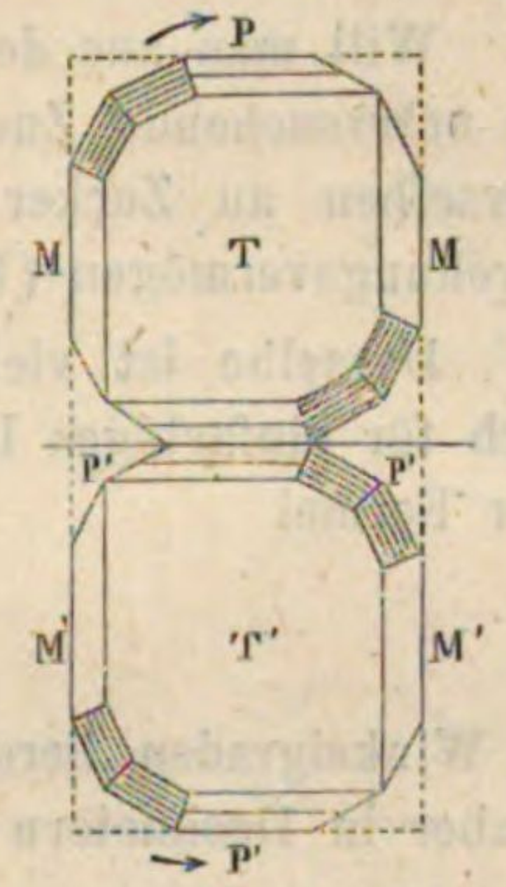
rechts, andere links. Der Sinn der Drehung hängt von einer gewissen Modification der Krystallform ab, die man (im Gegensatz zur Symmetrie) Hemiedrie genannt hat. Sie besteht in Zuspitzungen überspringender Ecken, Zuschärfungen überspringender Kanten der Hauptform (Fig. 594, 595). Ist in einem zweiten Krystall (M') (Fig. 594) das System der im ersten (M) übersprungenen Ecken verändert, so bildet dieser das Spiegelbild des ersten und kann auf keine Weise mit dem anderen zur Congruenz gebracht werden.

Solche Krystalle haben entgegengesetztes Drehungsvermögen.

Eine Entdeckung Pasteurs liefert den Beweis, dass auch für das Drehungsvermögen der Lösungen die Hemiedrie der Krystallform massgebend ist, obwohl die Krystalle selbst keine Spur von Drehung bewirken.

Lässt man das Doppelsalz, traubensaures Natrium-Ammonium, welches kein Drehungsvermögen besitzt, krystallisiren, so findet man Krystalle, deren Grundform ein rechteckiges Parallelepipedon ist, mit entgegengesetzter Hemiedrie (Fig. 596). Löst man zwei solche Krystalle in Wasser auf, so dreht die Lösung rechts, wenn der Krystall die obere Form T hatte, links hingegen, wenn er die untere Hemiedrie T' besass. Die Säure des rechtsdrehenden Salzes erweist sich als Weinsäure. Die zweite ist als links drehende Traubensäure bei dieser Gelegenheit von Pasteur entdeckt worden. Mischt man gleiche Quantitäten beider Säuren oder zweier Salze von gleicher Basis, so erhält man unter Wärmeentwickelung optisch neutrale Traubensäure oder ein optisch neutrales traubensaures Salz.

Fig. 596.



III. Anwendung auf Saccharimetrie.

§. 782.

In einer circular polarisirenden Lösung geht die Wirkung von den Molekülen der gelösten wirksamen Substanz aus und ist somit der Anzahl der Moleküle proportional, welche von dem hindurchgehenden Lichtbüschel getroffen werden. Diese Anzahl ist der Länge (l) der durch-

strahlten Schichte und dem Gewichte der in einem Cubikzentimeter enthaltenen wirksamen Substanz proportional. Setzt sich 1 Gramm Lösung aus β gr. der wirksamen Substanz und $(1 - \beta)$ gr. des neutralen Lösungsmittels zusammen, und ist d die Dichtigkeit der Lösung, so ist das Volumen eines Grammes $\frac{1}{d}$. In diesem Volumen sind β Gramme wirksamer Substanz, folglich sind davon in einem Cubikzentimeter

$$\frac{\beta}{\frac{1}{d}} = \beta d \text{ Gramme.}$$

Die gesammte Drehung (φ) wird demnach

$$\varphi = K\, l\, \beta\, d,$$

worin K das in Winkelgraden ausgedrückte specifische Drehungsvermögen der Substanz bezeichnet.

Will man aus der Drehung der Polarisationsebene, welche durch eine zu untersuchende Zuckerlösung hervorgebracht wird, auf den Gehalt (βd) derselben an Zucker schliessen, so hat man zunächst das specifische Drehungsvermögen (K) des Zuckers nöthig.

Dasselbe ist vielfach Gegenstand der Messung gewesen und lässt sich für einfarbiges Licht, welches (in Luft) die Wellenlänge λ hat, aus der Formel

$$K = \frac{2538}{\lambda^2} - 5{,}58$$

in Winkelgraden berechnen, wobei λ in Zehntausendeln der Millimeter, l aber in Decimetern auszudrücken ist.

Die Beobachtung der Ablenkung φ kann mittelst des in Fig. 591 dargestellten Apparates geschehen, indem man eine Röhre, welche mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt und durch zwei aufgeschliffene Glasplatten geschlossen ist, zwischen Polariseur und Analyseur einschaltet. Wenn die Röhre durchsichtig ist, muss sie durch einen schwarzen Sturz vor dem Lichte geschützt werden, welches nicht durch den Polariseur gegangen ist. Steht nicht hinreichend intensives homogenes Licht zur Verfügung, so empfiehlt sich die Einstellung auf das empfindliche Grau (§. 774). Hat man dabei eine Röhre von 1 Dezimeter Länge angewandt und am Analyseur eine Drehung nach rechts um den Winkel $90^\circ + \varphi_1{}^\circ$ abgelesen, so berechnet man die in einem Cubikzentimeter der Lösung enthaltene Gewichtsmenge Zucker aus der Formel

$$\frac{\varphi_1}{66{,}4} \text{ Gramme.}$$

Uebrigens wird man immer am besten thun, durch einen Vorversuch das Saccharimeter zu aichen, indem man sich eine Zuckerlösung von bemessenem Gehalt an Wasser und Zucker herstellt, ihr Volumen bestimmt

und dann die von ihr hervorgebrachte Drehung misst. Man hat dann die Mittel, $k\,l$ zu berechnen, welche für fernere Versuche den Divisor der jeweiligen Drehung (φ_1) bildet.

Ein genaueres Saccharimeter hat Wild unter dem Namen Polaristrobometer angegeben, bezüglich dessen die Broschüre desselben: »Ueber ein neues Polaristrobometer. Bern 1865.« nachgelesen werden möge.

Zu eingehenderen Studien über die Kapitel X bis XV dienen: Beer, Einleitung in die höhere Optik, Braunschweig 1853; Billet, Traité d'optique physique, Paris 1859; Quincke, XI optische Experimental-Untersuchungen; Pogg. Ann. Bd. 127 bis 133, 1866 u. 1867.

Alphabetisches Sachregister.

A.

Aberration der Fixsterne 671.
Abkühlung durch Strahlung 796.
Absorption 793, 799.
Abstossung, electrische 335, 338.
— magnetische 506.
Accommodation 715.
Achromatische Prismen 757.
Achromatisches Kalkspathprisma 842.
Adiabatische Curve 324.
Aequator, magnetischer 486.
Aether 666.
Alcoholometer 172.
Allotropien 241.
Ampère's Gesetz 478.
Aneroid 84.
Anker eines Magnets 506.
Anziehung, allgemeine 33, 35.
— electrische 335, 338.
— magnetische 508.
Araeometer, Nicholson's 165.
— Scalen- 171.
Arbeit 136.
— äussere 143.
— innere 144.
— bei festen Körpern 228.
— bei Gasen 227.
Archimedisches Princip 59, 73.
Armatur eines Magnets 505.
Astatische Nadel 401.
Atomwärme 183.
Avogadro's Gesetz 263.
Auftrieb 57.
Auge 712.
— reducirtes 714.
Augenort 729.
Aureole 562.
Ausdehnung durch Wärme 115, 144.
— absolute der Flüssigkeiten 151, 158.
— cubische 146.
— der Flächen 145.
— der Gase bei const. Druck 206.
— der Glasgefässe 155.
— des Wassers 159.
— lineare 144, 147.
Ausdehnungscoëfficient 145.
Ausfliessen der Flüssigkeiten 104.
— gehindertes 107.
Ausflussmenge 106.

B.

Barometer 77.
Batterie, electrische 374.
— galvanische 414.
— chem. Wirkung in derselben 430.
Beschleunigung 12, 21.
Beugung 814.
Bewegung, gleichförmige 10.
— gleichförmig beschleunigte 13.
— in Folge von Geschwindigkeit und Kraft 14.

Bewegung auf schiefer Ebene 15.
— der Geschosse 16.
Bewegungsgrösse 41.
Biegung 47.
Bild 679.
Bild auf der Netzhaut 719.
Blasinstrumente 619.
Blendungen 725, 730.
Blitz 393.
Blitzableiter 394.
Brechung des Lichtes 683.
— Erklärung durch die Undulationstheorie 689.
— Messung derselben 752.
Brechungsexponent 685, 756.
Brennlinie 697.
Brennpunkt eines Spiegels 691.
— einer Linse 703.
— eines Prismas 743.
Brillen 716.

C.

Calorescenz 801.
Calorie 131.
Calorimeter 132.
Capillare Steighöhe 70.
Capillarität 65, 68.
Centrifugalkraft 31.
Centripetalkraft 31.
Circular-Polarisation 857.
Combinationstöne 647.
Communicirende Gefässe 63.
Compensationsmethode 455, 462.
Complementäre Farben 748.
Componente 2.
Compressibilität der Flüssigkeiten 50.
Compressibilitätscoëfficient, linearer 46.
Compressionspumpe 103.
Condensation der Dämpfe 248.
— der Gase 265.
Condensator, electrischer 367.
— an der Holtz'schen Maschine 376.
— an Inductionsapparaten 559.
— des Dampfes 306.
— von Volta 373.
Consonanz 664.
Constante Batterien 433.
Cortische Fasern 663.

D.

Dämpfe 246.
Dämpfung einer Magnetnadel 548.
Dalton'sches Gesetz 246.
Dampfbildung beim Sieden 278.
Dampfdichte 258, 261.
— -berechnung 325.
— -bestimmung 259.
— specifische 262.
Dampfelectrisirmaschine 361.
Dampfheizung 315.
Dampfkessel 308.
Dampfkesselexplosion 285.
Dampfmaschine 305.
Dampfstrahlpumpe 312.
Declination, magnetische 519.
Diamagnetismus 513.
Diathermansie 768.
Dichtigkeit 23, 175.
— Aenderung derselben 146.
— der Dämpfe 247, 258.
— der Erde 37.
— electrische 340, 347.
— fester Körper 161.
— flüssiger Körper 168.
— gasförmiger Körper 216.
Differentialthermometer 130.
Differenztöne 647.
Diffusion der Strahlen 779.
Dissonanz 664.
Divergenzpunkt gebrochener Strahlen 688.
Donner 394.
Doppelbrechung durch Krystalle mit einer Hauptaxe 831.
Drehungsmoment 47.
Drehwaage, electrische 338.
— Anwendung für magnetische Anziehung 510.
Druck der Atmosphäre 75.
— der Flüssigkeiten 52, 62.

Dulong'sches Gesetz 176.
— theoretische Bedeutung desselben 184.
Dunkelkammer 669.
Durchsichtigkeit 770.
Dynamo-electrische Maschinen 565.
Dynamometer 2.

E.

Echo 611.
Elasticität der festen Körper 45.
— der Flüssigkeiten 50.
— der Gase 84.
Elasticitätsgrenze 48.
— -modulus 45.
Electricität 321, 410.
— atmosphärische 390.
— durch chemische Vorgänge 407.
— — Influenz 351.
— — Mittheilung 356.
— — Reibung 336.
Electr citätsverlust 342.
— -vertheilung 345.
Electrisirmaschine 359.
Electrischer Strom 398.
— Wirkung desselben auf Ströme 478.
— Magnete 494.
Electro-dynamische Maschinen 572.
Electrolyse 420.
Electromotorisches Gesetz 466.
Electromotorische Kraft 398.
— Messung derselben 462.
— — von Gaselementen 464.
Electrophor 357.
Electroscop 332, 356.
Emission 793, 799.
Emissionsgesetz 783.
Entladung, electrische 378.
Entladungsstrom 384, 388.
Erdmagnetismus 518.
— Aenderungen desselben 533.
— Messung der Intensität desselben 525.
Erdstrom 485.
Expansivkraft der Gase 202.
Extraströme 550.

F.

Fadenkreuz 727.
Fall 8.
Fallapparate 7.
Fallröhre 6.
Farben beleuchteter Flächen 749.
Fernrohre astronomische 729.
— terrestrische 733.
Festigkeit 49.
Feuerspritze 113.
Flammenapparat 617.
Flammenbilder von Tönen 646.
Flüssigkeit 50.
Fluorescenz 803.
Franklin'scher Becher 371.
— Tafel 373.
Fraunhofer'sche Linien 749.
Fresnels Spiegelversuch 810.
Funkenmikrometer 376.

G.

Galvanisches Vergolden und Versilbern 426.
Galvanometer 438.
Galvanoplastik 425.
Galvanoskop 400.
Gasbatterie 432.
Gase 72.
— Ansicht über die Natur derselben 230.
Gedeckte Pfeifen 614.
Gefrieren 236.
— Volumenveränderungen dabei 239.
Gefrierpunkt 118.
— Aenderung desselben 238.
Gegenstrom 431.
Gegenwirkung einer Kraft 38.
Geissler'sche Röhren 366.
Geschwindigkeit 1, 10.
— der Electricität 387.
— des Lichts 669.
— des Schalls, directe Messungen 622.

Geschwindigkeit des Schalls, indirecte Messungen 625.
Gesichtsfeld 727.
Gewicht 5, 23.
— feuchter Luft 278.
— specifisches 23, 161, 175.
— specifisches der Gase 216.
Gewitter 393.
Gleichgewicht eines Körpers 25.
Gleichgewichtslage 26.
Golfstrom 297.
Grenzwinkel 687.
Gyrotrop 442.

H.

Heber 109.
Heizung 313.
Heliochromie 809.
Heliostat 682.
Helligkeit 731.
Herons Ball 107.
— Brunnen 107.
Höhenmessung 83.
— mit dem Thermometer 255.
Höhrrohr 612.
Huyghens'sches Princip 607.
Hydraulische Presse 55.
Hydrostatisches Paradoxon 58.
Hygrometer 287, 290.

I.

Inclination, magnetische 519.
— Messung derselben 523, 545.
Induction durch den Erdmagnetismus 542.
— electrische 539.
— in leitenden Massen von beliebiger Form 546.
— magnetische 541.
Inductionsapparate 557.
— Funken 561.
Inductionsströme 551.
— Intensität derselben 552.
Inductionsströme höherer Ordnung 555.
Influenz, electrische 351.
Influenzelectrisirmaschine 362.
Influenz, magnetische 502.
Interferenz des Lichtes 810.
— des Schalls 637, 641.
— graphische Darstellung derselben 645.
Intervalle, musikalische 600.
Isodynamische Curven 324.
Isolatoren, electrische 332.

K.

Kältemischung 245.
Kaleidophon 649.
Kanalwaage 63.
Kepler's Gesetze 33.
Klangfarbe 599, 652.
Klangfiguren 639.
Klänge, musikalische 591.
— Entstehung derselben 590.
Knotenpunkte 613, 617.
Kraft 1.
— lebendige 137.
Kräftepaare 4.
Kreisbewegung, gleichförmige 30.

L.

Lebendige Kraft 137.
Leidenfrost'sche Tropfen 283.
Leiter, electrische 332.
Leitungswiderstand, electrischer 455.
— von Flüssigkeiten 459.
Leydener Flaschen 373.
Libelle 64.
Licht 666.
— chemische Wirkungen derselben 807.
— electrisches 475.
— elliptisch polarisirtes 847.
— polarisirtes 821.
Lichtenberg'sche Figuren 385.
Lichtwirkungen, electrische 386.
Linse 700.
— positive 705.
— negative 710.

Locomotive 310.
Longitudinalschwingungen 621.
Luftballon 74.
Luftdruck 75.
Luftheizung 314.
Luftpumpe 93.
Luftpumpenversuche 103.
Luftthermometer 210.
— von Riess 380.
Luftwelle 592.
Luftwiderstand 6.
Lupe 721.

M.

Massflasche 377.
Magnet 489.
— Ampère's Theorie 491.
— Wirkung auf einen drehbaren Magnet 525.
— Wirkung auf electrische Leiter 492.
— Wirkung auf einen Lichtstrom 563.
Magnetische Kraft eines Stabes 511.
Magnetisches Verhalten der Körper 512.
Magnetisirung durch den electrischen Strom 507.
— durch die Erde 505.
— durch Streichen 504.
Magnetismus 489.
— Einheit desselben 532.
Manometer 90.
Mariotte'sches Gesetz 85, 231.
— für Gasgemische 89.
Mariotte'sche Flasche 109.
Masse 13.
Maximum- und Minimumthermometer 128.
Mellonischer Apparat 766.
Metallthermometer 128.
Methode der Coincidenzen 20.
— der Schwingungen 508.
Mikrometer von Rochon 843.
Mikroscop 736.
Minimum der Ablenkung durch ein Prisma 742.
Mittelpunkt des Drucks 58.
Molecule 1.
Molecularanziehung 66.
Moleculardruck 67.
Momente 4.
Monochord 632.
Motoren, electrische 572.
Multiplicator 401.

N.

Nebel 294.
Newton'sche Farbenringe 817.
Nicol'sches Prisma 841.
Niederdruckmaschine 306.
Nullpunkt der Thermometer 118.
— absoluter 215.

O.

Oberfläche der Flüssigkeiten 53.
Obertöne 653.
Objective, achromatische 759.
Ohm'sches Gesetz 444.
Ohr 661.
Operngucker 734.
Optometer 718.
Orgelpfeifen 614. 620.

P.

Papin's Topf 280.
Pantelegraph 587.
Parallelogramm der Kräfte 2.
Parallelkräfte 2.
Pendel, electrisches 334.
— mathematisches 17.
— physisches 19.
Pendeluhr 22.
Phonautograph 605.
Phosphorescenz 801.
Photographie 807.
Photographischer Apparat 723.
Photometer 785.
Photometrie 782.
Piezometer 50.

Pistole, electrische 384.
Platten, schwingende 639.
Polarisation des Lichts durch Doppelbrechung 821.
— durch Reflexion 828.
— durch den Turmalin 827.
— galvanische 431. 467.
Polarisationsebene 826.
— Drehung derselben 857.
Prisma 741.
Psychrometer 292.
Pumpen 110.
Pyrometer 213.

Q.

Quantität der Bewegung 41.
Quecksilberluftpumpe 101.
Quecksilberthermometer 120.
— Fehler desselben 124.

R.

Radiometer 790.
Reelles Bild 695.
Reflexion des Lichtes 677.
— des Schalles 610.
— des Stosses 98.
— der Wärme 778.
— totale 687.
Regen 294.
Relais 583.
Resonatoren 654.
Resultante 2.
Rheochord 458.
Rheostat 456.
Rotationsmaschine 32.
Rotation eines Magnets 501.
— eines Stromleiters um einen Magnet 498.
Rückschlag, electrischer 389.
Rückstand, electrischer 372, 379.

S.

Saccharimetrie 865.
Saiten 630.
Sammellinsen 705.
Schall 589.
— Stärke desselben 606.
Schatten 667.
Schiefe Ebene 15.
Schmelzen 236.
— Volumenänderungen dabei 239.
Schmelzpunkt 237.
Schmelzwärme 241.
Schreibtelegraph 582.
Schwebungen 643.
Schwere 5, 35.
Schwerpunkt 24.
— Erhaltung desselben 40.
Schwimmen der Körper 61.
Schwingungen, elliptische, des Lichts 845.
Schwingungsdauer einer Saite 633.
Schwingungsgesetz tönender Körper 595.
Schwingungszahl der Stäbe 635.
Sieden der Salzlösungen 282.
Siedepunkt 118, 279.
— Aenderung desselben 279, 282.
— Bestimmung desselben 254.
Signalapparat 581.
Sinusbussole 438.
Sirene 604.
Solenoid 486.
Sonne 298.
— Hypothesen über dieselbe 300.
Sonnenmikroscop 724.
Spannung des Wasserdampfes 251.
— Messung derselben 248.
Spannungscoefficient der Gase 203.
Spannkraft anderer Dämpfe 256.
Specifische Dampfdichte 262.
Specifisches Gewicht 23, 175.
— fester Körper 161.
— flüssiger Körper 168.
— gasförmiger Körper 216.
Spectrum 745.
— der Flammen 791.
Spectralanalyse 791.
Spiegel, concave 691.
— convexe 698.
— ebene 679.

Spiegel, parabolische, 699.
— parallele 680.
Spiegeltelescop 732.
Sprachrohr 612.
Statisches Moment 2.
Stehende Wellen 612.
— in offenen Röhren 616.
Steuerung der Locomotive 311.
Stimmgabel 635.
Stöpselapparat 457.
Stoss 41.
Strom, electrischer 398.
Stromleitung bei Telegraphen 576.
Stromstärke 444. 451.
— chemisches Mass 428.
Stromunterbrecher 493, 560.
Stromverzweigung 452.
Stromwender 440.
Stützpunkt 39.
Summationstöne 647.

T.

Tangentenbussole 440.
Telegraphie, electrische 575.
— transatlantische 587.
Temperatur 114.
— des Schliessungsbogens 473.
— gleichschwebende der Musik 603.
Temperaturvertheilung in dünnen prismatischen Stäben 189.
Thau 294.
Thermometer 120.
— von Kinersley 385.
Thermoscop 115, 116.
Thermosäule 405.
Thermostrom 403.
Tonhöhe 599.
Tonmesser 605, 645.
Torsionselasticität 46.
Transparenz 765.
Transponiren in eine andere Tonart 602.
Transversalschwingungen von Saiten 630.
— von Stäben 634.
Trockene Säulen 417.
Trommelfell 589.
Typendrucktelegraph 585.

V.

Ventilation 313.
Verdampfungswärme 270.
Verdunstung 274.
Verdunstungswärme 276.
Vergrösserung durch Linsen 730.
— durch Mikroscope 736.
Vibrationschronoscop 650.
Virtuelles Bild 695.
Vocale 658.
Voltameter 427.
Volta'sche Säule 414.
Volumenometer 91.
Volumeter 170.

W.

Waage 26.
Wägungen, doppelte 30.
— mit Berücksichtigung des Auftriebs der Luft 162.
Wärme 114, 138.
Wärmeäquivalent, mechanisches 140.
Wärmecapacität 132, 176.
Wärmeentwicklung durch chemische Verbindung 301.
— im Stromkreis 468.
Wärmeleitung 187.
Wärmeleitungsfähigkeit 188.
— fester Körper 192.
— flüssiger 195.
— gasförmiger 197.
Wärme, specifische 132, 182.
— — Aenderung derselben 178.
— — von festen Körpern 177.
— — von flüssigen Körpern 178.
— specifische der Gase bei constantem Druck 219.
— specifische der Gase bei constantem Volumen 222.
— specifische von zusammengesetzten Körpern 183.

Wärmespectrum 761.
Wärmestrahlung 186.
Wärmetheorie, mechanische 316.
— Anwendung auf permanente Gase 324.
— Anwendung auf gesättigte Dämpfe 325.
Wärme, thierische 303.
Wasserheizung 315.
Wasserrad 57.
Wasserzersetzung 409, 421.
Wellen 596.
Wellenlänge der Farben 813.
Winde 295.
Winkelspiegel 680.
Wolken 294.

Z.

Zauberlaterne 724.
Zeigertelegraph 578.

08

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Recknagel, Georg,

Compendium der Experimentalphysik im Anschlusse an Jamin's Petit Traité de physique

Bd.: [2]

Stuttgart 1876

Passau, Staatliche Bibliothek -- S nv/OS 327-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11346173-6